Séance 4 (semaine du 06/10 au 10/10)

Tenseur d'inertie

Formulaire

Element du tenseur d'inertie : $I^{\alpha\beta} = \int_{système} \left(x^i x^i \delta^{\alpha\beta} - x^\alpha x^\beta \right) dm$

Changement d'axe : $I'^{\lambda\mu} = \alpha_i^\lambda \alpha_j^\mu I^{ij}$

Axes principaux : $tg 2\theta = \dfrac{2P_{xy}}{I_y - I_x}$

Steiner : $I_O^{\alpha\beta} = I_G^{\alpha\beta} + m\left(a^2 \delta^{\alpha\beta} - a^\alpha a^\beta\right)$

Rappel : Utilisation de la formule de Steiner

$$P_{xy} = \int xy dm = \int \left(x_G + a_{x_G}\right)\left(y_G + a_{y_G}\right) dm = P_{x_G y_G} + m a_{x_G} a_{y_G} + a_{x_G} \underbrace{\int y_G dm}_{=0} + a_{y_G} \underbrace{\int x_G dm}_{=0}$$

ou $I_O^{\alpha\beta} = I_G^{\alpha\beta} + M\left(a^2\delta^{\alpha\beta} - a^\alpha a^\beta\right) \Rightarrow -P_{xy} = -P_{x_G y_G} - M a^x a^y \Rightarrow P_{xy} = P_{x_G y_G} + m a_{x_G} a_{y_G}$ avec $x = x_G + a^x$

En pratique :

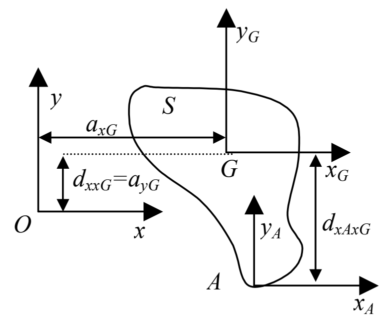
$\overline{OG}\left(a_{x_G}, a_{y_G}, a_{z_G}\right) \Rightarrow I_x = I_{x_G} + m\left(a_{y_G}^2 + a_{z_G}^2\right)$ et $P_{xy} = P_{x_G y_G} + m\left(a_{x_G} a_{y_G}\right)$

Calcul du moment d'inertie du solide S par rapport à l'axe x passant par O :

$I_x = I_{x_G} + m d_{xx_G}^2$

Parfois, il est plus facile de calculer le moment d'inertie par rapport à un axe ne passant pas par G :

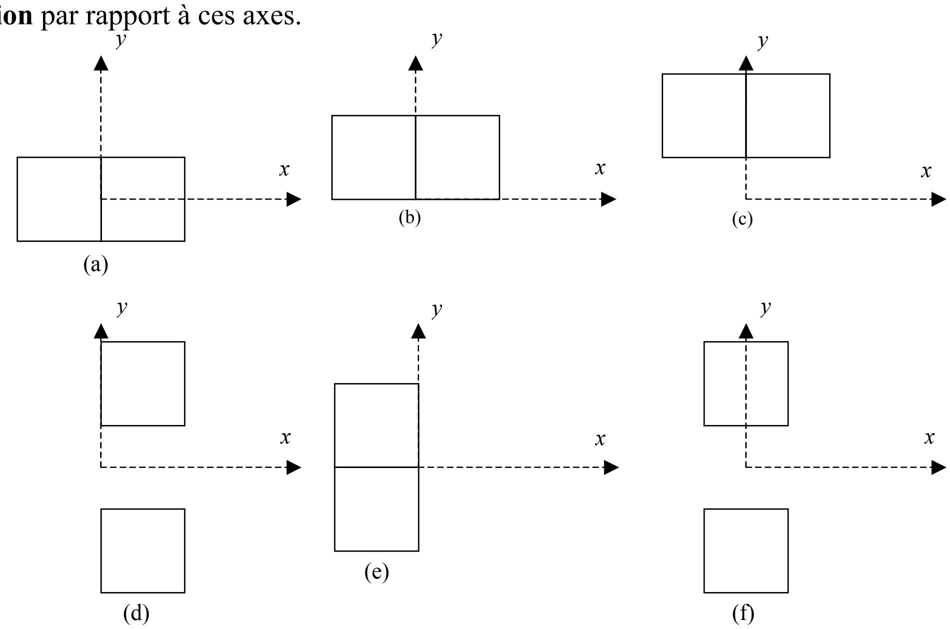
$I_{x_A} = I_{x_G} + m d_{x_A x_G}^2 \Rightarrow I_x = I_{x_G} + m d_{xx_G}^2 = I_{x_A} + m\left(d_{xx_G}^2 - d_{x_A x_G}^2\right)$



Des animations matlab sont disponibles sur le site : http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/matlab.html

---

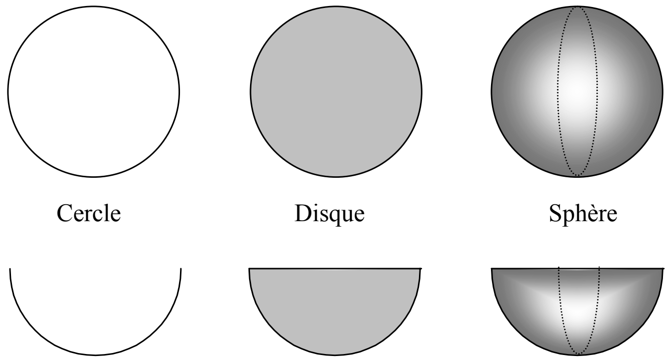
1. Déterminer les moments d'inertie d'une plaque rectangulaire homogène de masse m et de côté L, l par rapport à ses médianes.
Déduire les moments d'inertie par rapport à x et y de chacune des deux plaques carrées homogènes (de côté a) de même masse spécifique superficielle ρ représentées ci-dessous, ainsi que leurs **rayons de giration** par rapport à ces axes.



Faculté des Sciences Appliquées
Mécanique Rationnelle 2

Année académique 2008-2009
2e année de bachelier
Séance 4 (semaine du 06/10 au 10/10)

2. Déterminer les moments d'inertie d'un cercle, d'un disque et d'une sphère.
Déduire les moments d'inertie d'un demi-cercle, d'un demi-disque et d'une demi-sphère.

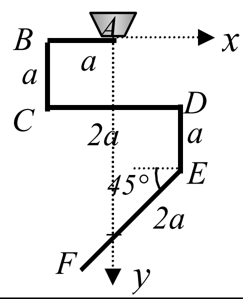


Cercle | Disque | Sphère

½ Cercle | ½ Disque | ½ Sphère

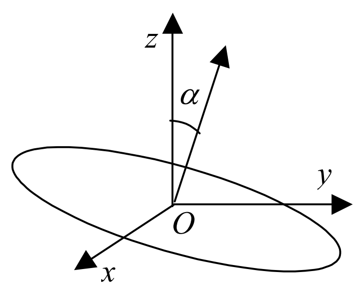
---

3. Déterminer les moments d'inertie I_x et I_y ainsi que le produit d'inertie P_{xy} du système composé de tiges minces homogènes *AB, BC, CD, DE* et *EF* de masse spécifique ρ ayant la forme indiquée ci-contre.



---

4. Calculer le tenseur d'inertie associé au disque *S* dans le repère *Oxyz*. L'axe de rotation du disque fait un angle α avec l'axe *Oz*.



Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be
Pour les problèmes relatifs aux projets Matlab, contactez CFAO.Matlab@ulb.ac.be
Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :
http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/tps.html