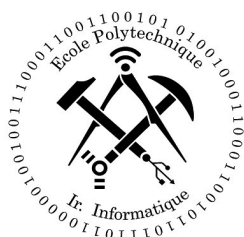


Rapport des laboratoires de Thermodynamique appliquée

De Groote Nicolas, Delhaisse Brian,
Delhayé Quentin et Streltsov Anton



Année académique 2012 - 2013

Table des matières

1 Manipulation 1 : Le calorimètre de Junkers et la mesure de la masse moléculaire par effusiométrie	3
1.1 But de l'essai	3
1.2 Prédéterminations	3
1.2.1 Démonstration de la relation 1.3 de l'énoncé	3
1.2.2 Détermination de la valeur théorique du P_{cs} et P_{ci}	4
1.3 Mesures et résultats expérimentaux	5
1.3.1 Calcul du P_{cs} et du P_{ci} sur base des mesures expérimentales	5
1.3.2 Détermination de la masse moléculaire du gaz naturel par l'essai à l'effusiomètre	6
1.3.3 Discussion des termes correctifs et des sources d'erreurs pour le calcul du P_{cs}	7
2 Manipulation 2 : Le compresseur	8
2.1 Introduction	8
2.2 But de la manipulation	8
2.3 Prédétermination : formule du rendement isotherme en fonction des différents éléments mesurés	8
2.4 Fonctionnement à vitesse de rotation constante et pression de refoulement variable	9
2.4.1 Débit massique en fonction de la pression de refoulement	9
2.4.2 Pression intermédiaire en fonction de la pression de refoulement	9
2.4.3 Couple en fonction de la pression de refoulement	10
2.4.4 Rendement isotherme en fonction de la pression de refoulement	11
2.5 Fonctionnement à vitesse de rotation variable et pression de refoulement constante	12
2.5.1 Coefficient de remplissage σ_{BP} en fonction de la vitesse de rotation	13
2.5.2 Couple en fonction de la vitesse de rotation	13
2.5.3 Rendement isotherme en fonction de la vitesse de rotation	14
2.6 Calcul des exposants polytropiques des transformations basse-pression et haute-pression	14
2.7 Calcul des exposants polytropiques des transformations basse-pression et haute-pression pour un point de fonctionnement quelconque	15
2.7.1 Exposant polytropique à basse-pression	15
2.7.2 Exposant polytropique à haute-pression	15
3 Manipulation 3 : Machine Frigorifique	16
3.1 Installation	16
3.2 Étude	16
3.2.1 Évolution des températures des sources dans le temps	16
3.2.2 Échanges de chaleur avec les sources	16
3.2.3 Travail, rendement et efficacité du compresseur	19
3.2.4 Rendement exergétique de la machine	21
3.2.5 Pertes thermiques de la machine	21
3.2.6 Rapport des pressions	22

4	Manipulation 4 : Hygrométrie	23
4.1	Prédéterminations	23
4.1.1	Démonstration 1	23
4.1.2	Démonstration 2	23
4.2	Hygromètre à cheveux	24
4.3	Le psychromètre d'Assmann	24
4.4	L'hygromètre à point rosée	25
4.5	Calcul du coefficient d'échange par convection h	27
4.6	Discussion sur les résultats des trois appareils	28

1 Manipulation 1 : Le calorimètre de Junkers et la mesure de la masse moléculaire par effusiométrie

1.1 But de l'essai

Déterminer la chaleur de combustion du gaz naturel lors d'une combustion isotherme et isobare et déterminer la masse moléculaire du gaz naturel à l'aide d'un effusiomètre de Bunsen-Shilling.

1.2 Prédéterminations

1.2.1 Démonstration de la relation 1.3 de l'énoncé

A partir du premier principe appliqué sur le calorimètre de Junkers (voir figure 1), on peut écrire :

$$P_{cs}(T_2) = \dot{m}_{H_2O} C_{p_{H_2O}} \frac{T_4 - T_3}{\dot{V}_N} + \text{termes correctifs} \quad (1)$$

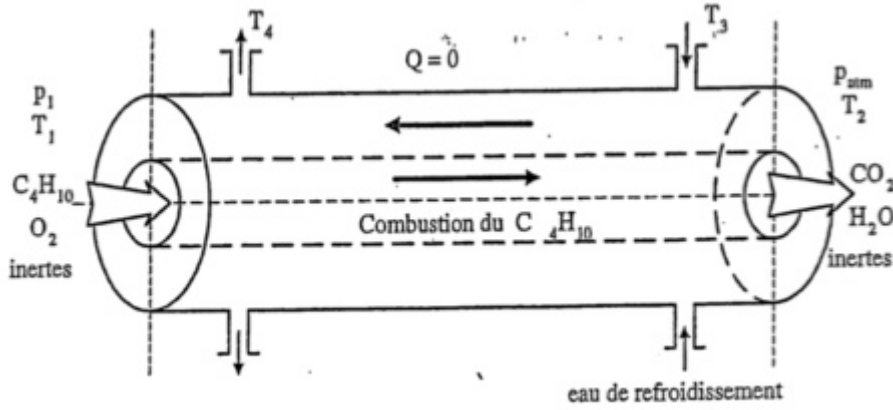


FIGURE 1 – Le calorimètre de Junkers

Hypothèses :

- le système à savoir le calorimètre de Junkers est adiabatique, il n'y a donc pas d'échange de chaleur avec le monde extérieur.
- les produits sont saturés en eau à la sortie et à l'entrée.

Démonstration de la relation (1) :

Le premier principe sur un système ouvert en régime permanent (en négligeant les effets potentiels et cinétiques) s'écrit :

$$\sum_s \dot{m}_s h_s - \sum_e \dot{m}_e h_e = \dot{Q} + \dot{W} \quad (2)$$

Appliqué sur le calorimètre (qui est adiabatique $\dot{Q} = 0$ et qui n'échange pas de travail $\dot{W} = 0$), on obtient :

$$\dot{m}_{gaz,s} h_{gaz,s} - \dot{m}_{gaz,e} h_{gaz,e} + \dot{m}_{H_2O,s} h_{H_2O,s} - \dot{m}_{H_2O,e} h_{H_2O,e} = 0$$

Par la conservation du débit, on a :

$$\dot{m}_{gaz}(h_{gaz,s} - h_{gaz,e}) + \dot{m}_{H_2O}(h_{H_2O,s} - h_{H_2O,e}) = 0$$

Par ailleurs, en supposant que les débits de gaz et d'eau sont constants, on a :

$$\dot{V}_{gaz}(h_{gaz,s} - h_{gaz,e}) + \dot{m}_{H_2O}(h_{H_2O,s} - h_{H_2O,e}) = 0$$

et comme $(h_{gaz,s} - h_{gaz,e}) = -h_{RP} = -P_{cs}$, on obtient finalement :

$$\begin{aligned}\dot{V}_N P_{cs} &= \dot{m}_{H_2O}(h_{H_2O,s} - h_{H_2O,e}) \\ \Leftrightarrow \dot{V}_N P_{cs} &= \dot{m}_{H_2O} C_{p_{H_2O}}(T_4 - T_3) \\ \Leftrightarrow P_{cs} &= \frac{\dot{m}_{H_2O}}{\dot{V}_N} C_{p_{H_2O}}(T_4 - T_3)\end{aligned}$$

auxquels se rajouteront des termes correctifs (à cause des erreurs de calculs et autres, voir section 1.3.3) :

$$P_{cs} = \frac{\dot{m}_{H_2O}}{\dot{V}_N} C_{p_{H_2O}}(T_4 - T_3) + \text{termes correctifs}$$

1.2.2 Détermination de la valeur théorique du P_{cs} et P_{ci}

substance	composition [%V]	$r(T, p) [\frac{kJ}{Nm^3}]$
CO_2	1	0
N_2	14	0
CH_4	81,5	39890
C_2H_6	2,9	70420
C_3H_8	0,4	100150
C_4H_{10}	0,2	129750

TABLE 1 – La composition moyenne du gaz naturel de Slochteren.

Si le gaz combustible peut être considéré comme un mélange de gaz parfaits, alors le pouvoir calorifique supérieur (P_{cs}) s'obtient en effectuant la somme pondérée des chaleurs de combustion de chaque constituant.

$$P_{cs} = \sum_j y_j r(T, p, j) \quad (3)$$

$$P_{cs} = 0,815.39890 + 0,029.70420 + 0,004.100150 + 0,002.129750 = 35212,63 \frac{kJ}{Nm^3}$$

Quant au pouvoir calorifique inférieur, celui-ci s'obtient à partir de la formule suivante :

$$P_{ci}(T_2) = P_{cs}(T_2) - \dot{m}_{H_2O} \frac{L_v(T_2)}{\dot{V}_N} \quad (4)$$

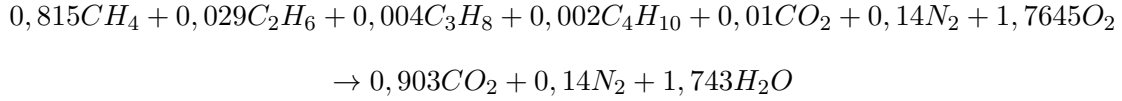
où

- $T_2 = 0^\circ C$ (conditions normales).
- \dot{m}_{H_2O} est le débit de l'eau de combustion condensée.
- L_v est la chaleur latente de vaporisation de l'eau à l'état de référence.
- \dot{V}_N est le débit volumique du gaz naturel rapporté à l'état normal.

Il nous faut donc déterminer L_v , $\dot{m}_{H_2O_C}$ et \dot{V}_N .

Grâce aux tables thermodynamiques de l'eau, nous pouvons déterminer la chaleur latente de vaporisation : $L_v(H_2O) = h_g - h_l = 2501 \frac{kJ}{kg}$ à $T = 0^\circ C$.

Le débit de l'eau de combustion condensée s'obtient quant à lui, à partir de l'équation de combustion (d'après le tableau 1).



Donc $\dot{m}_{H_2O_C} = \dot{n}_{H_2O_C} \cdot M_{H_2O_C} = 1,743 \frac{mole}{mole_{gaz}} \cdot 18 \frac{g}{mole} = 31,374 \frac{g}{mole_{gaz}}$.

Par mole de gaz consommée, on a $V = \frac{RT}{p} = \frac{8,315 \cdot 273,15}{101325} = 0,0224 m^3$. On a donc $\dot{V}_N = 0,0224 \frac{m^3}{mole_{gaz}}$.

