TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

❖ Formes locales et intégrales

- **Énergie totale**
  - ☛ Puissance des forces extérieures
- **Énergie mécanique**
  - ☛ Puissance des forces internes

Travail → *Chaleur*

Irréversibilité

- **Énergie interne**
- **Entropie**

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

❖ Grandeurs physiques

- ☛ Vitesse $\vec{V}$
- ☛ Pression P
- ☛ Masse volumique ρ
- ☛ Température T

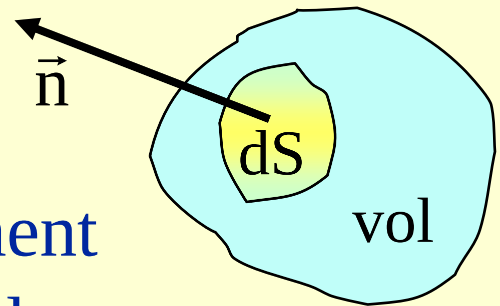
❖ 1er Principe de la Thermodynamique

$$\frac{DE_T}{Dt} = \frac{D}{Dt}\left[E_I + E_c\right] = \dot{Q} + \overline{\dot{W}}$$

- ☛ Énergie interne E_I
- ☛ Énergie cinétique E_C
- ☛ Chaleur/temps $\dot{Q}$
- ☛ Travail/temps $\overline{\dot{W}}$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie



- Fluide en mouvement
  - Énergie par unité de masse
    - $\mathbf{e_I}$ et $\mathbf{e_C} = \frac{1}{2}\mathbf{V}^2$

$$\frac{DE_T}{Dt} = \int_{vol} \rho \frac{D}{Dt}\left[e_I + \frac{1}{2}V^2\right] d(vol)$$

  - Quantité de chaleur
    - Conduction + Source

$$\dot{Q} = -\int_S \vec{q}\cdot\vec{n}\, dS + \int_{vol} \dot{Q}_v\, d(vol)$$

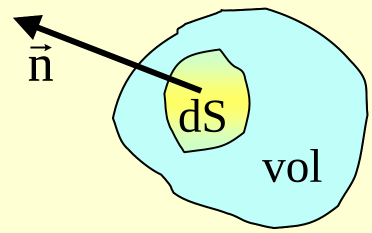
Soit

$$\dot{Q} = -\int_{vol} \left[\nabla\cdot\vec{q} - \dot{Q}_v\right] d(vol)$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

- Puissance des forces extérieures
  - Forces de surface



$$\overline{\dot{W}_{fs}} = -\int_S \left(\overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{n}\right) \cdot \vec{V}\, dS$$

Décomposition des contributions

$$\nabla \cdot \left(\overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{V}\right) = \nabla \cdot \left(P\vec{V}\right) + \nabla \cdot \left(\overline{\overline{\tau}} \cdot \vec{V}\right)$$

  - Forces de volume

$$\overline{\dot{W}_{fv}} = \int_{vol} \rho \vec{F}\vec{V}\, d(vol)$$

  - Puissance totale

$$\boxed{\overline{\dot{W}_e} = -\int_{vol} \left[\nabla \cdot \left(\overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{V}\right) - \rho\vec{F}\vec{V}\right] d(vol)}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

❖ Équation de l'énergie totale

Énergie totale $\dfrac{DE_T}{Dt}$

=

Interne + Cinétique $\rho \dfrac{D}{Dt}\left[e_I + \dfrac{1}{2} V^2 \right]$

=

Chaleur par diffusion $-\nabla \cdot \vec{q}$

+

Puissance due à la pression $-\nabla \cdot \left(p\vec{V} \right)$

+

Puissance due à la viscosité $-\nabla \cdot \left(\overline{\overline{\tau}}\vec{V} \right)$

+

Puissance des forces de volume $\rho \vec{F}\vec{V}$

+

Sources thermiques $\dot{Q}_v$

TRANSPORT D'ENERGIE

L'Énergie Mécanique

L' Irréversibilité

❖ Quantité de mouvement x Vitesse

$$\rho\vec{V}\frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho\frac{D}{Dt}\left[\frac{V^2}{2}\right] = -\vec{V}\nabla P - \vec{V}\nabla\cdot\overline{\overline{\tau}} + \rho\vec{F}\vec{V}$$

