Thermodynamique générale et technique
Rappel sur les échangeurs de chaleur

Christophe Riga

Novembre 2009

1 Introduction

Etudions le cas général d'un échangeur de chaleur, représenté à la figure 1. Imaginons que l'échange de chaleur se fasse de la branche supérieur vers la branche inférieure.

Nous pouvons tout d'abord constater trois choses :

- Etant donnée qu'il s'agit d'un échangeur de chaleur, la pression restera constante dans chaque branche de l'échangeur et nous pouvons donc dire $P_1 = P_2$ et $P_3 = P_4$
- L'échangeur s'insérant dans un système plus important (un cycle par exemple), les points 1 et 3 seront fixés par l'appareil se trouvant en amont (généralement un compresseur, une turbine, une pompe,...). L'échangeur ne contrôle donc que les températures 2 et 4.
- L'échangeur complet (entouré par le rectangle pointillé) est généralement un système adiabatique. Tout l'échange de chaleur se fera donc entre les deux branches, aucun échange de chaleur n'a lieu avec l'extérieur.

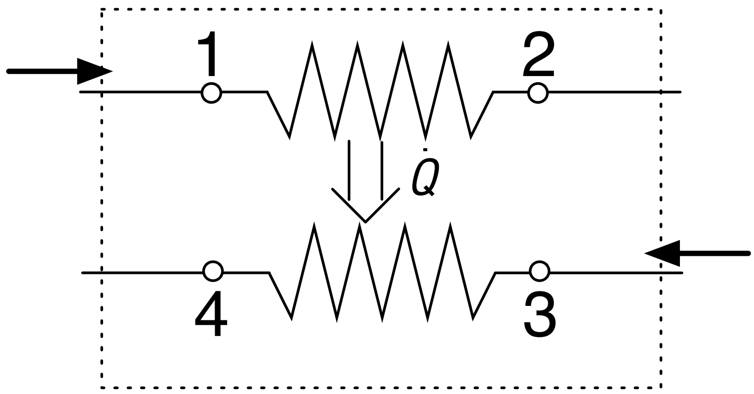

Fig. 1 – Echangeur de chaleur contre-courant

Ecrivons le premier principe sur le système complet (rectangle pointillé) :

$$\frac{dU}{dt} + \sum_s \dot{m}_s h_s - \sum_e \dot{m}_e h_e = \dot{Q} + \dot{W} \tag{1}$$

Nous simplifierons ce premier principe utilisant les hypothèses :
– Système adiabatique $\dot{Q} = 0$
– Sytème permanent $\frac{dU}{dt} = 0$
– Pas de travail effectué dans le système $\dot{W} = 0$

$$\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_4 h_4 - \dot{m}_1 h_1 - \dot{m}_3 h_3 = 0 \tag{2}$$

Etant donné que $\dot{m}_2 = \dot{m}_1$ et $\dot{m}_3 = \dot{m}_4$ par conservation du débit dans chaque branche, nous pouvons réécrire :

$$\dot{m}_1(h_2 - h_1) + \dot{m}_3(h_4 - h_3) = 0 \tag{3}$$

Notons que nous n'avons utilisé pour le moment que le premier principe. Le second principe nous enseignera, quant à lui qu'il faut à tout prix $T_1 \geq T_4$ et $T_2 \geq T_3$. En effet, on n'échange de la chaleur que d'un corps chaud vers un corps froid !

Etant donné le sens du transfert de chaleur, notons également que $T_1 > T_3$

2 Cas particulier

Intéressons nous premièrement au cas particulier suivant :
– Le même gaz parfait circule dans les deux branches, ET
– Le débit est le même dans les deux branches.

Dans ce cas, l'équation 3 devient :

$$\dot{m}C_p(T_2 - T_1) + \dot{m}C_p(T_4 - T_3) = 0 \tag{4}$$

et finalement en simplifiant par $\dot{m}$ et C_p nous trouvons une relation directe entre les températures :

$$T_2 - T_1 + T_4 - T_3 = 0 \tag{5}$$

Nous avons donc 4 températures, dont deux sont fixées. Nous disposons également d'une relation liant les 4 températures (équation 5). Il nous reste donc un degré de liberté. Ce degré de liberté réside dans l'efficacité de l'échangeur. Si l'échangeur est parfait, $T_4 = T_1$ et $T_2 = T_3$, et l'échange de chaleur sera alors parfait. Notons que ces égalités respectent le premier ET le second principe, ce qui prouve qu'elles sont thermodynamiquement acceptables. Si l'échangeur n'est pas parfait, $T_4 < T_1$ et $T_2 > T_3$, et l'échange de chaleur entre les deux branches sera inférieur à l'échange de chaleur dans le cas idéal.

Si l'échangeur n'est pas parfait, nous pourrons alors définir son efficacité, qui dépend de la construction de l'échangeur :

$$\epsilon = \frac{\dot{Q}_{\text{Echange reel}}}{\dot{Q}_{\text{Echange parfait}}} \tag{6}$$

Ce qui peut donc se réduire en utilisant les mêmes hypothèses que précédemment en :

$$\epsilon = \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_1} = \frac{T_4 - T_3}{T_1 - T_3} \tag{7}$$

3 Cas général

Repartant de l'équation 3, décrivant la relation entre les différents états. Et comme dans le cas particulier précédent, il nous reste un degré de liberté qui représente l'efficacité de l'échangeur.

Notons avec un indice "a" le fluide circulant dans la branche supérieur et "b" le fluide circulant dans la branche inférieure.

Nous pouvons encore définir l' efficacité en utilisant la relation 6

En utilisant le premier principe nous pouvons écrire :

$$\dot{Q}_{\text{Echange reel}} = \dot{m}_3(h_{b4} - h_{b3}) = -\dot{m}_1(h_{a2} - h_{a1}) \tag{8}$$

Si l'échangeur est parfait, alors $T_4 = T_1$ OU $T_2 = T_3$.

En effet, si $T_4 = T_1$ alors T_2 sera fixé par 3, et deux cas peuvent survenir, soit $T_2 < T_3$, soit $T_2 \geq T_3$.

Or, il faut $T_2 \geq T_3$ pour ne pas violer le second principe. L'hypothèse de départ $T_4 = T_1$ est donc fausse si l'on trouve $T_2 < T_3$.

En conséquence, dans ce cas l'échangeur est parfait lorsque $T_2 = T_3$ et $T_4 < T_1$, ce qui vérifie le second principe.

Il faudra donc systématiquement évaluer laquelle des deux conditions vérifie le second principe et évaluer $\dot{Q}_{\text{Echange parfait}}$ en conséquence :

$$\dot{Q}_{\text{Echange parfait}} = \min\Big(\dot{m}_3\big[h_{b4}(T_1) - h_{b3}\big], -\dot{m}_1\big[h_{a2}(T_3) - h_{a1}\big]\Big) \tag{9}$$