Grâce à toutes ces valeurs, nous pouvons finalement déterminer la valeur du pouvoir calorifique inférieure :

$$P_{ci} = 35212,63 - 2501 \cdot \frac{31,374 \cdot 10^{-3}}{0,0224} = 31709,66 \frac{kJ}{Nm^3}.$$

1.3 Mesures et résultats expérimentaux

- a) Pression atmosphérique : $p_a = 100100 Pa$
- b) Température atmosphérique : $T_a = 19^\circ C$
- c) Débit volumique du gaz naturel : $\dot{V}_N = 5,800 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s}$
 car $\dot{V}_N \propto \frac{R \cdot T_N}{p_N}$ et $\dot{V}_g \propto \frac{R \cdot T_g}{p_g} \Rightarrow \dot{V}_N = \frac{p_g}{T_g} \frac{T_N}{p_N} \dot{V}_g$
 où $T_N = 273,15 K$; $p_N = 101325 Pa$; $T_g = T_1 = 20^\circ C = 293,15 K$; $\dot{V}_g = \frac{2}{31} \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{s}$
 et $p_g = p_1 - p_{sat}(T = 20^\circ C) = 100102,66 - 2337 = 97765,66 Pa$
 On a donc :

$$\dot{V}_N = \frac{p_g}{T_g} \frac{T_N}{p_N} \dot{V}_g = \frac{97765,66}{293,15} \frac{273,15}{101325} \frac{2}{31} \cdot 10^{-3} = 5,800 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{s}$$

- d) Température d'entrée du gaz naturel : $T_1 = 20^\circ C$
- e) Pression dans le débitmètre : $p_1 = p_a + \rho_{H_2O} g h = 100100 + 1,9,81 \cdot (0,427 - 0,156) = 100102,66 Pa$
- f) Température des gaz brûlés : $T_2 = 32^\circ C$
- g) Température d'entrée de l'eau de refroidissement : $T_3 = 12^\circ C$
- h) Température de sortie de l'eau de refroidissement : $T_4 = 43,4^\circ C$
- i) Débit massique de l'eau de refroidissement : $\dot{m}_{H_2O} = \frac{240}{13} \frac{g}{s} \simeq 18,46 \frac{g}{s}$
- j) Débit massique d'eau condensée : $\dot{m}_{H_2O_C} = \frac{183,15}{1832} \frac{g}{s} \simeq 0,09997 \frac{g}{s}$

1.3.1 Calcul du P_{cs} et du P_{ci} sur base des mesures expérimentales

Avec les données de la section 1.3, on peut facilement calculer le pouvoir calorifique supérieur :

$$P_{cs}(T_2 = 32^\circ C) = \dot{m}_{H_2O} C_{p_{H_2O}} \frac{T_4 - T_3}{\dot{V}_N} = 18,46 \cdot 10^{-3} \cdot 4,179 \cdot \frac{43,4 - 12}{5,572 \cdot 10^{-5}} = 43473,3 \frac{kJ}{Nm^3}$$

ce qui est une valeur bcp trop grande!! En effet, théoriquement avec un modèle parfait, on obtenait une valeur de $35212,63 \frac{kJ}{Nm^3}$ qui est plus petite que la valeur obtenue ci-dessus!!

Ce résultat est donc absurde car le modèle réel ne peut pas avoir une meilleure valeur que le modèle parfait théorique (qui ne prend pas en compte les pertes et les erreurs). Par la conservation de l'énergie, cela ne se peut pas : $\dot{m}C_p\Delta T = cste$ et si $\Delta T \nearrow$ alors $\dot{m} \searrow$. Pourtant on a un débit trop grand pour la différence de température que l'on a, ou inversement, on a une différence de température trop grande pour le débit que l'on a. Posons que le pouvoir calorifique supérieur vaut $x \frac{kJ}{Nm^3}$ tel que $x \frac{kJ}{Nm^3} < 35212,63 \frac{kJ}{Nm^3}$, on a dans ce cas pour le pouvoir calorifique inférieur :

$$P_{ci}(T_2 = 32^\circ C) = P_{cs}(T_2) - \dot{m}_{H_2O} \frac{L_v}{\dot{V}_N} = x - 0.09997 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2501}{5,572 \cdot 10^{-5}} = (x - 4487,167) \frac{kJ}{Nm^3}$$

Pour avoir les pouvoirs calorifiques P_{cs} et P_{ci} en $\frac{kcal}{Nm^3}$, il suffit de diviser par 4,186 les $\frac{kJ}{Nm^3}$ (car $1cal \leftrightarrow 4,186J$).

1.3.2 Détermination de la masse moléculaire du gaz naturel par l'essai à l'effusiomètre

On veut déterminer la masse moléculaire du gaz naturel M_{gaz} à partir de la relation (5).

$$\tau = C\sqrt{M} \quad (5)$$

Pour cela, il nous faut d'abord déterminer la constante C . Celle-ci peut être calculée en connaissant, par exemple, la masse molaire de l'air et en mesurant le temps nécessaire qu'un volume d'air met pour s'échapper de l'enceinte par effusion (voir figure 2).

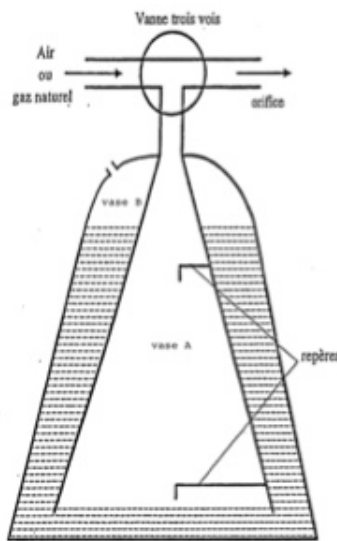


FIGURE 2 – L'effusiomètre de Bunsen-Shilling

1. Pour l'air : on relève comme valeur $\tau_1 = 50,3s$; $\tau_2 = 50,5s$; $\tau_3 = 50,7s$, la valeur moyenne est donc : $\bar{\tau} = 50,5s$. Par la relation (5), on a $C = \frac{\bar{\tau}}{\sqrt{M_{air}}} = \frac{50,5}{\sqrt{28,9}} = 9,394 \frac{s}{\sqrt{g}}$.
2. Pour le gaz : on relève comme valeur $\tau_1 = 42,5s$; $\tau_2 = 41,7s$; $\tau_3 = 41,7s$, la valeur moyenne est donc : $\bar{\tau} = 42s$. Par la même relation (5), on a $M_{gaz} = (\frac{\bar{\tau}}{C})^2 = (\frac{42}{9,394})^2 = 19,99 \frac{g}{mole}$

En connaissant la masse moléculaire du gaz $M_{gaz} = 19,99 \frac{g}{mole} \simeq 20 \frac{g}{mole}$, on peut déterminer les pouvoirs calorifiques (supérieurs et inférieurs) massiques, car elle nous permet de connaître la masse de $1Nm^3$ de gaz naturel.

Par la loi des gaz parfait : $n = \frac{PV}{RT} = \frac{101325 Pa \cdot 1m^3}{8,314 \frac{J}{mole \cdot K} \cdot 273,15K} = 44,615mole$

et comme $m_{gaz} = n \cdot M_{gaz} = 44,615 \cdot 20 = 892,3g \simeq 0,892kg$, on a dans $1Nm^3$ de gaz, $0,892kg$ de gaz. On obtient donc :

$$P_{cs} = \frac{x}{0,892} \frac{kJ}{kg} = \frac{x}{0,892 \cdot 4,186} \frac{kcal}{kg} \quad \text{et} \quad P_{ci} = \frac{x - 4487,167}{0,892} \frac{kJ}{kg} = \frac{x - 4487,167}{0,892 \cdot 4,186} \frac{kJ}{kg}$$

1.3.3 Discussion des termes correctifs et des sources d'erreurs pour le calcul du P_{cs}

La formule (1) n'est valable que si la combustion ne chauffe que l'eau de refroidissement. Or, il se trouve que la combustion chauffe nécessairement aussi les produits de la réaction, ce qui explique l'introduction des termes correctifs dans l'équation (1). Bien sûr, il y a également d'autres erreurs présentes telles que les pertes dans la machine, les erreurs de mesure ou le fait que les débits ne soient pas tout à fait constants au cours du temps. Toutes ces erreurs doivent être comprises dans les termes correctifs de l'équation (1).

2 Manipulation 2 : Le compresseur

2.1 Introduction

Un compresseur est une machine réceptrice chargée de comprimer un gaz. Dans le cadre de cette manipulation, il s'agit d'un compresseur alternatif à pistons. C'est-à-dire que la variation de volume de l'enceinte de travail est obtenue par déplacement linéaire d'un ou plusieurs pistons dans un ou plusieurs cylindres. Ici le compresseur analysé comporte deux cylindres et deux étages de compression, l'un basse pression et l'autre haute pression.

2.2 But de la manipulation

Établir et interpréter les variations des paramètres de fonctionnement (débit, pression, couple, rendement,...) pour :

- un fonctionnement à vitesse de rotation constante et pression de refoulement variable ;
- un fonctionnement à vitesse de rotation variable et pression de refoulement constante.

2.3 Prédétermination : formule du rendement isotherme en fonction des différents éléments mesurés

Le rendement isothermique global compare la puissance réelle consommée par la machine à une puissance idéale qui, dans ce cas-ci, correspond à la puissance consommée si le fluide était comprimé de manière isotherme. Il est défini comme :

$$\eta_{isoth} = \frac{P_{ideale}}{P_{reelle}} = \frac{P_{isoth}}{P_{meca}}$$

Avec $P_{isoth} = q_m w$ (car système ouvert) et $P_{meca} = \omega C$ où le travail par unité de masse en considérant un gaz parfait vaut :

$$w = \int v dp = RT \int \frac{1}{p} dp = RT \ln \left(\frac{P_{ref}}{P_{atm}} \right)$$
$$\Rightarrow P_{isoth} = q_m RT \ln \left(\frac{P_{ref}}{P_{atm}} \right)$$

avec q_m le débit massique (kg/s), ω la vitesse de rotation des pistons (tours/s), C le couple du moteur (N.m), P_{ref} la pression de refoulement (Pa) et P_{atm} la pression atmosphérique (Pa).

Le débit massique est donné par la formule

$$q_m = \alpha \varepsilon S \sqrt{2 \Delta p \rho_{am}} \quad (6)$$

avec Δp la différence de pression (Pa) et ρ_{am} la masse volumique en amont du débitmètre (kg/m³).