❖ Contribution des forces de surface

$$\vec{V}\nabla p = \nabla\cdot\left(p\vec{V}\right) - p\nabla\cdot\vec{V}$$

$$\vec{V}\nabla\cdot\overline{\overline{\tau}} = \nabla\cdot\left(\overline{\overline{\tau}}\vec{V}\right) - \overline{\overline{\tau}}:\nabla\vec{V}$$

Produit diadique

❖ Forme Finale

$$\frac{\rho}{2}\frac{DV^2}{Dt} = \overbrace{\rho\vec{F}\vec{V} - \nabla\cdot\left(p\vec{V}\right) - \nabla\cdot\left(\overline{\overline{\tau}}\vec{V}\right)}^{\text{Puissance des forces externes}}$$

$$\underbrace{+\,p\nabla\cdot\vec{V} + \overline{\overline{\tau}}:\nabla\vec{V}}_{\text{Puissance des forces internes}}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

L'Énergie Mécanique

L' Irréversibilité

❖ Énergie mécanique $\leftrightarrow$ Chaleur

$$p\nabla \cdot \vec{V} \quad \leq 0 \qquad \text{ou} \quad \geq 0$$

- Fluide compressible

☛ Compression $\Rightarrow$ $e_C \searrow$ $\Rightarrow$ $T \nearrow$

☛ Détente $\Rightarrow$ $e_C \nearrow$ $\Rightarrow$ $T \searrow$

❖ Dissipation visqueuse $\rightarrow$ Chaleur

$$\phi_v = -\frac{1}{\mu}\left[\overline{\overline{\tau}} : \nabla\vec{V} \;\right] > 0$$

☛ Dégradation de $\boldsymbol{E}_C$

☛ 2ème Principe de la Thermodynamique

TRANSPORT D'ENERGIE

L'Énergie Mécanique

Énergie de dissipation visqueuse

- Fonction de dissipation

$$-\mu\phi_v = \nabla\cdot\left(\overline{\overline{\tau}}\vec{V}\right) - \vec{V}\nabla\cdot\overline{\overline{\tau}}$$

- Champ de vitesse:

$$\vec{V} = \left[u(y), 0\right]$$

- Tenseur des contraintes visqueuses

$$\overline{\overline{\tau}} = \begin{pmatrix} 0 & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & 0 \end{pmatrix}$$

- Résultat

$$-\mu\phi_v = \frac{d}{dy}\left(u\tau_{xy}\right) - u\frac{d}{dy}\left(\tau_{xy}\right)$$

- Soit

$$\boxed{\phi_v = -\frac{\tau_{xy}}{\mu}\frac{du}{dy} = \left(\frac{du}{dy}\right)^2}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

L'Énergie Mécanique

❖ Équation de l'énergie mécanique

Énergie mécanique $\quad \rho \dfrac{D}{Dt}\left[\dfrac{V^2}{2}\right]$

=

Puissance des forces extérieures $\quad \left\{ \begin{array}{l} -\nabla \cdot \left(p\vec{V}\right) \\ -\nabla \cdot \left(\overline{\overline{\tau}}\vec{V}\right) \\ +\rho\vec{F}\vec{V} \end{array} \right.$

+

Puissance des forces internes $\quad \left\{ \begin{array}{l} p\nabla \cdot \vec{V} \\ +\,\overline{\overline{\tau}} : \nabla\vec{V} \end{array} \right.$

TRANSPORT D'ENERGIE

L'Énergie Interne

- Énergie totale – Energie mécanique

$$\rho \frac{De_I}{Dt} = -\nabla \cdot \vec{q} - p\nabla \cdot \vec{V} + \mu\phi_v + \dot{Q}_v$$

- + Loi de Fourier

$$\rho \frac{De_I}{Dt} = \nabla \cdot \left[k\nabla T \right] - p\nabla \cdot \vec{V} + \mu\phi_v + \dot{Q}_v$$

