NOM, PRENOM : ....

NUMERO°: ....

Examen de mécanique rationnelle

2ième session 24/08/2009 (8h-12h)

Répondre sur le questionnaire et **ne dégrafer que** les brouillons

$$\frac{d}{dt}\overline{R} = \sum \overline{F}_e$$

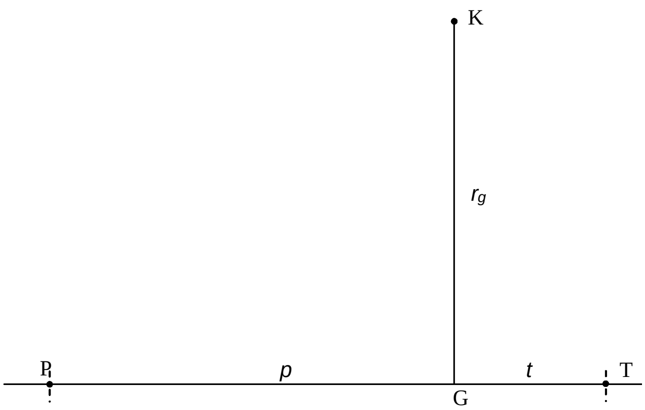
$$\frac{d}{dt}\overline{M_A} = m\overline{v_G} \times \overline{v_A} + \overline{m}_{e,A} \quad \text{avec} \quad \overline{M_A} = \overline{M_B} + \overline{AB} \times \overline{R} \quad \text{ou} \quad \overline{M_A} = m\overline{AG} \times \overline{v}_A + \overline{\overline{I}}_A.\overline{\omega}$$

$$\frac{d}{dt}T = \sum \overline{F}_h.\overline{v}_h \quad \text{avec} \quad T = \frac{mv_A^2}{2} + m\overline{v}_A.\left(\overline{\omega} \times \overline{AG}\right) + \frac{1}{2}\overline{\omega}.\overline{\overline{I}}_A.\overline{\omega}$$

$$L = T - V \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i} \quad \text{avec} \quad Q_i = \sum_h \overline{F}_h.\frac{\partial \overline{\varphi}_h}{\partial q_i}$$

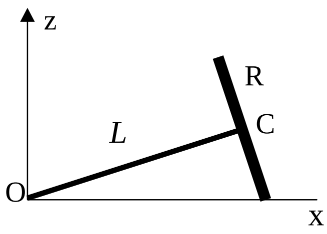
Question 1 : questions rapides (5 points)

Si l'on veut réduire un système à deux points P et T imposés, ceux-ci ne sont pas nécessairement conjugués. Pour déterminer le moment d'inertie correcteur, nous devons trouver le rayon de giration correcteur.
Déterminer graphiquement ce rayon correcteur sachant que $p.t \pm r_{cor}^2 = r_g^2$ et que r_g (=GK) est déjà placé sur le graphique. (1 point)

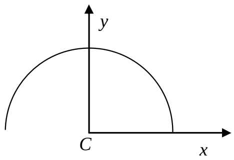


NOM, PRENOM : ....NUMERO°: ....

Si cette meule (tige *OC* de longueur *L* reliée par une rotule en *C* à un disque de rayon *R*) tourne autour de l'axe *z*, placer sur le dessin le vecteur vitesse angulaire du disque. (1 point)

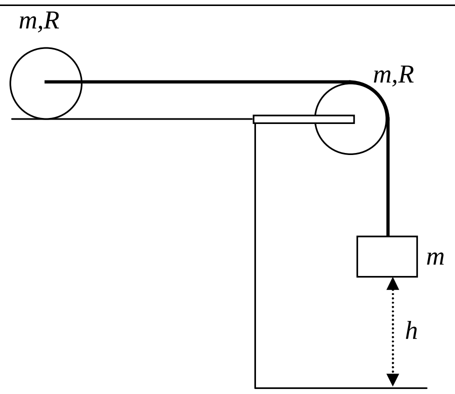


Déterminer le terme I_{xz} pour le demi-cercle de masse *m*, en un système d'axe placé en *C* sans calculer d'intégrale. (1 points)



Un cylindre de masse m et de rayon R, roule sur un plan horizontal, entraîné par une masse m, à l'aide d'un fil sans masse et d'une roulette cylindrique de masse m et de rayon R.

Si à l'instant initial, la vitesse du système est nulle et la masse est suspendue à une hauteur h, déterminer la vitesse de cette masse quand elle touche le sol. (2 points)



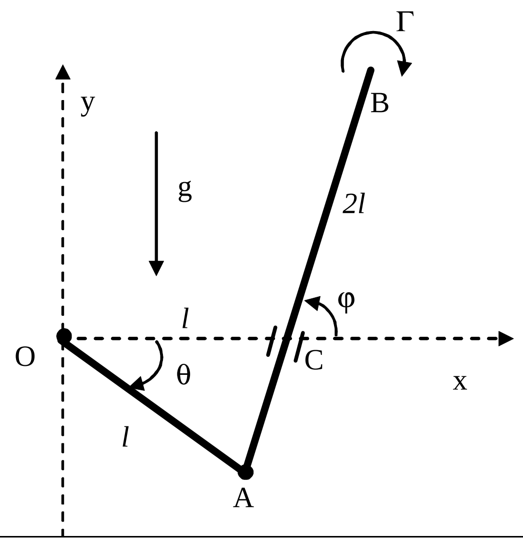
<u>Question 2</u> : question de théorie (2 points)

Déterminer l'équation générale des systèmes à masse ponctuelle variable.