On trouve donc l'expression du rendement isotherme :

$$\eta_{isoth} = \frac{\alpha \varepsilon S \sqrt{2 \Delta p \rho_{am}} RT \ln \left(\frac{P_{ref}}{P_{atm}} \right)}{\omega C} \quad (7)$$

Couple (N.m)	Δp (Pa)	T_{amont} (°C)	T_{ABP} (°C)	T_{RBP} (°C)	T_{AHP} (°C)	T_{RHP} (°C)	P_{interm} (Pa)	P_{ref} (Pa)	P_{amont} (Pa)
8,4366	532	20,9	22,4	73,2	51,3	51,3	130950	100950	101332,59
8,3385	498	21,5	22,9	81,6	55,5	56,4	135950	150950	101293,35
9,2214	462	21,7	23,2	88,9	59,1	60,7	145950	200950	101283,54
9,81	435	22	23,4	96,5	63,3	66	155950	250950	101263,92
10,8891	430	22,2	23,6	103,9	67,5	71,8	170950	300950	101263,92
11,3796	412	22,4	23,8	110,1	70,4	76,6	160950	350950	101254,11
12,0663	394	22,7	24,1	114,8	70,5	84	170950	400950	101234,49
12,5568	394	22,8	24,4	117,8	72,3	92,8	170950	450950	101234,49
13,0473	392	23,3	25	122,2	74,9	102	172950	500950	101224,68
13,4397	386	23,5	25,2	123,8	75,9	108,1	173950	550950	101214,87
14,3226	366	23,7	25,6	125	76,5	114,1	175950	600950	101214,87
14,5188	364	23,9	25,8	126,7	77,3	118,7	175950	650950	101205,06
14,8131	361	24,1	26,1	128,6	78,2	124,4	177950	700950	101195,25
15,3036	356	24,3	26,6	130,4	78,8	129,2	183950	750950	101195,25
15,4998	347	24,6	26,8	131,9	79,9	135	184950	800950	101195,25
15,8922	342	24,8	27,1	133,1	80,4	139,1	185950	850950	101195,25
16,1865	342	25	27,3	134,7	81,1	143,7	186950	900950	101195,25
16,5789	337	25,2	27,6	136	81,8	146,8	188950	950950	101195,25
16,9713	330	25,4	27,7	137,3	82,4	150,3	190950	1000950	101185,44

TABLE 2 – Mesures à vitesse de rotation constante (1100 tpm)

2.4 Fonctionnement à vitesse de rotation constante et pression de refoulement variable

Les mesures ont été effectuées à 1100tpm (115,19 rad/s), à une température ambiante de 20,6°C et une pression atmosphérique de 100950 Pa.

Des résultats de la table 2, on peut déduire (grâce aux formules de la prédétermination) la densité en amont, le débit massique, la puissance mécanique, la puissance isothermique et le rendement dont les résultats sont repris dans la table 3.

2.4.1 Débit massique en fonction de la pression de refoulement

On remarque avec la figure 3 que le débit massique diminue quand la pression de refoulement augmente. Cela vient du fait que le volume de fluide contenu dans les cylindres diminue quand la pression de refoulement augmente et ce malgré l'augmentation de la masse volumique du fluide (en effet, par la loi des gaz parfaits, on sait que $\rho = \frac{p}{RT}$).

2.4.2 Pression intermédiaire en fonction de la pression de refoulement

On remarque sur la figure 4 que la pression intermédiaire augmente avec la pression de refoulement. Le gaz refoulé correspond au gaz sortant de l'étage haute pression où il a été comprimé alors qu'il se trouvait à la pression intermédiaire (car il venait de l'étage basse pression). De fait, la pression de refoulement est effectivement proportionnelle à la pression intermédiaire.

Densité en amont	Débit massique (g/s)	Puissance mécanique (W)	Puissance isotherme (W)	Rendement (%)
1,2004	6,399	971,83	0	0
1,1975	6,184	960,53	209,80	21,84
1,1966	5,955	1062,23	345,68	32,54
1,1952	5,775	1130,03	443,46	39,24
1,1943	5,740	1254,33	528,70	42,15
1,1934	5,616	1310,84	590,14	45,02
1,1920	5,489	1389,94	638,45	45,93
1,1916	5,488	1446,44	692,73	47,89
1,1895	5,470	1502,94	738,86	49,16
1,1885	5,426	1548,14	776,44	50,15
1,1877	5,282	1649,85	794,54	48,16
1,1868	5,265	1672,45	827,55	49,48
1,1859	5,242	1706,35	856,54	50,20
1,1851	5,204	1762,85	880,55	49,95
1,1839	5,135	1785,45	896,84	50,23
1,1831	5,096	1830,65	916,10	50,04
1,1823	5,094	1864,55	940,32	50,43
1,1815	5,055	1909,75	956,15	50,07
1,1806	5,001	1954,95	967,43	49,49

TABLE 3 – Valeurs déduites à vitesse de rotation constante (1100 tpm)

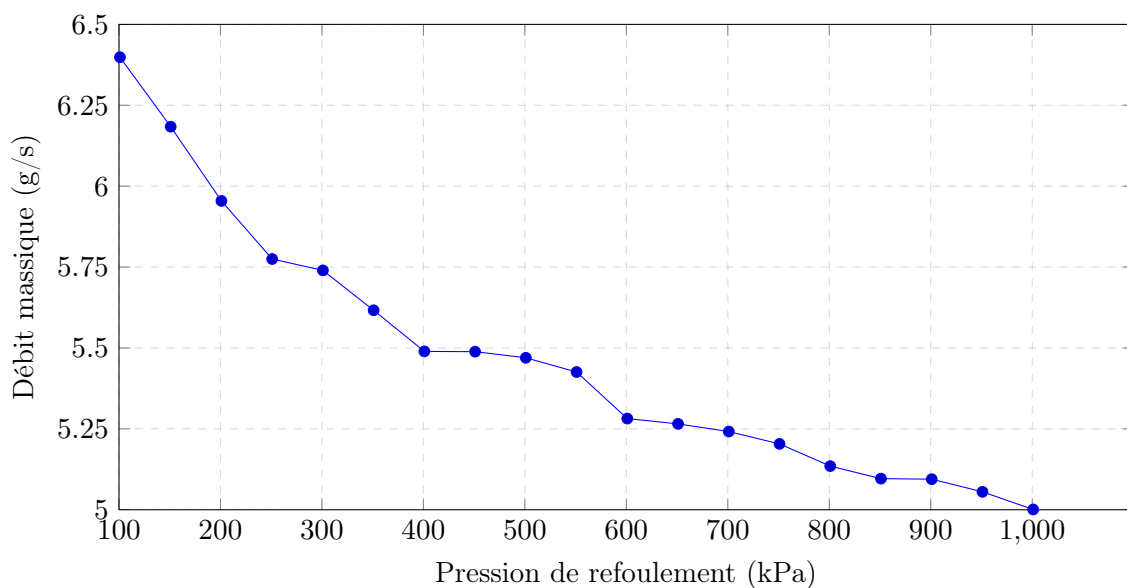


FIGURE 3 – Débit massique en fonction de la pression de refoulement à vitesse de rotation constante

2.4.3 Couple en fonction de la pression de refoulement

On remarque sur la figure 5 que le couple est (pratiquement) linéairement proportionnel à la pression de refoulement. En effet, lorsque la pression de refoulement augmente, les frottements augmentent. Pour conserver une vitesse de rotation constante, la force à développer (le couple) doit donc augmenter.

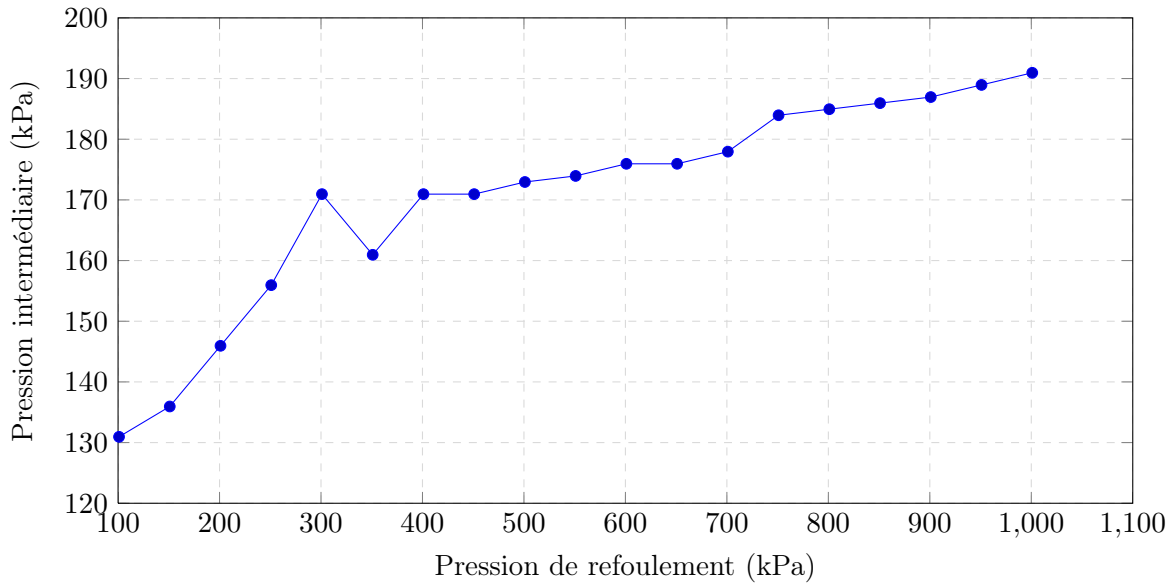


FIGURE 4 – Pression intermédiaire en fonction de la pression de refoulement à vitesse de rotation constante

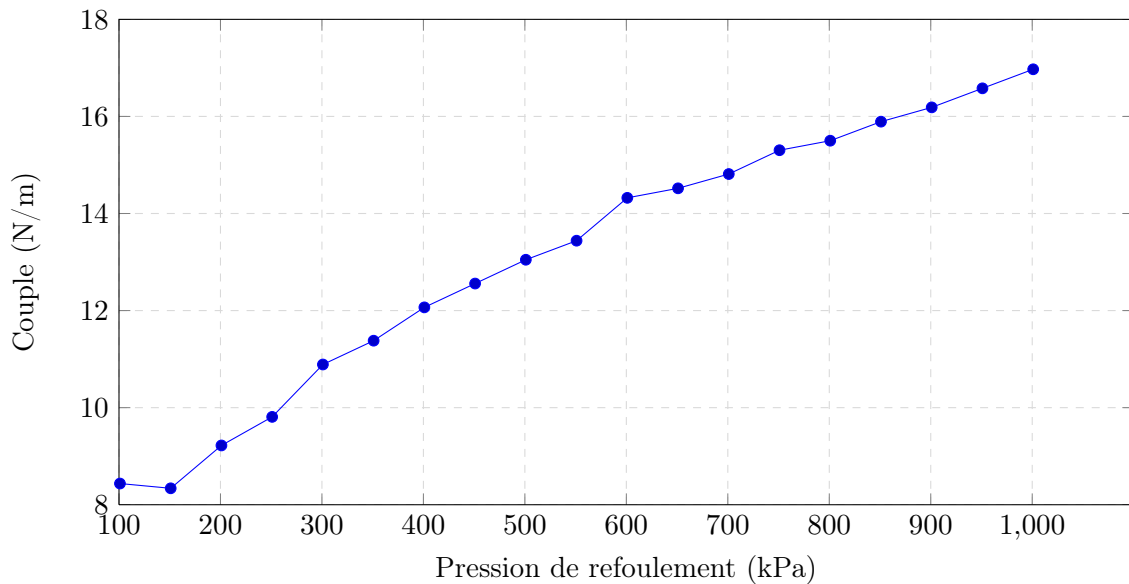


FIGURE 5 – Couple en fonction de la pression de refoulement à vitesse de rotation constante

2.4.4 Rendement isotherme en fonction de la pression de refoulement

On remarque sur la figure 6 que le rendement augmente avec la pression de refoulement jusqu'à atteindre un palier à une valeur d'environ 50 %. En effet, le rendement suit la formule (7). Or nous savons grâce aux graphiques précédents que le débit massique (6) diminue avec la pression de refoulement et que le couple lui, augmente. Le rendement suit donc une croissance logarithmique (quand $\frac{q_m}{C} \approx 1$) et finit par se stabiliser pour de grandes pressions de refoulement car le couple continue de croître quand le débit massique ne diminue plus beaucoup.

