

## 8 Irréversibilité et exergie

Comme on l'a vu au chapitre précédent, les irréversibilités sont responsables des imperfections des transformations réelles. Ceci nous a conduit à définir toute une série de rendements afin de caractériser le degré de perfection des transformations réelles, en les comparant avec des transformations idéales (réversibles) de référence. Mais l'inconvénient de ces multiples définitions est précisément la multiplicité des transformations idéales de référence, selon le type d'application envisagé.

Au contraire, nous allons à présent définir une transformation réversible de référence indépendante du type de dispositif considéré (échangeur de chaleur, compresseur, turbine), qui nous conduira à définir les notions d'**irréversibilité** (ou encore travail non compensé ou chaleur non compensée) et d'**énergie disponible** (ou utilisable) ou encore **exergie**.

Ces notions se sont avérées des outils très puissants d'analyse et d'optimisation de

systèmes thermodynamiques complexes, de sorte que leur usage est maintenant largement répandu.

## 8.1 Travail réversible et irréversibilité

Les notions de travail réversible et d'irréversibilité reposent sur l'existence d'une source de chaleur gratuite à température  $T_0$ .

### 8.1.1 Systèmes fermés

Considérons un système fermé recevant une quantité de chaleur  ${}_1Q_2$  d'une source de chaleur à température  $T_C$  et fournissant un certain travail  ${}_1W_2^*$ . De par le premier principe

$${}_1Q_2 = U_2 - U_1 + {}_1W_2^* \quad (8.1)$$

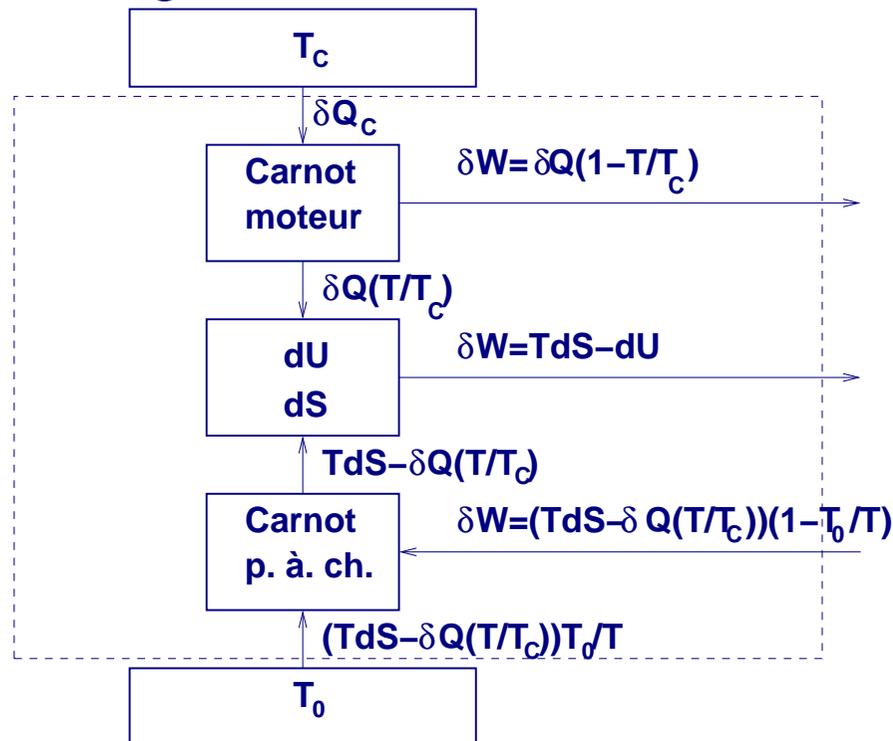
et d'autre part, par le second principe, l'accroissement total d'entropie (système + source)

$$\Delta S_{\text{tot}} = S_2 - S_1 - \frac{{}_1Q_2}{T_C} > 0 \quad (8.2)$$

Construisons à présent un dispositif réversible tel que

1. le système subisse la même transformation, en
2. prélevant la même quantité de chaleur à la source chaude.

Pour ce faire, ajoutons au système un cycle de Carnot moteur entre la source chaude et le système et un cycle de Carnot frigorifique entre le système et la source froide gratuite.