Question 3 : Système de deux barres (4 points)

La tige *OA*, de longueur *L*, de masse *m*, peut osciller dans le plan vertical *Oxy* autour du point fixe *O*. La tige homogène *AB*, de masse *M* et de longueur 2*L*, est articulée à la première en *A* et coulisse (sans frottement) dans le guide *C*. Un couple de force constante, de moment Γ (voir figure) est appliqué à la tige *AB*.

Déterminer la réaction de liaison *C*, en fonction des données du problème ainsi que θ, $\dot{\theta}$ et $\ddot{\theta}$.



Question 4 : Benne (5 points)

Le problème est plan (2-D). Le système, constitué de deux corps, est soumis à l'effet de la gravité suivant 3 :

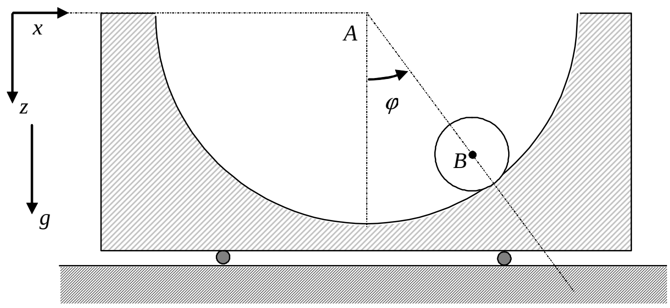
(a) corps *n1* : benne supportée par deux rouleaux. Les rouleaux, de masse et d'inertie négligeables, permettent à la benne de "glisser" horizontalement sans frotter sur un sol plat. Le profil de la partie interne de la benne est circulaire de centre *A*

- masse *M*., inertie *I*
- distance $AB = L$

(b) corps *n2* : disque de rayon *a* et de centre *B*. En cours de mouvement, ce disque roule sans glisser à l'intérieur de la benne

disque de masse homogène *m*

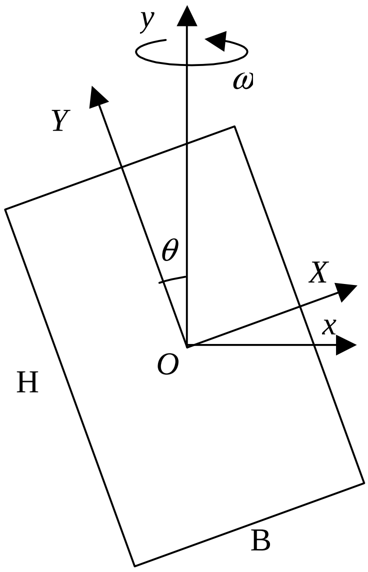
- disque de rayon *a*.

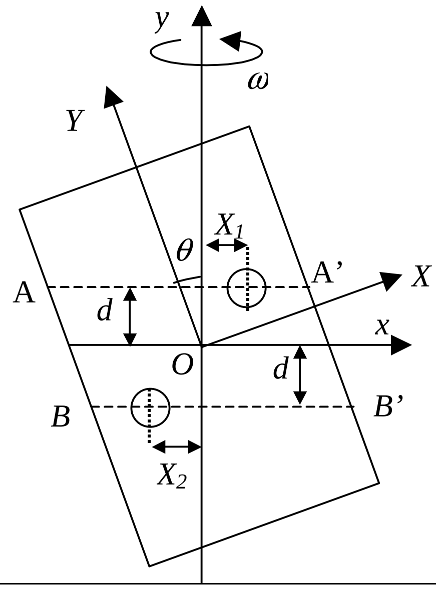


Déterminer la (ou les) équation(s) décrivant le mouvement par la méthode des **multiplicateurs de Lagrange**.

<u>Question 5</u> : Equilibrage de plaque (4 points)

Une plaque rectangulaire de base *B*, de hauteur *H* et de masse *M* tourne à une vitesse angulaire ω constante autour d'un axe vertical *Oy*. Le repère *XYZ* lié à la plaque est centré en *O*, milieu de la plaque. Ses axes *OX* et *OY* sont paralléles aux côtés de la plaque, l'axe *OZ* étant perpendiculaire à la plaque (cf. figure de gauche). L'axe de rotation *Oy* fait un angle θ par rapport à l'axe *OY* , le repére *Oxyz* étant également lié à la plaque (*Oz* est identique *OZ* et *Ox* est perpendiculaire *Oy* et se trouve dans le plan de la plaque).





On veut équilibrer la plaque statiquement et dynamiquement simplement en perçant deux trous circulaire de rayon *r* (cf. figure de droite). Les deux trous seront percés en deux point P_1 et *P2* :

- Le point P_1 sera placé quelque part sur la ligne *AA'*, qui est perpendiculaire à l'axe de rotation et située à une distance *d* de l'axe *Ox*.
- Le point P_2 sera placé quelque part sur la ligne *BB'*, située symétriquement à la ligne *AA'* par rapport à l'axe *Ox*.

Si les coordonnées des deux points P_1 et P_2 dans le repére *Oxy* sont (X_1; *d*) pour P_1 et (-X_2; -*d*) pour P_2, **déterminer** X_1 et X_2 pour que la plaque soit parfaitement **équilibrée** (en annulant la somme des moments extérieurs en statique et en dynamique).

BROUILLONS

BROUILLONS