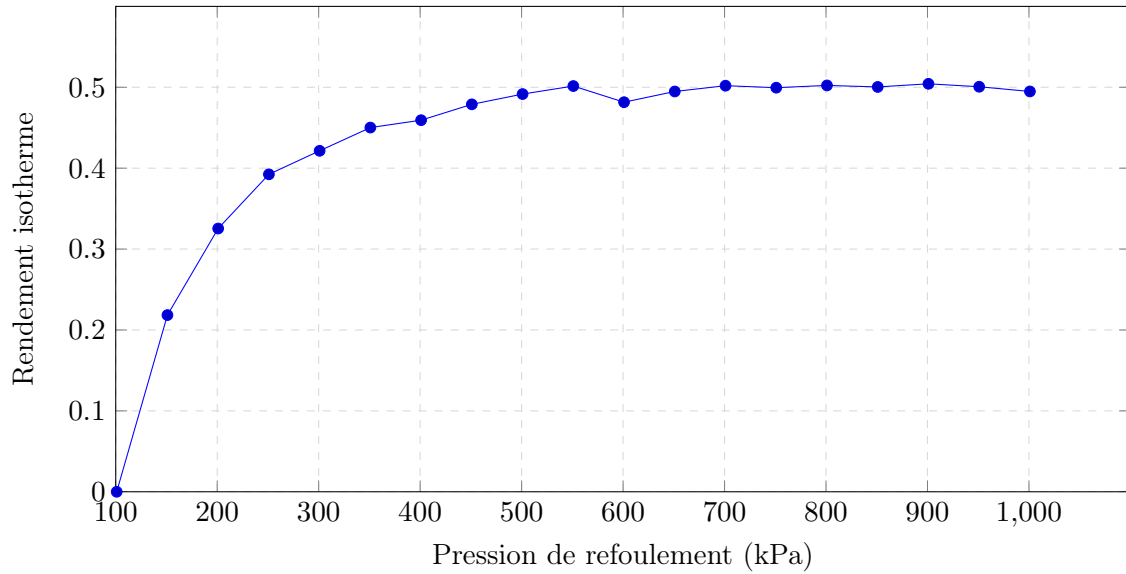


FIGURE 6 – Rendement isotherme en fonction de la pression de refoulement à vitesse de rotation constante

Vitesse (tour/min)	Couple (N.m)	Δp (Pa)	T_{amont} (°C)	T_{ABP} (°C)	T_{RBP} (°C)	T_{AHP} (°C)	T_{RHP} (°C)	P_{interm} (Pa)	P_{amont} (Pa)
800	7848	784800	25,6	27,6	126,1	74,6	135,3	13530000	101087,34
850	8338,5	833850	25,5	27,6	128,6	75,8	138	13800000	101097,15
900	8829	882900	25,6	27,8	130,5	76,9	141,2	14120000	101106,96
950	9319,5	931950	25,8	28	132,7	78,6	144,8	14480000	101126,58
1000	9810	981000	25,9	28	135,4	80,6	147,8	14780000	101146,2
1050	10300,5	1030050	26,2	28,1	137	81,7	149,8	14980000	101165,82
1100	10791	1079100	26,4	28,4	138,8	83,1	152	15200000	101195,25

TABLE 4 – Mesures à pression de refoulement constante (1000950 Pa)

2.5 Fonctionnement à vitesse de rotation variable et pression de refoulement constante

Grâce aux formules de la prédétermination et aux mesures de la table 4, nous pouvons en déduire les résultats suivants présentés dans la table 5.

Densité amont	Débit massique (g/s)	Puissance mécanique (W)	Puissance isotherme (W)	Rendement (%)	Coefficient σ de remplissage
1,1787	4,006	1314,95	775,07	58,94	7,117
1,1792	4,119	1414,59	796,84	56,33	6,883
1,1789	4,307	1507,05	833,20	55,29	6,799
1,1784	4,461	1610,29	863,01	53,59	6,675
1,1782	4,708	1736,14	910,76	52,46	6,693
1,1772	4,879	1855,31	943,88	50,87	6,611
1,1768	5,105	1954,95	987,52	50,51	6,605

TABLE 5 – Valeurs déduites à pression de refoulement constante (1000950 Pa)

2.5.1 Coefficient de remplissage σ_{BP} en fonction de la vitesse de rotation

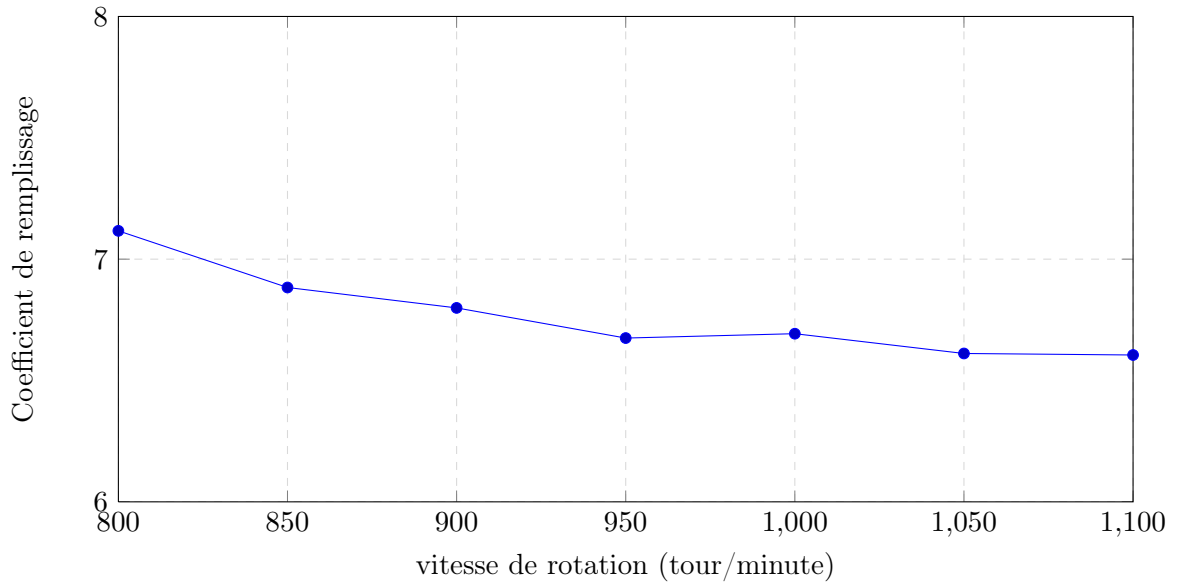


FIGURE 7 – Coefficient de remplissage en fonction de la vitesse de rotation à pression de refoulement constante

On remarque sur la figure 7 que le coefficient de remplissage à basse pression diminue quand la vitesse de rotation augmente. En effet la formule $\sigma_{BP} = \frac{60q_m}{N} \cdot \frac{1}{\rho_{BP}V_{BP}}$ (cf énoncé) nous dit que pour une pression de refoulement constante, q_m , ρ_{BP} et V_{BP} ne varient pas et donc le coefficient de remplissage à basse-pression varie en $\frac{1}{N}$.

2.5.2 Couple en fonction de la vitesse de rotation

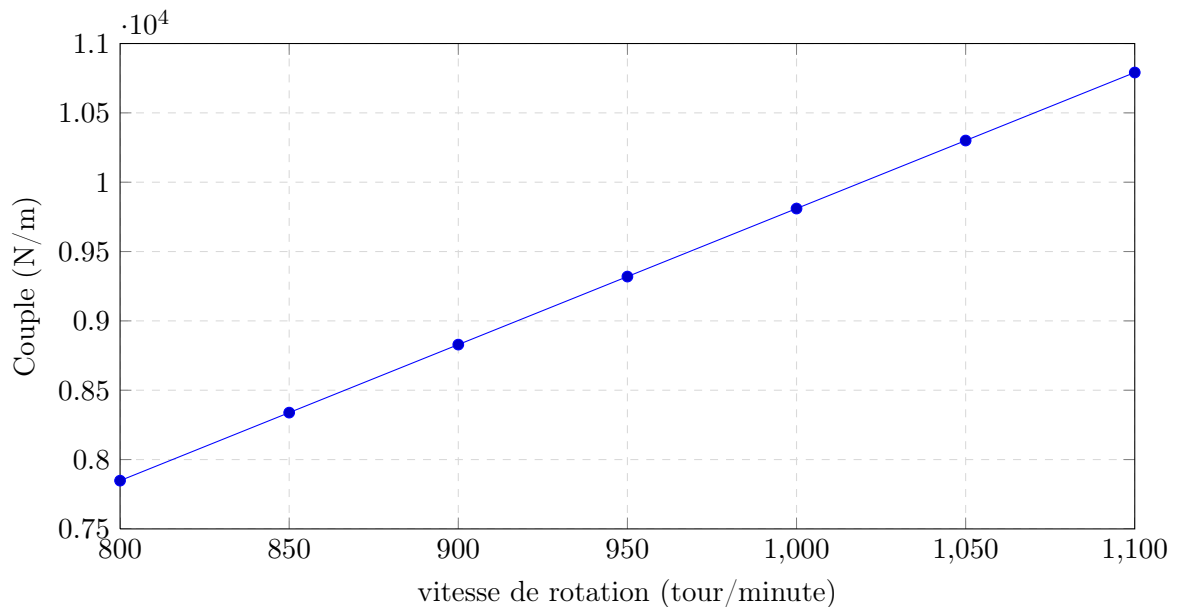


FIGURE 8 – Couple en fonction de la vitesse de rotation à pression de refoulement constante

On remarque sur la figure 8 que le couple augmente avec la vitesse de rotation. En effet, lorsque la vitesse augmente, les forces de frottements augmentent également. Pour

conserver une pression de refoulement constante, la force à développer (le couple) doit donc augmenter.

