

Dynamique des systèmes

Formulaire

$$\frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e$$

$$\frac{d}{dt} \bar{M}_A = m \bar{v}_G \times \bar{v}_A + \bar{m}_{e,A} \quad \text{avec} \quad \bar{M}_A = \bar{M}_B + \bar{AB} \times \bar{R} \quad \text{ou} \quad \bar{M}_A = m \bar{AG} \times \bar{v}_A + \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

$$\frac{d}{dt} T = \sum \bar{F}_h \cdot \bar{v}_h \quad \text{avec} \quad T = \frac{mv_A^2}{2} + m \bar{v}_A \cdot (\bar{\omega} \times \bar{AG}) + \frac{1}{2} \bar{\omega} \cdot \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

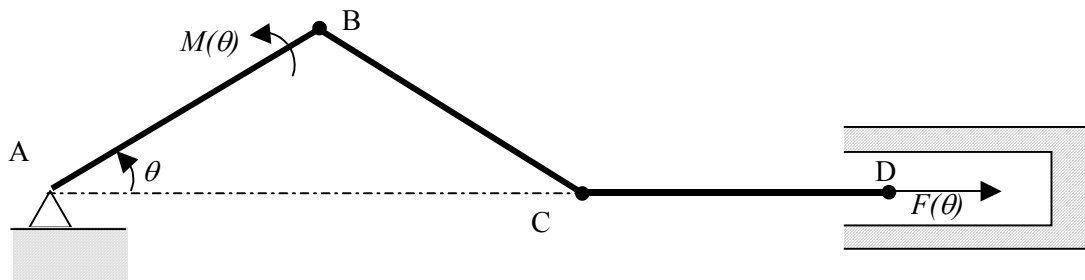
$$L = T - V \quad \text{avec} \quad T = \sum \left(\frac{1}{2} m_i v_{G_i}^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega}_i \bar{I}_{G_i} \bar{\omega}_i \right) \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i} \quad \text{avec} \quad Q_i = \sum_h \bar{F}_h \cdot \frac{\partial \bar{v}_h}{\partial q_i}$$

$$\bar{C}_g = \Gamma \bar{\Omega} \times \bar{\omega} \Rightarrow \frac{d \bar{M}_G}{dt} = \bar{m}_{e,G} + \bar{C}_g$$

- On considère le système de bielle manivelle $ABCD$ constitué de 3 tiges homogènes identiques de masse m et de longueur l chacune. La tige CD subit une force $F(\theta)$ donnée et la manivelle est soumise à un couple de force (agissant dans le plan du système) de moment donné $M=M(\theta)$ donné. Le poids des tiges est négligeable.

Déterminer

- l'équation différentielle du mouvement du système par Lagrange
- la réaction de liaison exercée en C par la tige CD sur la tige CB (en fonction de $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$)



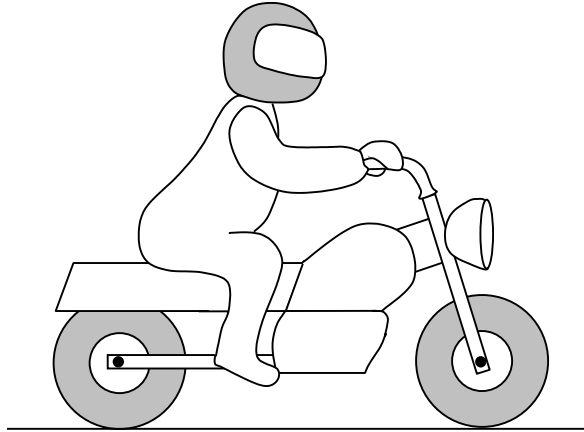
- Un motocycliste démarre en ligne droite avec sa moto sur une route plane avec une accélération \ddot{x} . On considère en première approximation la moto (sans les roues) et le motocycliste comme un corps rigide unique de masse M et de centre de gravité G .

Le point G se trouve à une hauteur h de la route tandis que la verticale en G divise le segment O_1O_2 (joignant les points de contact des roues avec le sol) en un point D tel que :

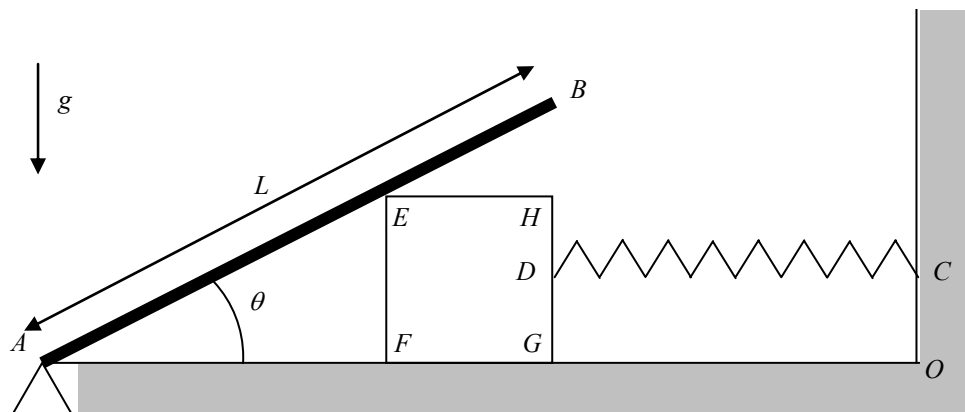
$$O_1O_2 = L ; O_1D = L/3 ; O_2D = 2L/3$$

Chacune des roues est parfaitement équilibrée, a une masse m , un rayon extérieur r et un rayon de giration central i . Le moteur exerce sur la roue arrière un couple C par l'intermédiaire des organes de transmission. On demande d'exprimer en fonction des données du problème :

- les composantes horizontales des forces de liaison (F_{1x}, F_{2x})
- les composantes verticales des forces de liaison (F_{1y}, F_{2y})
- l'accélération maximum \ddot{x}_{\max} et le couple moteur correspondant C_{\max} pour lesquels la moto démarrera en se cabrant, la roue avant décollée du sol (on supposera le coefficient de frottement suffisant pour éviter tout glissement).



3. Dans le plan vertical, une plaque carrée de masse M et de côté H peut glisser sans frottement horizontalement. La barre homogène AB , de masse m et de longueur L peut tourner sans perte autour de la liaison rotoïde en A . Le ressort horizontal CD relie le point C du bâti au point D du solide, à une hauteur h ($=GD$). La rigidité de ce ressort vaut k et sa longueur au repos vaut OA . En prenant l'angle θ pour paramètre de configuration du système :



1. Déterminer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle de la barre en fonction des degrés de liberté du système.
2. En fonction des coordonnées utilisées à la question 1, déterminer **la ou les équations de mouvement** du système

Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be

Pour les problèmes relatifs aux projets Matlab, contactez CFAO.Matlab@ulb.ac.be

Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :

<http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/tps.html>