

Cinématique des solides

Formulaire

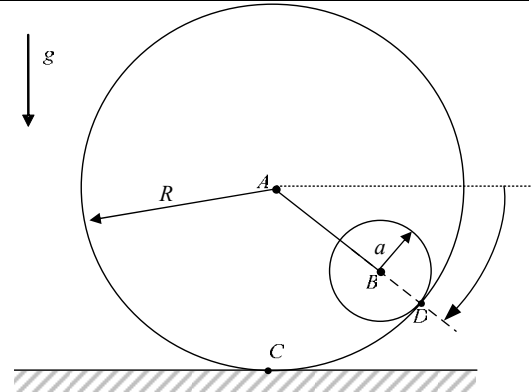
Distribution des vitesses : $\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{\omega} \times \overline{BA}$

Distribution des accélérations : $\vec{a}_A = \vec{a}_B + \vec{\varepsilon} \times \overline{BA} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \overline{BA})$

1. Le problème est plan (2-D). Le système, soumis à l'effet de la gravité, est composé de :

- Un anneau de masse M , de rayon R et de centre A , qui roule sans glisser sur un sol plat.
- Un disque de rayon a , de centre B , et de masse homogène m .
- Une barre AB , de masse négligeable, articulée en A et autour de laquelle le disque peut tourner librement

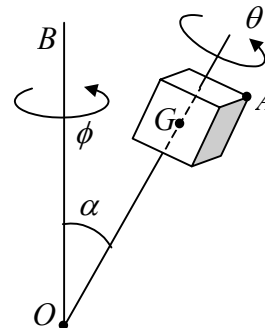
En cours de mouvement, ce disque roule sans glisser sur la piste de forme circulaire formée par l'intérieur de l'anneau.



Déterminer la vitesse angulaire de chacun des solides en fonction des degrés de liberté que vous définissez.

Déterminer la vitesse ainsi que l'accélération du point B .

2. Un cube de côté d a son centre de masse G fixé sur une tige OG , qui le traverse par le milieu de deux faces opposées. L'extrémité O est fixe et $OG = L$. La tige OG tourne sur elle-même ($\dot{\theta}(t)$), et est, de plus, animée d'un mouvement de rotation ($\dot{\phi}(t)$) autour d'un axe vertical fixe avec lequel elle fait un angle constant α .



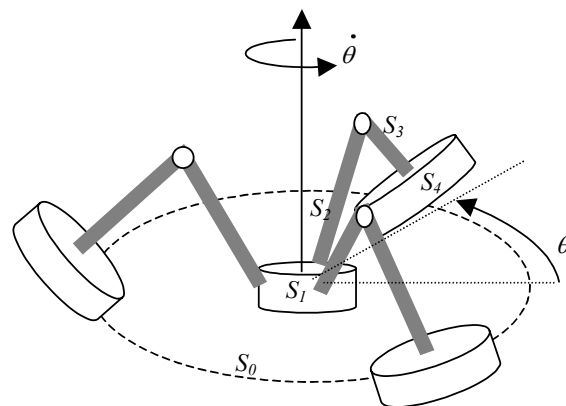
Déterminer la vitesse du point A (un des sommets supérieurs du cube)

- a) par les formules de distribution des vitesses.
- b) par la méthode de dérivation des coordonnées dans les axes liés à la tige.

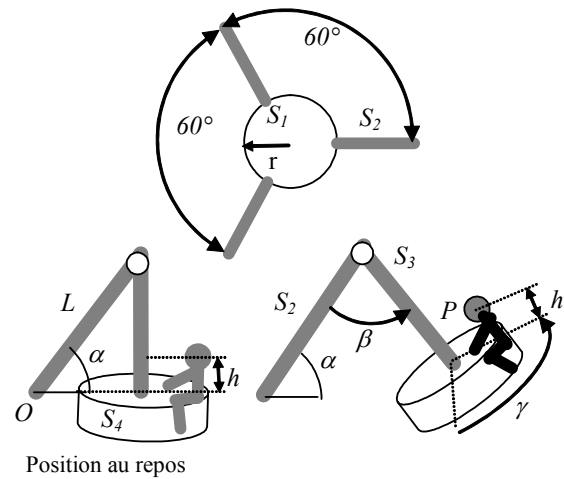
Déterminer l'accélération angulaire du cube dans les axes liés à la tige.

Déterminer l'accélération angulaire du cube dans les axes liés au cube.