2.5.3 Rendement isotherme en fonction de la vitesse de rotation

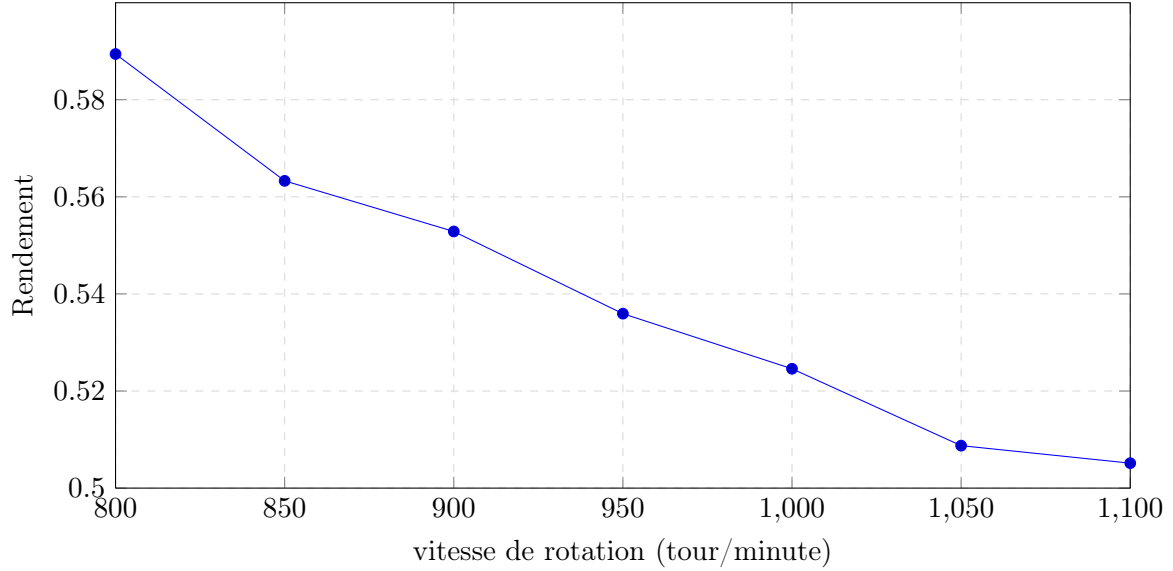


FIGURE 9 – Rendement en fonction de la vitesse de rotation à pression de refoulement constante

On remarque sur la figure 9 que le rendement isotherme diminue quand la vitesse de rotation augmente. À nouveau, il suffit de prendre la formule du rendement isotherme (7). Comme la pression de refoulement est constante et le débit massique également, le dénominateur est constant. Or le dénominateur augmente quand la vitesse augmente (cf figure 8 : si $\omega \nearrow \Rightarrow C \nearrow$). De fait, le rendement isotherme est inversement proportionnel à la vitesse ω .

2.6 Calcul des exposants polytropiques des transformations basse-pression et haute-pression

Pour une transformation polytropique on a :

$$pv^n = C^{te}$$

Par la loi des gaz parfaits :

$$pv = RT \Leftrightarrow v = \frac{RT}{p}$$

d'où

$$pv^n = \frac{R^n T^n}{p^{n-1}} = C^{te}$$

On obtient donc pour les températures et pressions d'entrée et sortie :

$$\begin{aligned} p_e v_e^n &= p_s v_s^n \Leftrightarrow \frac{R^n T_e^n}{p_e^{n-1}} = \frac{R^n T_s^n}{p_s^{n-1}} \\ \Rightarrow \frac{n}{n-1} &= \frac{\ln\left(\frac{p_s}{p_e}\right)}{\ln\left(\frac{T_s}{T_e}\right)} \end{aligned}$$

2.7 Calcul des exposants polytropiques des transformations basse-pression et haute-pression pour un point de fonctionnement quelconque

Prenons par exemple la 8^e mesure faite à vitesse de rotation constante dans la table 2.

2.7.1 Exposant polytropique à basse-pression

$$\frac{n}{n-1} = \frac{\ln\left(\frac{p_{inter}}{p_{amont}}\right)}{\ln\left(\frac{T_{RBP}}{T_{ABP}}\right)} = 1,92 \Rightarrow n = 2,08$$

2.7.2 Exposant polytropique à haute-pression

$$\frac{n}{n-1} = \frac{\ln\left(\frac{p_{ref}}{p_{inter}}\right)}{\ln\left(\frac{T_{RHP}}{T_{AHP}}\right)} = 16,83 \Rightarrow n = 1,06$$

3 Manipulation 3 : Machine Frigorifique

3.1 Installation

La machine frigorifique dont le cycle est représenté à la figure 10, se compose d'un compresseur alimenté par le réseau comprimant le réfrigérant (R134a). Le réfrigérant passe d'abord dans le condenseur où il cède de la chaleur à la cuve remplie d'eau (source chaude). Il est ensuite détendu adiabatiquement avant de passer dans l'évaporateur où il pompe la chaleur de l'eau emplissant la cuve (source froide), pour finalement repasser par le compresseur.

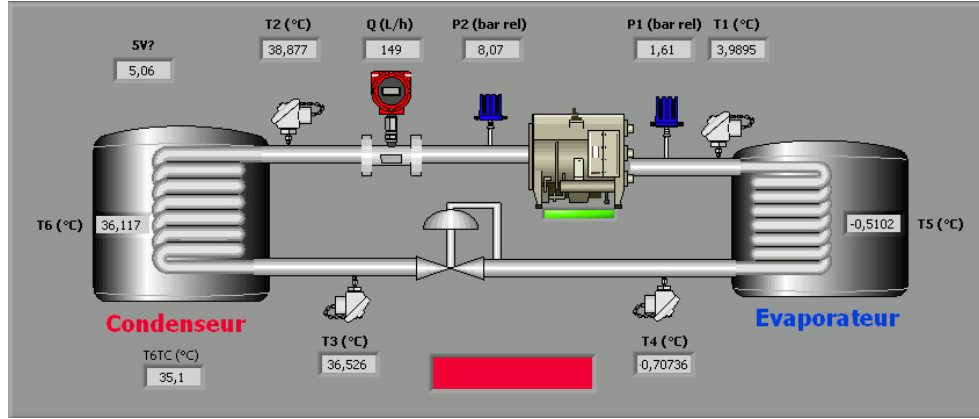


FIGURE 10 – Cycle frigorifique de l'installation

3.2 Étude

3.2.1 Évolution des températures des sources dans le temps

Pour les deux graphiques des températures des sources en fonction du temps (figures 11 et 12), on peut remarquer des perturbations vers 15 et 30 minutes. Ces dernières correspondent à l'ouverture de la cuve pour y mélanger l'eau afin d'homogénéiser la repartition de la température dans la cuve. L'effet escompté n'est pas rencontré et ces zones pathologiques pourraient poser des problèmes lors des calculs se basant sur ces valeurs. On préférera donc relever des valeurs directement adjacentes à ces zones, mais pas internes à ces dernières.

3.2.2 Échanges de chaleur avec les sources

Les flux de chaleur à la source chaude et à la source froide sont calculés à 15, 30 et 45 minutes. L'équation (8) donne l'expression générale de ce flux.

$$\dot{Q} = m_{eau} C_{p,eau} \frac{\Delta T}{\Delta t} \quad (8)$$

La masse de l'eau, m_{eau} , peut être obtenue en multipliant le volume d'eau par sa densité (1000 kg/m^3). La capacité calorifique à pression constante de l'eau, $C_{p,eau}$, vaut $4186 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$. Les résultats sont repris dans les tables 8 et 7, avec des écarts de température ΔT pris sur une minute à environ 15, 30 et 45 minutes.

T_1 (°C)	T_2 (°C)	T_3 (°C)	T_4 (°C)	T_5 (°C)	T_6 (°C)	p_1 (bar)	p_2 (bar)	Q (l/h)
5,786	28,87	29,336	15,074	1,388	33,822	1,93	7,132	158,141
3,568	32,344	31,844	15,934	1,089	33,944	1,741	7,294	135,807
3,601	33,973	32,864	7,592	0,928	34,529	1,55	7,435	141,536
3,868	34,971	33,554	3,112	0,744	34,94	1,581	7,429	152,667
4,067	35,622	33,995	1,573	0,478	35,278	1,604	7,587	148,938
4,188	36,102	34,41	0,822	-0,125	35,686	1,581	7,753	154,122
4,288	36,626	34,799	0,365	-0,37	35,926	1,601	7,682	158,105
4,343	37,005	35,04	0,032	-0,358	36,212	1,591	7,756	154,303
4,266	37,406	35,402	-0,141	-0,44	36,497	1,621	7,864	150,757
4,222	37,759	35,714	-0,279	-0,207	36,734	1,55	8,06	152,357
4,166	38,086	35,906	-0,441	-0,557	36,994	1,779	8,009	148,956
4,144	38,413	36,193	-0,534	-0,37	37,301	1,691	8,101	150,684
4,056	38,622	36,288	-0,626	-0,475	36,497	1,646	8,04	149,011
3,99	38,969	36,502	-0,719	-0,534	36,212	1,776	8,084	148,975
3,846	39,384	36,787	-0,765	-0,569	36,711	1,566	8,137	145,41
3,768	39,591	37	-0,847	-0,674	36,947	1,583	7,849	163,724
3,479	39,43	36,478	-0,568	-0,323	36,236	1,68	8,089	156,322
3,033	39,774	36,858	-0,731	-1,39	36,9	1,587	8,302	143,373
2,742	40,593	37,236	-0,87	-2,42	37,723	1,629	8,446	141,536
2,607	41,695	37,471	-0,963	-2,159	38,073	1,663	8,493	139,918
2,495	42,649	37,729	-1,056	-2,135	38,422	1,537	8,632	136,226
2,394	43,482	37,94	-1,079	-2,075	38,654	1,517	8,642	133,77
2,304	44,24	38,15	-1,091	-2,467	39,207	1,6	8,778	132,588
2,202	44,97	38,429	-1,056	-2,646	39,574	1,571	8,881	131,715
2,146	45,65	38,591	-1,149	-2,777	39,734	1,596	8,898	130,569
1,999	46,26	38,8	-1,16	-2,909	40,235	1,562	8,937	130,515
1,943	46,906	39,008	-1,23	-2,992	40,642	1,547	9,027	130,46
1,863	47,546	39,192	-1,265	-3,064	40,822	1,623	9,154	130,497
1,795	48,18	39,468	-1,335	-3,196	41,047	1,524	9,119	128,441
1,727	48,767	39,077	-1,335	-1,898	39,276	1,545	8,907	138,281
1,535	49,408	39,169	-1,23	-2,563	39,505	1,544	8,737	132,479
1,353	49,944	39,192	-1,417	-3,616	38,654	1,494	9,095	128,642
1,216	50,456	39,674	-1,534	-3,676	40,007	1,525	9,211	124,386
1,091	50,944	40,062	-1,569	-3,652	40,348	1,482	9,393	124,968
1,011	51,37	40,244	-1,604	-3,869	40,89	1,475	9,369	124,913
0,931	51,812	40,448	-1,674	-4,002	41,092	1,53	9,377	123,167
0,885	52,193	40,629	-1,721	-4,11	41,74	1,625	9,438	123,258
0,851	52,591	40,832	-1,779	-4,159	41,984	1,468	9,55	121,549
0,828	53,004	41,035	-1,803	-4,231	42,073	1,493	9,607	123,204
0,737	53,378	41,259	-1,838	-4,316	42,537	1,437	9,768	121,221
0,691	53,767	41,349	-1,967	-4,413	42,581	1,431	9,688	124,931
0,714	54,135	41,662	-1,896	-4,376	43,02	1,418	9,836	121,276
0,714	54,5	41,84	-1,99	-4,57	43,238	1,364	9,842	121,167
0,668	54,863	42,062	-1,943	-4,51	43,303	1,559	9,876	121,458
0,634	55,223	42,284	-1,99	-4,57	43,868	1,373	9,937	119,73
0,622	55,58	42,438	-2,002	-4,607	43,846	1,414	10,025	119,457
0,553	55,935	42,659	-2,025	-4,619	44,234	1,37	10,173	119,548