Comme la chaleur cédée au système par le cycle de Carnot moteur vaut  $\delta Q(T/T_c)$ , il faut compléter par une quantité de chaleur pompée à la source froide par la pompe à chaleur, de manière à ce que la quantité de chaleur totale reçue par le système soit

$$\delta Q_{sys} = TdS$$

Sommant les quantités de travail échangées par les 3 systèmes, le travail fourni par le dispositif réversible, appelé travail réversible, vaut

$$\begin{aligned}\delta W_{\text{rev}}^* &= TdS - dU + \delta Q \left(1 - \frac{T}{T_C}\right) + \left(TdS - \delta Q \frac{T}{T_C}\right) \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \\ &= T_0 dS - dU + \delta Q \left(1 - \frac{T_0}{T_C}\right)\end{aligned}\quad (8.3)$$

et, en intégrant, pour une transformation finie,

$$W_{\text{rev}}^* = T_0(S_2 - S_1) - (U_2 - U_1) + {}_1Q_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_C}\right)\quad (8.4)$$

La différence entre le travail effectivement réalisé et le travail réversible est l'irréversibilité ou travail (ou chaleur) non compensé(e).

$${}_1I_2 = W_{\text{rev}}^* - {}_1W_2\quad (8.5)$$

En substituant dans cette équation les expressions du travail réversible et du travail

réel, on obtient la forme alternative

$${}_1I_2 = T_0(S_2 - S_1) - {}_1Q_2 \frac{T_0}{T_C} = T_0 \Delta S_{\text{tot}} \quad (8.6)$$

On peut encore réécrire le résultat comme suit :

$$(U_2 - U_1) - T_0(S_2 - S_1) = {}_1W_2 + {}_1Q_2 \left(1 - \frac{T_0}{T_C}\right) - {}_1I_2 \quad (8.7)$$

expression qui ressemble au premier principe, mais en faisant apparaître les irréversibilités. Le membre de gauche est la variation d'énergie utilisable  $U - T_0S$ , qui est donc égale à la somme du travail reçu et de la fraction utilisable (convertible en travail) de la quantité de chaleur reçue, diminuée des pertes par irréversibilités.

### 8.1.2 Systèmes ouverts en régime permanent

On effectue l'analyse pour les systèmes ouverts en procédant de manière analogue, et, dans le cas d'une seule section d'entrée et de sortie, on trouve, en tenant compte des variations d'énergie cinétique et potentielle,

$$w_{\text{rev}}^* = T_0(s_s - s_e) - \left[ \left( h_s + \frac{c_s^2}{2} + gz_s \right) - \left( h_e + \frac{c_e^2}{2} + gz_e \right) \right] + q \left( 1 - \frac{T_0}{T_C} \right) \quad (8.8)$$

et l'irréversibilité massique vaut

$$i = w_{\text{rev}}^* - w^* = T_0(s_s - s_e) - \frac{T_0}{T_C} q = T_0 \left[ \frac{1}{\dot{m}} \frac{dS_{\text{tot}}}{dt} \right] \quad (8.9)$$

On peut encore réécrire le résultat de la manière suivante :

$$h_s - h_e - T_0(s_s - s_e) + \frac{c_s^2 - c_e^2}{2} + g(z_s - z_e) = w + q \left( 1 - \frac{T_0}{T_C} \right) - i \quad (8.10)$$

expression connue sous le nom de **bilan exergétique**, la grandeur  $h - T_0s$  étant

nommée **exergie** ou **enthalpie utilisable**, que l'on désigne par le symbole  $j$ . Elle exprime la conservation de l'exergie, aux pertes par irréversibilité près.

On la généralise sans difficultés au cas où le système comporte plusieurs sections d'entrée et/ou de sortie, et échange de la chaleur avec plusieurs sources chaudes.

