

Effet gyroscopique - Dynamique des systèmes

Formulaire

$$\frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e$$

$$\frac{d}{dt} \bar{M}_A = \bar{m} \bar{v}_G \times \bar{v}_A + \bar{m}_{e,A} \quad \text{avec} \quad \bar{M}_A = \bar{M}_B + \bar{AB} \times \bar{R} \quad \text{ou} \quad \bar{M}_A = \bar{m} \bar{AG} \times \bar{v}_A + \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

$$\frac{d}{dt} T = \sum \bar{F}_h \cdot \bar{v}_h \quad \text{avec} \quad T = \frac{mv_A^2}{2} + m \bar{v}_A \cdot (\bar{\omega} \times \bar{AG}) + \frac{1}{2} \bar{\omega} \cdot \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

$$L = T - V \quad \text{avec} \quad T = \sum \left(\frac{1}{2} m_i v_{G_i}^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega}_i \cdot \bar{I}_{G_i} \cdot \bar{\omega}_i \right) \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i} \quad \text{avec} \quad Q_i = \sum_h \bar{F}_h \cdot \frac{\partial \bar{v}_h}{\partial \dot{q}_i}$$

$$\bar{C}_g = \Gamma \bar{\Omega} \times \bar{\omega} \Rightarrow \frac{d \bar{M}_G}{dt} = \bar{m}_{e,G} + \bar{C}_g$$

- Une voiture effectue un virage vers la droite sur une route horizontale. Déterminer si l'effet gyroscopique dû à la rotation propre des roues augmente ou diminue les composantes verticales des réactions de liaison exercées par le sol sur les roues droites du véhicule.
- Un cycliste roulant à 8 m/s se penche légèrement sur le côté droit, de telle manière que le centre de masse du système formé par lui-même et sa bicyclette (d'une masse totale de 80kg) se trouve à une distance de 3 cm de la verticale passant par le point de contact des roues avec le sol. Par conséquent, un moment de force extérieur s'exerce sur le système.
 - Expliquer comment le cycliste peut rétablir l'équilibre en tournant
 - A quelle vitesse angulaire le cycliste doit-il tourner son guidon pour rétablir l'équilibre ?

On suppose que la roue avant mesure 60 cm de diamètre, que sa jante et son pneu ont une masse totale de 600g, et que sa tige et sa fourche sont en position verticale. Moment central d'inertie $\Gamma = mR^2$

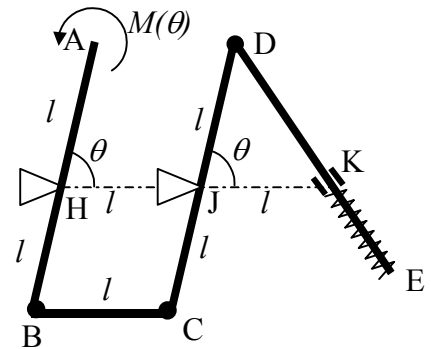
- Le mécanisme représenté ci-contre est situé dans un plan vertical ; les tiges homogènes AB , CD et DE ont une longueur $2l$ et une masse $2m$; la tige BC est homogène de longueur l et de masse m ; la tige DE peut coulisser dans le guide non fixe K ; le coefficient de rappel du ressort est k et sa longueur libre correspond à la position ($\theta=0$).

En négligeant tout frottement, déterminer

- l'équation différentielle du mouvement
- la réaction de liaison en K
- la réaction de liaison en H

Les réactions de liaisons seront exprimées en fonction de

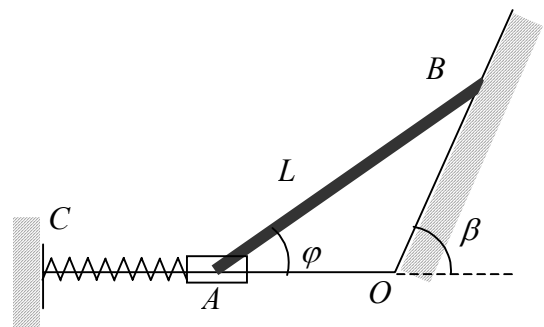
$\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, m, l$ et g .



- Une tige homogène AB de masse m et de longueur L se déplace dans le plan vertical fixe en s'appuyant en B contre un mur incliné dépoli (coefficient de frottement f). Son extrémité A est reliée à un ressort de coefficient de rappel k , dont la longueur libre correspond à $\varphi = 0$.

Etablir l'équation différentielle du mouvement

- en utilisant la seule coordonnée de Lagrange φ
- en utilisant les coordonnées de Lagrange φ et x_A .

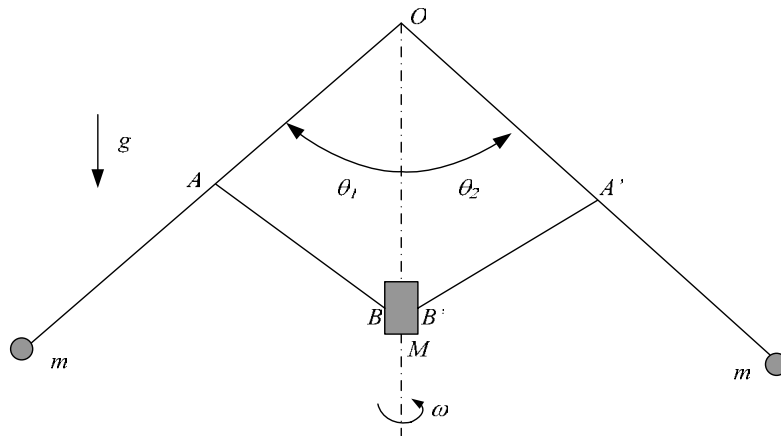


5. Le régulateur de Watt

Il s'agit d'un dispositif ancien et ingénieux permettant à un moteur de tourner à vitesse constante malgré les variations de charge. Référez vous à la figure. La tringlerie tourne à une vitesse proportionnelle à celle du moteur. Les masselottes (m_1 et m_2) commandent le moteur : en montant elles diminuent l'admission de carburant, ce qui tend à diminuer la vitesse du moteur. Une accélération du moteur fait monter les masselottes ce qui tire le manchon vers le haut, avec, comme conséquence, une diminution de l'admission.

Caractérisation du système :

- Vitesse de rotation constante, notée ω
- Les barres Om_1 et Om_2 sont rigides, sans masse, de longueur L
- Les articulations en A, A', B, B' sont des articulations rotoïdes
- Les articulations A et A' sont à une distance a de O
- Les barres AB et $A'B'$ sont rigides, sans masse, de longueur b
- Les deux masselottes sont modélisées comme des masses ponctuelles, de valeur m
- Le manchon est modélisé comme une masse ponctuelle de valeur M pouvant coulisser le long de l'axe.



Par malheur il y a eu une erreur au montage : l'articulation A' a été mal placée sur la barre, si bien que le montage n'est plus symétrique ! Vous devez donc considérer 2 longueurs différentes, notées a_1 et a_2 pour les segments OA et OA' ! De ce fait, les angles formés par les 2 barres avec l'axe de rotation ne sont donc pas égaux.

1. Déterminer les degrés de liberté ainsi que les coordonnées que vous utiliserez pour résoudre le problème.
2. Déterminer la(les) équation(s) permettant de trouver la ou les équations de mouvement.
3. Déterminer cette/ces équation(s) de mouvement dans le cas où le système est rééquilibré et que $a_1=a_2=b$

Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be

Pour les problèmes relatifs aux projets Matlab, contactez CFAO.Matlab@ulb.ac.be

Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sur le site de méca :

<http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/tps.html>