TABLE 6 – Mesures ; une mesure toutes les minutes

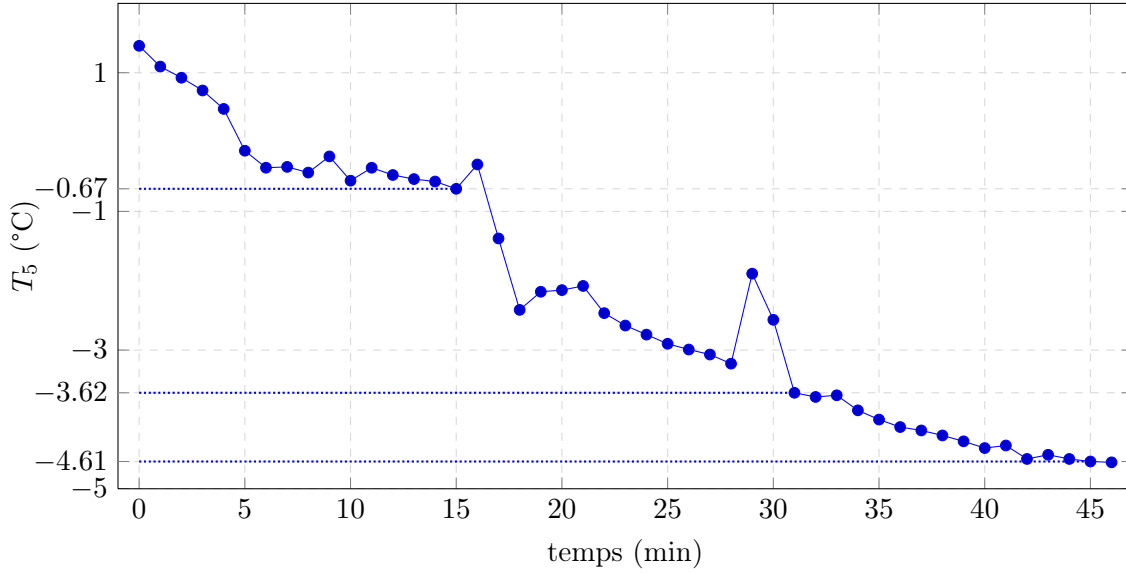


FIGURE 11 – Température de la source froide en fonction du temps

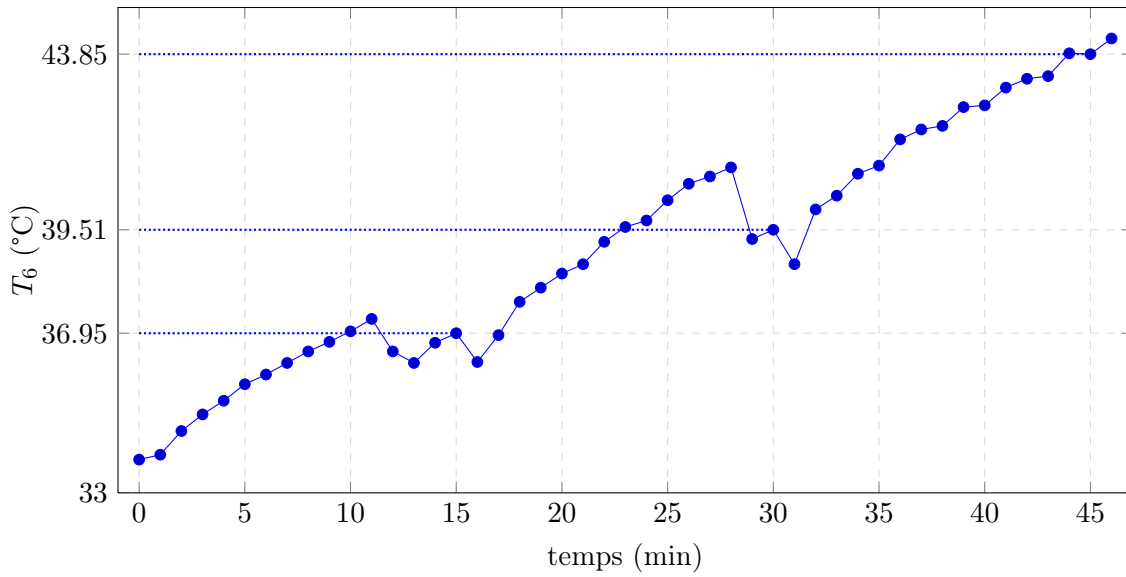


FIGURE 12 – Température de la source chaude en fonction du temps

Temps (min)	$Volume_{eau} (m^3)$	ΔT	$\Delta t (s)$	$\dot{Q}_C (J/s)$
14 et 15	0,01263	(36,947 - 36,711)	60	207,95
29 et 30		(39,505 - 39,272)		205,31
44 et 46		(44,243 - 43,868)	120	165,22

TABLE 7 – Calcul du flux de chaleur vers la source chaude à différents instants

On peut remarquer que les valeurs obtenues pour \dot{Q}_F semblent trop faibles comparées à celles de \dot{Q}_C . Une telle différence donnerait des pertes calorifiques particulièrement élevées. Un défaut dans l'appareillage ainsi que dans la prise de mesures ne pouvant être écarté, il vaut mieux baser les calculs sur d'autres mesures à savoir T_4 et T_1 , les températures d'entrée et de sortie du fluide réfrigérant dans l'évaporateur (source froide).

Temps (min)	$Volume_{eau} (m^3)$	ΔT	$\Delta t (s)$	$\dot{Q}_F (J/s)$
14 et 15	0,01230	(-0,674 + 0,569)	60	-90,10
31 et 32		(-3,676 + 3,616)		-51,49
45 et 46		(-4,619 + 4,607)		-10,30

TABLE 8 – Calcul du flux de chaleur vers la source froide à différents instants

Soit le premier principe pour un système ouvert stationnaire :

$$\dot{Q} + \dot{W} = \sum_{entree} \dot{m}_e h_e + \sum_{sortie} \dot{m}_s h_s \quad (9)$$

Le travail étant nul lors de l'échange de chaleur :

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \sum_{entree} \dot{m}_e h_e + \sum_{sortie} \dot{m}_s h_s \\ \dot{Q}_F &= \dot{m}_{R134a} (h_1 - h_4) \end{aligned} \quad (10)$$

Le débit massique de R134a peut être déterminé à l'aide de la formule suivante :

$$\dot{m}_{R134a} = \frac{\dot{V}}{v}$$

où \dot{V} est le débit volumique et v est le volume massique. Le débit volumique en l/h (donné dans la table 6) peut être converti en m^3/s grâce à la relation suivante :

$$1 \frac{l}{h} = \frac{10^3}{3600} \frac{m^3}{s}$$

Les résultats de l'équation (10) sont repris dans la table 9 qui est remplie à l'aide d'un diagramme p-h.

Temps (min)	$T_1 (^\circ C)$	$T_4 (^\circ C)$	$p_1 (bar)$	$p_4 (bar)$	$h_4 (\frac{kJ}{kg})$	$h_1 (\frac{kJ}{kg})$	$\dot{m}_{R134a} (\frac{kg}{s})$	$\dot{Q}_F (W)$
15	3,99	-0,719	1,776	1,776	230	390	$1,39 \cdot 10^{-3}$	222,4
30	1,795	-1,335		1,524	255	385	$1,54 \cdot 10^{-3}$	200,2
45	0,553	-2,025		1,37	260	380	$1,49 \cdot 10^{-3}$	178,2

TABLE 9 – Calcul du flux de chaleur vers la source froide à différents instants ; méthode alternative

On peut maintenant remarquer que les valeurs semblent plus correctes, puisque plus proches des valeurs de \dot{Q}_C .

3.2.3 Travail, rendement et efficacité du compresseur

Travail du compresseur Le compresseur étant adiabatique, on peut exprimer sa puissance à partir du premier principe donné à l'équation (9) :

$$\dot{W} = \dot{m}_{R134a} \Delta h \quad (11)$$

$$\dot{W} = \frac{\dot{V}}{v} (h_2 - h_1) \quad (12)$$

À l'aide de l'équation (12), des mesures et du diagramme p-h, on peut dresser la table 10.

Temps (min)	p_1 (bar)	p_2 (bar)	T_1 (°C)	T_2 (°C)	$h_1(\frac{kJ}{kg})$	$h_2(\frac{kJ}{kg})$	$\dot{V}(\frac{m^3}{s})$	$v(\frac{m^3}{kg})$	\dot{W}_{comp} (W)
15	1,583	7,849	3,768	39,591	306	325	$4,548.10^{-5}$	0,028	30,8
30	1,544	8,737	1,535	49,408	301	335	$3,680.10^{-5}$	0,025	50,0
45	1,414	10,025	0,622	55,58	304	337	$3,32.10^{-5}$	0,023	47,6

TABLE 10 – Calcul de la puissance du compresseur à différents instants

Rendement du compresseur Son rendement est donné par l'équation suivante :

$$\eta_{comp} = \frac{\dot{W}_{comp}}{P_{elec}} \quad (13)$$

où P_{elec} est la puissance électrique fournie au compresseur. Celle-ci était directement fournie par un compteur. La table 11 reprend ces différentes valeurs.

Temps (min)	P_{elec} (W)	\dot{W}_{comp} (W)	η_{comp}
15	177,77	30,8	0,173
30	167,44	50,0	0,300
45	163,64	47,6	0,291

TABLE 11 – Calcul du rendement du compresseur à différents instants

Le faible rendement est imputable aux énormes pertes entre l'alimentation électrique et le compresseur.

Efficacité du compresseur L'efficacité d'un compresseur est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_{comp} = \frac{\dot{Q}_F}{\dot{W}_{comp}} \quad (14)$$

où \dot{Q}_F est la chaleur échangée avec la source froide telle que calculée dans la table 9.

Temps (min)	\dot{Q}_F (W)	\dot{W}_{comp} (W)	ε_{comp}
15	222,4	30,8	7,22
30	200,2	50,0	4,00
45	178,2	47,6	3,74

TABLE 12 – Calcul de l'efficacité du compresseur à partir de sa puissance

L'efficacité calculée dans la table 12 n'est pas particulièrement fiable à cause des pertes conséquentes dans l'alimentation du compresseur. Il est dès lors plus précis de calculer ce rendement en substituant la puissance électrique à la puissance du compresseur dans l'équation (14). C'est ce qui est fait dans la table 13.