- Équation de la chaleur

- Gaz Parfaits $\partial e_I = C_V \partial T$

$$\rho C_V \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot \left[k\nabla T \right] - p\nabla \cdot \vec{V} + \mu\phi_v + \dot{Q}_v$$

- Fluides incompressibles avec $k = C^{te}$

$$\boxed{\rho C \frac{DT}{Dt} = k\nabla^2 T + \mu\phi_v + \dot{Q}_v}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

Forme intégrale

Grandeur extensive ***mX***

- Masse $X = 1$

- Quantité de mouvement $\vec{X} = \vec{V}$

- Énergie totale $X = \dfrac{V^2}{2} + e_I$

- Énergie mécanique $X = \dfrac{V^2}{2}$

- Énergie thermique $X = e_I$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

Forme intégrale

Équation du transport

$$\rho \frac{DX}{Dt} = -\nabla \cdot \vec{\varphi} + A$$

Variation (Taux +Advection)

Flux de diffusion (Surface)

Source (Volume)

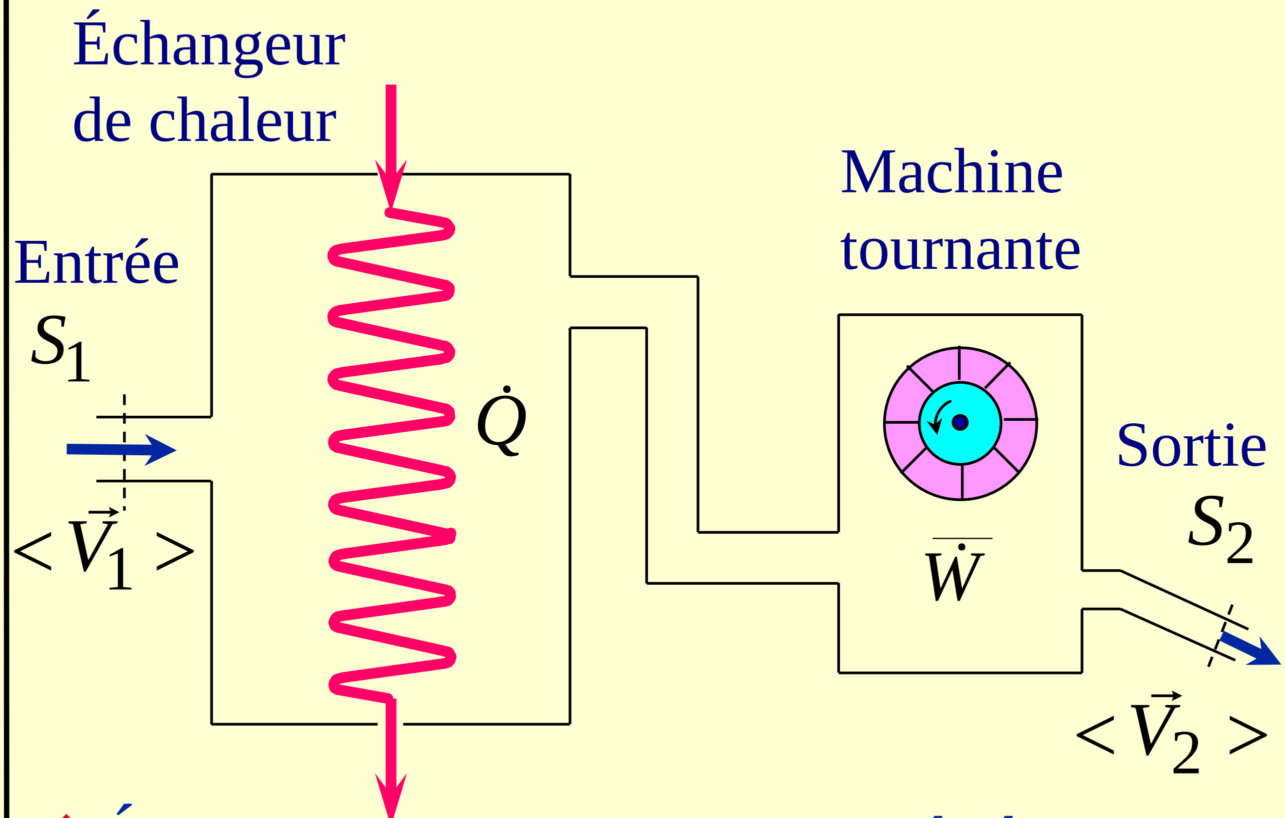
Terme	Mouvement	Energie
X	Vecteur $\vec{V}$	Scalaire E
φ	Tenseur $\bar{\bar{\sigma}}$	Vecteur $\vec{q}$
A	Vecteur $\vec{F}$	Scalaire $\vec{V} \cdot \vec{F}$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