L'expression générale est

$$\sum \dot{m}_s \left( h - T_0 s + \frac{c^2}{2} + gz \right)_s - \sum \dot{m}_e \left( h - T_0 s + \frac{c^2}{2} + gz \right)_e = \sum_{k=1}^n \dot{Q}_k \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) + \dot{W} - \dot{I} \quad (8.11)$$

où  $\dot{I}$  est le taux de perte d'exergie par irréversibilité

$$\dot{I} = T_0 \frac{dS_{\text{tot}}}{dt}$$

On en tire les conclusions suivantes :

1. une puissance mécanique est un flux d'exergie pure ;
2. l'apport exergetique d'un transfert de chaleur est toujours inférieur à la quantité de chaleur reçue. L'apport est d'autant plus grand que la température de la source est élevée. Un apport de chaleur d'une source à température plus faible que l'ambiance représente une consommation d'exergie, d'autant plus grande que la température de la source est faible ;
3. un apport de matière correspond à un apport d'exergie égale à  $j = h - T_0 s$  ;
4. les énergies cinétique et potentielle sont de l'exergie pure ;
5. l'irréversibilité se traduit par une perte d'exergie, égale au produit de la production d'entropie totale par la température de la source gratuite.

### 8.1.3 Cas général : transformations instationnaires des systèmes ouverts

Le résultat général pour les transformations instationnaires des systèmes ouverts peut être obtenu formellement en combinant les expressions des premier et second principe. En généralisant pour un nombre arbitraire de sources, l'accroissement de l'entropie du milieu extérieur vaut (7.50)

$$\frac{dS_{\text{ext}}}{dt} - \sum \dot{m}_s s_s + \sum \dot{m}_e s_e = - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$$

de sorte que l'accroissement total d'entropie vaut

$$\frac{dS_{\text{tot}}}{dt} = \frac{dS_{\text{sys}}}{dt} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e - \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k}$$

relation que l'on réécrit de la manière suivante

$$\frac{dS_{\text{sys}}}{dt} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = \frac{dS_{\text{tot}}}{dt} + \sum \frac{\dot{Q}_k}{T_k} \quad (8.12)$$

Par ailleurs, le premier principe s'écrit (5.26)

$$\frac{d}{dt} \left( U + E_{\text{cin.}} + E_{\text{pot.}} \right)_{\text{sys}} + \sum \dot{m}_s \left( h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_s - \sum \dot{m}_e \left( h + \frac{c^2}{2} + gz \right)_e = \sum \dot{Q}_k + \dot{W}$$

Soustrayant de cette dernière le produit de la précédente par  $T_0$ , on obtient

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( U - T_0 S + E_{\text{cin.}} + E_{\text{pot.}} \right)_{\text{sys}} + \sum \dot{m}_s \left( h - T_0 s + \frac{c^2}{2} + gz \right)_s \\ - \sum \dot{m}_e \left( h - T_0 s + \frac{c^2}{2} + gz \right)_e = \sum \dot{Q}_k \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) + \dot{W} - \dot{I} \quad (8.13) \end{aligned}$$

de laquelle on peut retrouver les deux cas précédents

**Systèmes fermés**  $\dot{m}_s = \dot{m}_e = 0$ , et l'on obtient (8.7) en intégrant dans le temps

**Systèmes ouverts en régime permanent** La dérivée temporelle s'annule et l'on retrouve (8.11)

Un troisième cas particulier est celui des systèmes ouverts uniformes non

permanents. En intégrant l'équation générale dans le temps, on obtient

$$\begin{aligned}
 & m_2 \left( u_2 - T_0 s_2 + \frac{c_2^2}{2} + gz_2 \right) - m_1 \left( u_1 - T_0 s_1 + \frac{c_1^2}{2} + gz_1 \right) \\
 & + \sum m_s \left( h - T_0 s + \frac{c^2}{2} + gz \right)_s - \sum m_e \left( h - T_0 s + \frac{c^2}{2} + gz \right)_e \\
 & = \sum Q_k \left( 1 - \frac{T_0}{T_k} \right) + W - I
 \end{aligned} \tag{8.14}$$

expression dont on tire également le travail réversible

$$W_{\text{rev}}^* = W^* + I = -(W - I) \tag{8.15}$$

et l'irréversibilité. Pour cette dernière, on obtient également l'expression alternative

$$I = T_0 \left[ (m_2 s_2 - m_1 s_1) + \sum m_s s_s - \sum m_e s_e - \sum \frac{Q_k}{T_k} \right] \tag{8.16}$$

## 8.2 Exergie et rendement exergetique des systèmes ouverts stationnaires

On a établi à la section précédente les bilans exergetiques pour les systèmes fermés et ouverts. On va tenter à présent de donner une interprétation physique à la notion d'exergie qui a été définie à cette occasion.