Temps (min)	\dot{Q}_F (W)	\dot{P}_{elec} (W)	ε_{comp}
15	222,4	177,77	1,25
30	200,2	167,44	1,19
45	178,2	163,64	1,09

TABLE 13 – Calcul de l'efficacité du compresseur à partir de la puissance électrique

Notons que le *coefficient de performance* (COP) est donné par l'efficacité du cycle frigorifique, c'est-à-dire l'efficacité du compresseur dans le cas présent.

3.2.4 Rendement exergetique de la machine

Le rendement exergetique est donné par la relation suivante :

$$\eta_{ex} = \frac{\varepsilon_{fr}}{\varepsilon_{fr,Carnot}} \quad (15)$$

où ε_{fr} est l'efficacité du cycle frigorifique, c'est-à-dire celle du compresseur, et où $\varepsilon_{fr,Carnot}$ est l'efficacité du cycle frigorifique de Carnot donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_{fr,Carnot} = \frac{1}{\frac{T_C}{T_F} - 1} \quad (16)$$

où T_C et T_F sont respectivement la température de la source chaude et de la source froide (T_6 et T_5 dans la table 6).

Temps (min)	T_C (K)	T_F (K)	$\varepsilon_{fr,Carnot}$	ε_{fr}	η_{ex}
15	310,097	272,476	7,24	1,25	0,173
30	312,655	270,587	6,43	1,19	0,185
45	316,996	268,543	5,54	1,09	0,197

TABLE 14 – Calcul du rendement exergetique de l'installation frigorifique

La table 14 fait apparaître des rendements relativement faibles qui peuvent s'expliquer par les pertes dans le circuit.

3.2.5 Pertes thermiques de la machine

Le circuit n'étant pas parfait, il subit des pertes thermiques \dot{Q}_{pertes} qui peuvent être déterminées grâce au premier principe :

$$\dot{Q}_F - \dot{Q}_C + \dot{W}_{comp} - \dot{Q}_{pertes} = 0 \quad (17)$$

Temps (min)	\dot{Q}_F (W)	\dot{Q}_C (W)	\dot{W}_{comp} (W)	\dot{Q}_{pertes} (W)
15	222,4	207,95	30,8	45,25
30	200,2	205,31	50,0	44,89
45	178,2	165,22	47,6	57,98

TABLE 15 – Calcul des pertes thermiques dans le circuit frigorifique

Les résultats de la table 15 indiquent que les pertes sont non négligeables puisqu'elles sont plus importantes que la puissance du compresseur. Cependant, leur stabilité indique une cohérence dans les résultats précédents.

3.2.6 Rapport des pressions

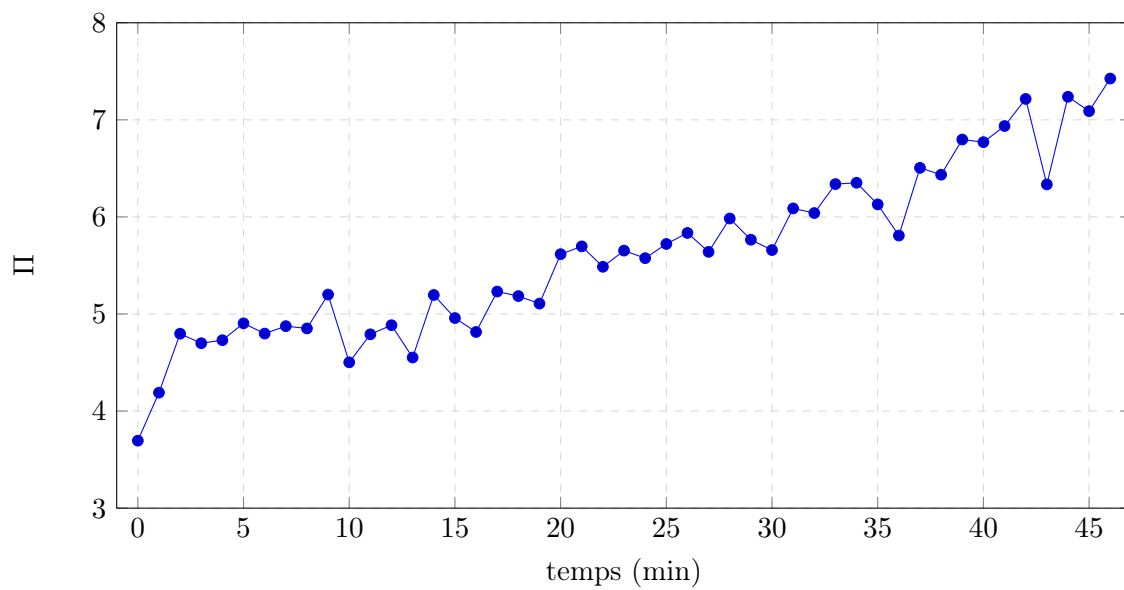


FIGURE 13 – Rapport des pressions en fonction du temps

4 Manipulation 4 : Hygrométrie

La manipulation consistait à évaluer l'humidité relative de l'air ambiant, en utilisant trois appareils de mesures différents : l'hygromètre à cheveux, le psychromètre d'Assmann, et l'hygromètre à point rosée. Les mesures ont été prises dans les conditions suivantes :

- température de l'air ambiant : 23,5°C ;
- pression de l'air ambiant : 1028 hPa.

4.1 Prédéterminations

4.1.1 Démonstration 1

En prenant un barreau de longueur élémentaire dx et de section S , on peut écrire la densité de flux de chaleur à partir de la loi de Fourier :

$$q_x = -k \frac{dT}{dx} \quad \text{avec } q_x = \frac{\dot{Q}}{S} \text{ et } k = \text{le coefficient de conductibilité thermique}$$

Par ailleurs, le flux de chaleur échangé par convection avec l'air ambiant est donné par :

$$\dot{Q} = h S_L \Delta T \quad \text{où } \begin{cases} h = \text{le coefficient d'échange par convection} \\ S_L = \text{surface latérale du barreau} = p \cdot dx \text{ (avec } p = \text{périmètre de la section } S) \\ \Delta T = \text{différence de température entre le barreau et l'air ambiant} = T_a - T \end{cases}$$

Si l'on considère que le rayonnement de la barre est négligeable, par conservation de l'énergie, les deux flux de chaleur sont bien égaux :

$$\begin{aligned} \Rightarrow -kS \frac{dT}{dx} &= h S_L \Delta T \\ \Leftrightarrow -kS \frac{dT}{dx} &= h(pdx)(T_a - T) \\ \Leftrightarrow -\frac{dT}{dx} &= \frac{hp}{kS}(T_a - T)dx \end{aligned}$$

En dérivant l'équation par rapport à x , on obtient :

$$\Rightarrow -\frac{d^2T}{dx^2} = \frac{hp}{kS}(T_a - T)$$

$$\text{En posant : } \begin{cases} T_a - T = \theta \\ \frac{hp}{kS} = \omega^2 \end{cases} \Rightarrow \frac{d\theta}{dx} = -\frac{dT}{dx} \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dx^2} = -\frac{d^2T}{dx^2}$$

on arrive bien à l'équation :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = \omega^2 \theta$$

4.1.2 Démonstration 2

Intégrons maintenant l'équation obtenue avec les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \frac{d^2\theta}{dx^2} = \omega^2 \theta \\ \theta_1 = T_a - T_1 \quad \text{en } x = 0 \\ \theta_2 = T_a - T_2 \quad \text{en } x = L \end{cases}$$

$$\theta'' - \omega^2 \theta = 0$$

À partir de l'équation caractéristique : $\lambda^2 = \omega^2 \rightarrow \lambda = \pm\omega$
on obtient la solution générale homogène (SGEH) : $\theta = C_1 e^{\omega x} + C_2 e^{-\omega x}$

$$CL : \begin{cases} x = 0 : & \theta_1 = C_1 + C_2 \\ x = L : & \theta_2 = C_1 e^{\omega L} + C_2 e^{-\omega L} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = \theta_1 - C_2 \\ \theta_2 = (\theta_1 - C_2) e^{\omega L} + C_2 e^{-\omega L} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_1 = \frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-\omega L}}{e^{\omega L} - e^{-\omega L}} \\ C_2 = \frac{\theta_1 e^{\omega L} - \theta_2}{e^{\omega L} - e^{-\omega L}} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta(x) = e^{\omega x} \left(\frac{\theta_2 - \theta_1 e^{-\omega L}}{e^{\omega L} - e^{-\omega L}} \right) + e^{-\omega x} \left(\frac{\theta_1 e^{\omega L} - \theta_2}{e^{\omega L} - e^{-\omega L}} \right)$$

$$\text{En } x = \frac{L}{2} : \quad \theta\left(\frac{L}{2}\right) = \theta_3 = e^{\omega \frac{L}{2}} C_1 + e^{-\omega \frac{L}{2}} C_2$$

$$\Leftrightarrow \theta_3 (e^{\omega L} - e^{-\omega L}) = \theta_2 e^{\omega \frac{L}{2}} - \theta_1 e^{-\omega \frac{L}{2}} + \theta_1 e^{\omega \frac{L}{2}} - \theta_2 e^{-\omega \frac{L}{2}}$$

$$\Leftrightarrow \theta_3 (e^{\omega L} - e^{-\omega L}) = \theta_1 (e^{\omega \frac{L}{2}} - e^{-\omega \frac{L}{2}}) + \theta_2 (e^{\omega \frac{L}{2}} - e^{-\omega \frac{L}{2}})$$

$$\Leftrightarrow \theta_3 (e^{\omega L} - e^{-\omega L}) = (\theta_1 + \theta_2) (e^{\omega \frac{L}{2}} - e^{-\omega \frac{L}{2}})$$

$$\Leftrightarrow \theta_3 \sinh(\omega L) = (\theta_1 + \theta_2) \sinh\left(\omega \frac{L}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow \theta_3 2 \sinh\left(\omega \frac{L}{2}\right) \cosh\left(\omega \frac{L}{2}\right) = (\theta_1 + \theta_2) \sinh\left(\omega \frac{L}{2}\right)$$

On arrive bien à la relation voulue :

$$\frac{\theta_1 + \theta_2}{2\theta_3} = \cosh\left(\omega \frac{L}{2}\right) \quad (18)$$

4.2 Hygromètre à cheveux

L'appareil étant extrêmement simple à utiliser, il suffit de lire directement la valeur de l'humidité relative de l'air. La valeur indiquée était de 51 %.

4.3 Le psychromètre d'Assmann

Après avoir relevé la température du thermomètre humide à intervalles réguliers pendant 10 minutes, ainsi que celle du thermomètre sec au début et à la fin de la manipulation, voici les valeurs obtenues :

- Thermomètre sec : 23,8°C (au début), 23,6°C (à la fin).
- Thermomètre humide : voir table 16 et figure 14.