Forme intégrale

Définition du système



❖ Équation macroscopique générique

$$\frac{d[mX]_{tot}}{dt} = \Delta_1^2 \left(< \rho X V_n > S \right) - \int_S \varphi \cdot \vec{n}_e \, dS + A_{tot}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

Forme intégrale

- Énergie totale

$$X = e_{tot} = e_i + e_c$$

- Puissance des forces extérieures

$$\dot{\overline{W}}_{e,tot} = \int_{vol} \left[-\nabla \cdot \left(\overline{\overline{\sigma}} \cdot \vec{V} \right) + \rho \vec{F} \vec{V} \right] d(vol)$$

- Quantité de chaleur

$$\dot{Q} = -\int_{S} \vec{q} \cdot \vec{n}_e dS + \int_{vol} \dot{Q}_v d(vol)$$

- Équation macroscopique: Nº1

$$\frac{d\left[E_T\right]_{tot}}{dt} = -\Delta_1^2 \left[< \rho \left(\frac{V^2}{2} + e_i \right) V_n > S \right] + \dot{Q} + \dot{\overline{W}}_{e,tot}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

Forme intégrale

- Énergie totale
  - Puissance des forces de surface

$$\int_S \left(\bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{V}\right) \cdot \vec{n}_e dS = -\Delta_1^2 \left[< PV_n > S \right] + \int_{S_{mob}} \left(\bar{\bar{\sigma}} \cdot \vec{V}\right) \cdot \vec{n}_e dS$$

$$\dot{\bar{W}}$$

  - Puissance des forces de volume

$$\int_{vol} \rho \vec{F} \vec{V} d(vol) = -\int_{vol} \rho \vec{V} \nabla e_p d(vol)$$

$$= -\int_{vol} \rho \frac{De_p}{Dt} d(vol)$$

$$\boxed{= -\frac{d\left[E_p\right]_{tot}}{dt} - \int_S \rho e_p \vec{V} \cdot \vec{n}_e dS}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Conservation de l'énergie

Forme intégrale

❖ Énergie totale: forme finale

$$\frac{d\left[E_c + E_i + E_p\right]_{tot}}{dt} = -\Delta_1^2\left[<\rho\left(\frac{V^2}{2} + H + e_p\right)V_n > S\right] + \dot{Q} + \overline{\dot{W}}$$

◆ Enthalpie massique

$$H = e_i + \frac{P}{\rho}$$

☛ Gaz parfait $\Delta H = C_p \Delta T$

☛ Liquide $\Delta H = C\Delta T + \frac{\Delta P}{\rho}$

TRANSPORT D'ENERGIE

Energie Mécanique

Forme intégrale

- Écriture générale

$$\frac{d\left[E_c + E_p\right]_{tot}}{dt} =$$

$$-\Delta_1^2\left[<\rho\left(\frac{V^2}{2}+\frac{p}{\rho}+e_p\right)V_n > S\right]$$

$$+\bar{\dot{W}} - \dot{E}_v + \int_{vol} p\nabla\cdot\vec{V}d(vol)$$

- Terme d'irréversibilité

$$\dot{E}_v = \int_{vol} \mu\phi_v d(vol)$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Énergie Mécanique