Soit une quantité de matière dans un état donné. Posons-nous la question de savoir quel serait le travail réversible maximum que cette matière peut fournir au moyen d'un système ouvert stationnaire, le milieu extérieur étant au repos à une température  $T_0$  et une pression  $p_0$ . Clairement, le travail maximum sera obtenu en amenant cette quantité de matière en équilibre avec le milieu extérieur. Dans ce cas, le travail réversible vaut (8.8)

$$w_{\text{rev}}^* = [(h_e - T_0 s_e + \frac{c_e^2}{2} + gz_e) - (h_0 - T_0 s_0 + gz_0)] + q \left( 1 - \frac{T_0}{T_C} \right)$$

et le dernier terme est nul puisque les seuls échanges de chaleur possibles sont avec le milieu extérieur à température  $T_0$ , de sorte que le travail maximum réalisable

n'est rien d'autre que la différence d'exergie totale (y compris les termes d'énergie cinétique et potentielle) entre l'état considéré et l'état du milieu extérieur.

Si, comme on le fait parfois, on définit l'exergie par l'expression

$$j = (h - h_0) - T_0(s - s_0)$$

alors l'exergie du milieu extérieur est nulle, et l'exergie totale dans un état donné est égale au travail maximum réalisable par une quantité de matière dans cet état au moyen d'un système ouvert stationnaire.

On peut vérifier qu'il en est bien ainsi en calculant le travail réalisé lors d'une transformation composée d'une détente adiabatique et réversible (isentropique) jusqu'à la température du milieu extérieur, suivie d'une détente/compression isotherme réversible. En supposant les variations d'énergie cinétique et potentielle négligeables, et en notant  $m$  le point intermédiaire tel que  $s_m = s_e, T_m = T_0$ , on a

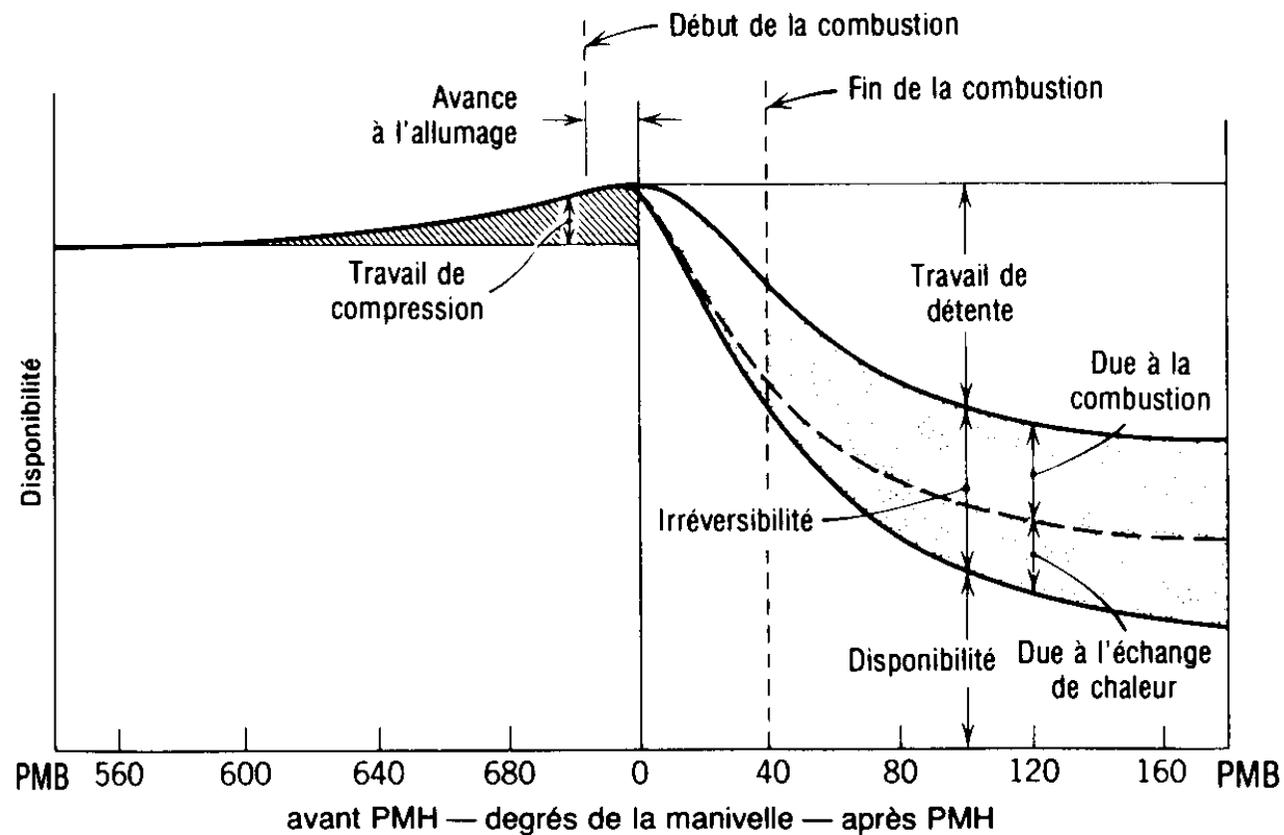
**isentropique**  $w_{\text{rev}}^* = h_e - h_m$