3. Le manège représenté ci-dessous est composé de 3 bras (S_2) fixés rigidement sur S_1 (moteur de rayon r). Ce socle tourne à la vitesse constante $\dot{\theta}$ autour de l'axe vertical. Sur chacun des bras S_2 (de longueur L) est articulé un bras S_3 (vertical au repos). Le mouvement du bras S_3 se fait dans le plan défini par S_2 et S_3 . Une nacelle S_4 est fixée, en son centre, au bout du bras S_3 . Celle-ci tourne autour du bras avec une vitesse angulaire constante $\dot{\gamma}$. Un bonhomme est assis dans la nacelle S_4 , sa tête (P) est située à une hauteur h de la face supérieure de la nacelle.



1. Déterminer le vecteur vitesse angulaire de la nacelle occupée par le bonhomme.
2. Choisir le repère dans lequel vous exprimerez la vitesse du bonhomme. (Préciser les axes sur le dessin)
3. Quel vecteur allez-vous donc utiliser pour dériver les axes de votre repère ?
4. Si le bonhomme est solidement attaché (considérer la nacelle et le bonhomme comme indéformable), expliciter la (les) équations donnant la vitesse de la tête P ainsi que tous les termes (vecteurs) compris dans ces équations sans effectuer les produits vectoriels.



5. Déterminer l'accélération angulaire de la nacelle S_4 .
6. Déterminer l'accélération subie par la tête du bonhomme P (en explicitant tous les termes encore inconnus et sans effectuer les produits vectoriels).

4. Un manège à sensation est modélisé de la manière suivante :

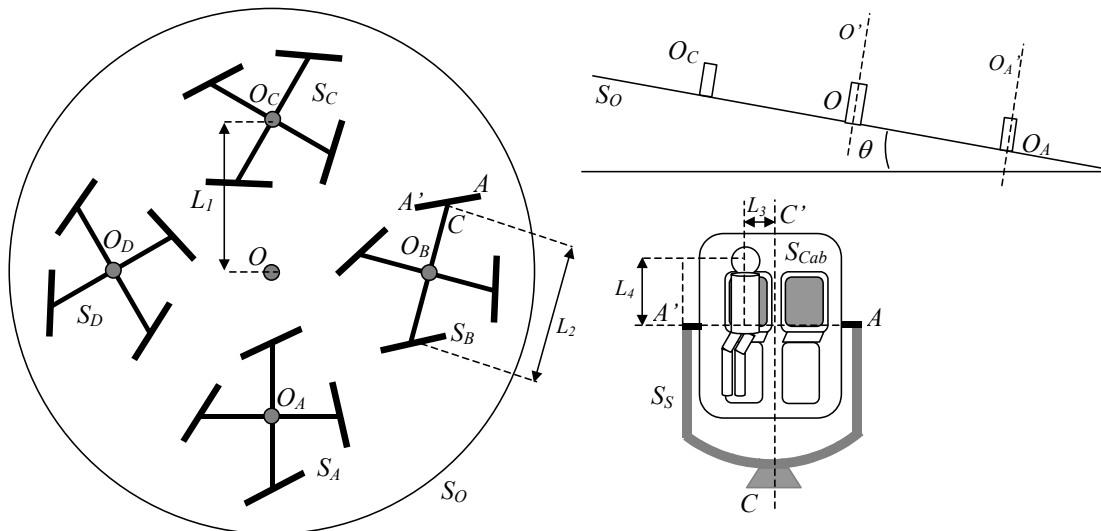
Un disque S_0 , incliné d'un angle θ , par rapport à l'horizontale, est en rotation constante (ω_1) autour de l'axe OO' passant son centre O dans le sens horlogique.

Quatre dispositifs semblables (S_A, S_B, S_C, S_D) sont placés aux quatre points du disque (O_A, O_B, O_C, O_D) distant d'une longueur L_1 du centre du disque. Chacun de ces dispositifs tourne autour de son centre (respectivement suivant les axes O_iO_i') avec une vitesse angulaire constante ω_2 dans le sens anti-horlogique par rapport au disque S_0 .

Le dispositif S_B est constitué de deux bras de longueur L_2 soudés en leur centre (O_B), de même pour les autres dispositifs.

À l'extrémité de chaque bras (par exemple C) est articulé une cabine. Le support de la cabine est articulé en C et permet une rotation ($\omega_3(t)$) suivant l'axe CC' . La cabine est elle-même en rotation ($\omega_4(t)$) autour de l'axe AA' . (Rem : Détailler les repères ainsi que les angles utilisés.)

1. Écrire la vitesse et l'accélération angulaires absolue ($\vec{\omega}$ et $\vec{\varepsilon}$) de la cabine S_{Cab} dans un repère de votre choix centré en C .
2. Écrire la vitesse absolue que subit la tête du passager de la cabine (située à une distance L_3 de l'axe CC' et L_4 de l'axe AA').
3. Sans calculer les produits vectoriels ni les sommes, écrire l'équation de l'accélération absolue que subit la tête du passager ainsi que le détail de chacun des termes compris dans cette équation.



Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be

Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :

<http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/tps.html>