Forme intégrale

Forme simplifiée

- Écoulement incompressible permanent
- Cas de la conduite

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \qquad \text{et} \qquad \bar{\dot{W}} = 0$$

Équation de Bernoulli généralisée

$$\boxed{-\Delta_1^2 \left[< \rho \left(\frac{V^2}{2} + \frac{p}{\rho} + e_p \right) V_n > S \right] = \dot{E}_v}$$

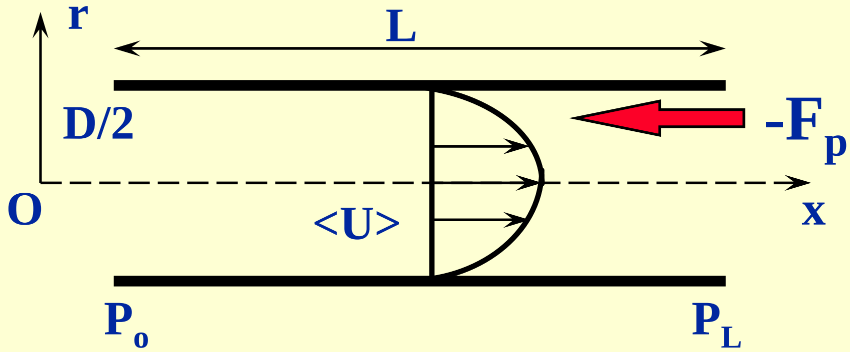
Puissance de la pompe

$$\boxed{\dot{W}_{pompe} = -\Delta_1^2 \left[<< \left(\frac{P_{tot}}{\rho} \right) >> \dot{m} \right] = \dot{E}_v}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

Énergie Mécanique

Énergie de dissipation visqueuse



- Quantité de Mouvement
  - $S_1 = S_2$ et $<U_1> = <U_2>$

$$\boxed{F_p = \left(P_o - P_L\right) S}$$

  - $\Delta P = 0{,}5 \lambda \rho <U>^2 L/D$

- Énergie Mécanique

$$\boxed{\dot{E}_v = \left(P_o - P_L\right) \frac{\dot{m}}{\rho}}$$

  - **<u>Puissance Dissipée</u>**

$$\boxed{\dot{E}_v = \frac{\pi D L}{8} \cdot \lambda(\mathrm{Re}, \overline{\Lambda}) \rho < U >^3}$$

TRANSPORT D'ENERGIE

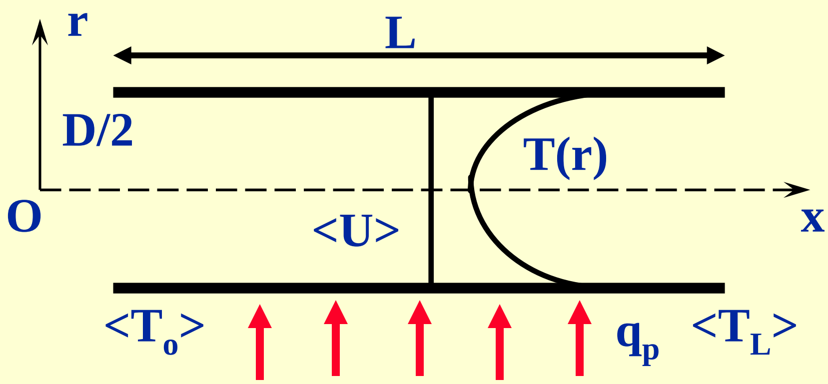
Énergie Interne

Forme intégrale

- Écriture générale

$$\frac{d\left[E_i\right]_{tot}}{dt} = -\Delta_1^2\left[<\rho e_i V_n > S\right] + \dot{Q} + \dot{E}_v - \int_{vol} p\nabla\cdot\vec{V}.d(vol)$$

- Cas de l'échangeur tubulaire; e_i=C.T



$$\boxed{\rho < U > \frac{\pi D^2}{4} C\Delta_o^L\left[< T >\right] = \pi DL\dot{q}_p + \dot{E}_V}$$