**isotherme**  $w_{\text{rev}}^* = h_m - h_0 + T_0(s_0 - s_m)$

de sorte que

$$w_{\text{rev}}^* = h_e - h_0 - T_0(s_e - s_0) = j_e$$

L'application du concept d'exergie est illustrée ci-dessous dans le cas de l'évolution dans un moteur à combustion interne



Moins il y a d'irréversibilités dans un processus, plus grand est le travail effectué (ou plus faible est le travail reçu). Cette observation revêt une grande importance, car l'exergie est une de nos ressources naturelles. Plus grandes sont les pertes par irréversibilité, plus nos réserves d'exergie diminuent. Il importe dès lors de les utiliser le plus efficacement possible.

Enfin, la notion d'exergie conduit naturellement à définir un rendement exergetique. D'une manière générale, il s'exprime comme suit

$$\eta_{ex} = \frac{\text{variation d'exergie utile réelle}}{\text{variation d'exergie utile réversible}} \quad (8.17)$$

Ainsi, pour une turbine à vapeur, et plus généralement pour une machine motrice, l'effet utile est le travail effectué. On a dès lors

$$\eta_{ex} = \frac{w^*}{w_{rev}^*} = \frac{h_e - h_s + \frac{c_e^2 - c_s^2}{2} + g(z_e - z_s) + q}{j_e - j_s + \frac{c_e^2 - c_s^2}{2} + g(z_e - z_s)} \quad (8.18)$$

Par contre, pour une machine réceptrice, l'effet utile est la variation d'exergie du

fluide

$$\eta_{ex} = \frac{j_s - j_e + \frac{c_s^2 - c_e^2}{2} + g(z_s - z_e)}{w} = \frac{j_s - j_e + \frac{c_s^2 - c_e^2}{2} + g(z_s - z_e)}{h_s - h_e + \frac{c_s^2 - c_e^2}{2} + g(z_s - z_e) - q} = \frac{w_{rev}}{w} \quad (8.19)$$

de sorte qu'on peut donner encore une autre interprétation du rendement exergetique, à savoir

$$\eta_{ex} = \frac{\text{variation d'exergie onéreuse réversible}}{\text{variation d'exergie onéreuse réelle}}$$

De même, pour une chaudière, on aura

$$\eta_{ex} = \frac{j_s - j_e + \frac{c_s^2 - c_e^2}{2} + g(z_s - z_e)}{q \left(1 - \frac{T_0}{T_C}\right)} \quad (8.20)$$

Enfin, pour une machine thermique (cycle moteur)

$$\eta_{ex} = \frac{w^*}{q_C \left(1 - \frac{T_0}{T_C}\right)} = \frac{w^*}{q_C} \frac{q_C}{w_{rev}^*} = \frac{\mathcal{E}_{th}}{\mathcal{E}_{th,Carnot}} \quad (8.21)$$

et semblablement pour une machine frigorifique (cycle frigorifique)

$$\eta_{ex} = \frac{q_F \left(1 - \frac{T_0}{T_F}\right)}{w} = \frac{w_{rev}}{q_F} \frac{q_F}{w} = \frac{\mathcal{E}_{fr}}{\mathcal{E}_{fr,Carnot}} \quad (8.22)$$