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	90	120
T (°C)	20,1	18,5	17,5	17	16,6	16,4	16,4	16	16
t (s)	150	180	210	240	270	300	330	360	390
T (°C)	15,8	15,6	15,5	15,6	15,6	15,5	15,7	15,4	15,3
t(s)	420	450	480	510	540	570	600		
T (°C)	15,4	15,4	15,4	15,4	15,3	15,5	15,5		

TABLE 16 – Température du thermomètre humide en différents instants

On observe un palier aux alentours de 15,4°C.

En prenant comme valeurs de température 23,7°C pour le thermomètre sec et 15,4°C (palier) pour le thermomètre humide, et en les portant sur le diagramme psychrométrique fourni, on obtient 42 % pour la valeur de l'humidité relative de l'air.

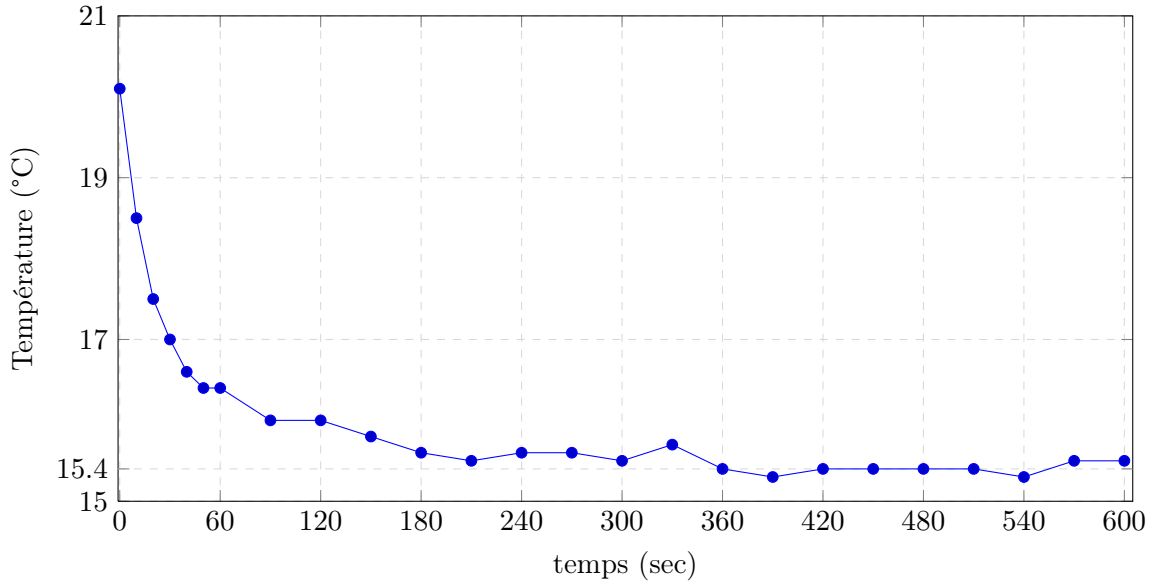


FIGURE 14 – Température du thermomètre humide en fonction du temps

L'autre façon pour déterminer l'humidité relative est d'utiliser sa définition (équation (19)) ainsi que la formule des météorologistes (équation (20)).

$$\varphi = \frac{P_v}{P'_v} \quad (19)$$

$$P_v = P'_v(T_h) - \frac{M_a}{M_v} P_{atm} A (T_s - T_h) \quad (20)$$

Les valeurs des différents paramètres sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} M_a = 28,86 \frac{g}{mole} \quad \text{et} \quad M_v = 18 \frac{g}{mole} \\ A = \frac{C_{p_a}}{L_v|_{T_h}} \quad \text{avec} \quad C_{p_a} = 1,004 \frac{kJ}{kg.K} \quad \text{et} \quad L_v = 2463 \frac{kJ}{kg} \quad (\text{à } T = 288,55K) \\ \Rightarrow A = \frac{1,004}{2463} = 4,08 \cdot 10^{-4} K^{-1} \\ P'_v|_{T_h=288,55K} = 1817 Pa \quad \text{et} \quad P'_v|_{T_s=296,85K} = 2982 Pa \end{array} \right.$$

En remplaçant les termes par leur valeur respective dans l'équation (20), on obtient :

$$P_v = 1817 - \frac{28,86}{18} \cdot 102800 \cdot 4,08 \cdot 10^{-4} \cdot (23,7 - 15,4) = 1258,84 Pa$$

ce qui permet de calculer l'humidité relative avec la définition (19) :

$$\varphi = \frac{1258,84}{2982} = 0,4221 = 42,21\%$$

4.4 L'hygromètre à point rosée

Voici les valeurs mesurées lors de l'expérience :

- extrémité froide maintenue à $T = -23,9^\circ\text{C}$;
- extrémité chaude maintenue à $T = 13,5^\circ\text{C}$;
- longueur totale de la barre de cuivre : 25 cm ;

- front de glace à 11 cm ;
- front de rosée à 21,2 cm ;
- thermocouples dont la température est obtenue via la constante des thermocouples $25,806 \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{mV}}$:

Position (cm)	0	5	10	15	20	25
Tension (mV)	-1,52	-1,28	-1,06	-0,86	-0,68	-0,54
Température ($^{\circ}\text{C}$)	-39,225	-33,032	-27,354	-22,193	-17,548	-13,935

TABLE 17 – Mesure des tensions des thermocouples en fonction de leur position et calcul de leur température

Pour déterminer l'offset dû à la calibration de l'appareil, on regarde la distance du front de glace, dont la température réelle est de 0°C , et sa valeur mesurée. Le front se situe à 11 cm. Comme aucun thermocouple n'est placé à cet endroit, on fait une interpolation linéaire entre les valeurs de 10 et 15 cm. La température à 11 cm serait donc :

$$T = -27,354 + \frac{-22,193 + 27,354}{5} = -26,3218^{\circ}\text{C}$$

qui est par conséquent la valeur de l'offset. En tenant compte de l'offset, on obtient les bonnes valeurs de température telle que présentées dans la table 18 :

Position (cm)	0	5	10	15	20	25
Température ($^{\circ}\text{C}$)	-12,903	-6,710	-1,033	4,129	8,774	12,387

TABLE 18 – Température des thermocouples en fonction de leur position

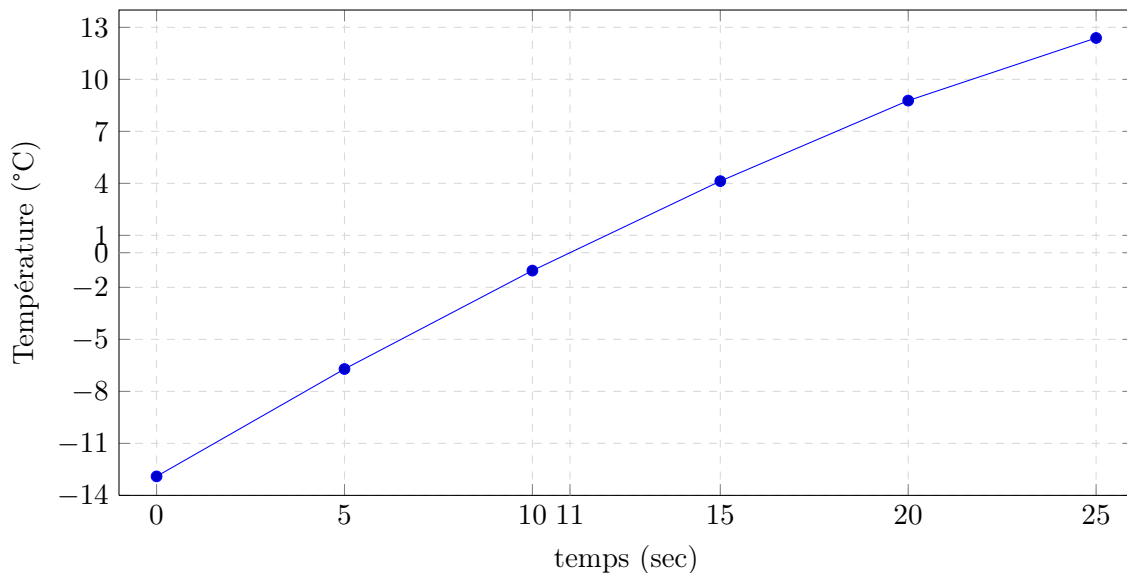


FIGURE 15 – Température du thermomètre humide en fonction du temps

T_{ab} est la température à la position du front de rosée (21,2 cm). Elle correspond à $9,641^{\circ}\text{C}$. À partir des tables de l'eau, on peut déterminer la pression de saturation à cette température, qui équivaut à la pression partielle de la vapeur d'eau dans l'air ambiant :

$$p'_v(T_{ab}) = p_v = 1149,5 \text{ Pa}$$

À partir de ces valeurs et en utilisant la définition, on peut calculer l'humidité relative :

$$\varphi = \frac{p_v}{p'_v} = \frac{1149,5}{2812} = 40,88\%$$

4.5 Calcul du coefficient d'échange par convection h

Le calcul du coefficient se fait en partant de l'équation (18), avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} L = 25cm \\ \theta_1 = T_a - T(x = 0cm) = 23,5 - (-12,903) = 36,403^\circ\text{C} \\ \theta_2 = T_a - T(x = 25cm) = 23,5 - 12,387 = 11,113^\circ\text{C} \\ \theta_3 = T_a - T(x = 12,5cm) = 23,5 - 1,548 = 21,952^\circ\text{C} \end{array} \right.$$

(avec $T(x = 12,5cm)$ obtenu par interpolation linéaire à partir des mesures)

$$\Rightarrow \cosh(0,125.\omega) = \frac{36,403 + 11,113}{2.21,952} = 1,082$$

$$\Leftrightarrow \omega = \frac{\text{acosh}(1,082)}{0,125} = 3,22m^{-1}$$

$$\text{Comme } \omega^2 = \frac{h.p}{S.k} \quad \Leftrightarrow \quad h = \omega^2 \frac{S.k}{p}, \text{ où : } \left\{ \begin{array}{l} S = 10^{-4}m^2 \\ k = 400 \frac{W}{mK} \\ p = 2.0,025 + 2.0,004 = 0,058m \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow h = 3,22^2 \cdot 10^{-4} \frac{400}{0,058} = 7,15 \frac{W}{m^2K}$$

4.6 Discussion sur les résultats des trois appareils

Voir table 19.

	Hygromètre à cheveux	Psychromètre d'Assmann	Hygromètre à point rosée
Humidité relative	51 %	42 % et 42,2 %	40,88 %
Avantages	Facilité d'utilisation Peu encombrant	Le plus précis des 3 appareils Peu encombrant	Mesures de température plus précises
Inconvénients	Très peu précis	Surveillance nécessaire pour déterminer le palier du thermomètre humide Projeter son haleine sur les bulbes des thermomètres peut fausser la mesure	Encombrant Peu précis pour la mesure de la position sur la latte Nécessite une machine frigorifique et des thermocouples

TABLE 19 – Comparaison des 3 appareils