

NOM, PRENOM :

NUMERO°:

Examen de mécanique rationnelle 2

1^{ère} session 10/01/2008 (8h-12h)

Répondre sur le questionnaire et **ne dégrafer que les brouillons**

$$\frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e$$

$$\frac{d}{dt} \bar{M}_A = m \bar{v}_G \times \bar{v}_A + \bar{m}_{e,A} \quad \text{avec} \quad \bar{M}_A = \bar{M}_B + \bar{AB} \times \bar{R} \quad \text{ou} \quad \bar{M}_A = m \bar{AG} \times \bar{v}_A + \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

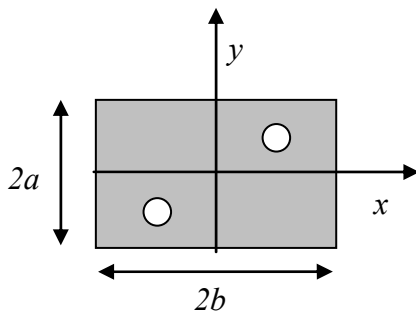
$$\frac{d}{dt} T = \sum \bar{F}_h \cdot \bar{v}_h \quad \text{avec} \quad T = \frac{mv_A^2}{2} + m \bar{v}_A \cdot (\bar{\omega} \times \bar{AG}) + \frac{1}{2} \bar{\omega} \cdot \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

$$L = T - V \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i} \quad \text{avec} \quad Q_i = \sum_h \bar{F}_h \cdot \frac{\partial \bar{v}_h}{\partial q_i}$$

Question 1 : questions rapides (5 points)

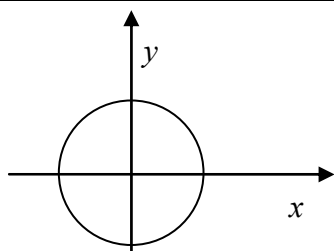
Déterminer le moment d'inertie d'un cylindre par rapport à son diamètre passant par le centre de masse (1)

Déterminer le terme I_{xy} du rectangle sachant que x et y sont les médianes du rectangle. (0.5)



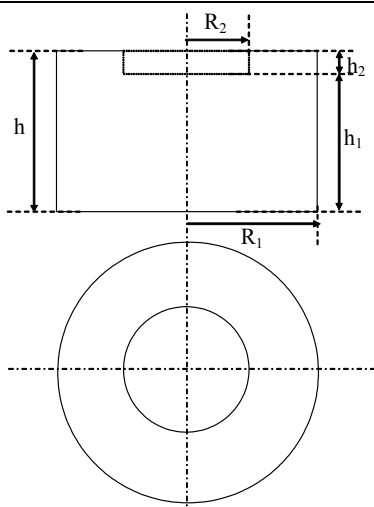
Que représente le terme I_z dans l'équation suivante : $T_{(\alpha)} = 2\pi\sqrt{\frac{I_z}{P.a}}$ (0.5)

Déterminer I_O d'un disque plein de masse m et de rayon R . (0.5)



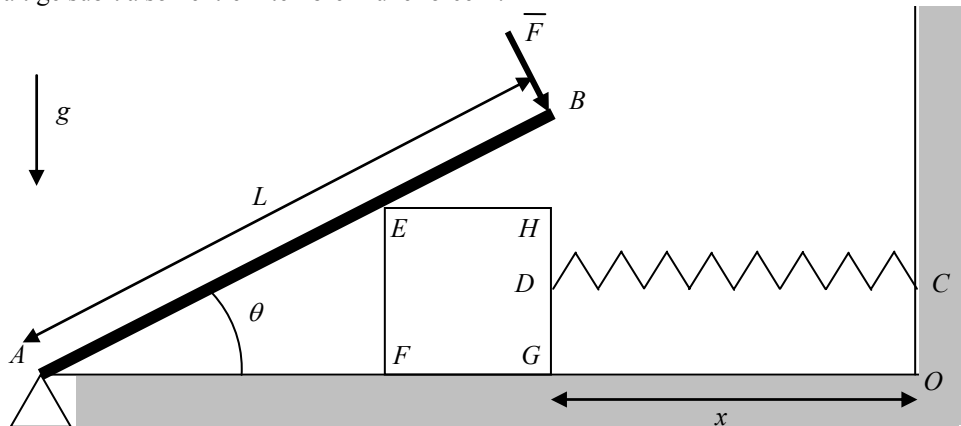
Démontrer l'expression du théorème de Lagrange suivante $\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i^*$ en fonction du théorème classique : $\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i}$ en identifiant chacun des termes ainsi que les conditions d'application. (1.5)

Déterminer le moment d'inertie d'un cylindre évidé par rapport à son axe de révolution passant par le centre de masse (exprimer le résultat en fonction de la masse totale) (1)



Question 2 : (4 points)

Dans le plan vertical, une plaque carrée de masse M et de côté H peut glisser sans frottement horizontalement. La barre homogène AB , de masse m et de longueur L peut tourner sans perte autour de la liaison rotoïde en A . Le ressort horizontal CD relie le point C du bâti au point D du solide, à une hauteur h ($=GD$). La rigidité de ce ressort vaut k et sa longueur au repos vaut OA . La tige subit à son extrémité libre B une force \vec{F} .



2. Déterminer la ou les équations de mouvement du système en fonction des paramètres de l'énoncé

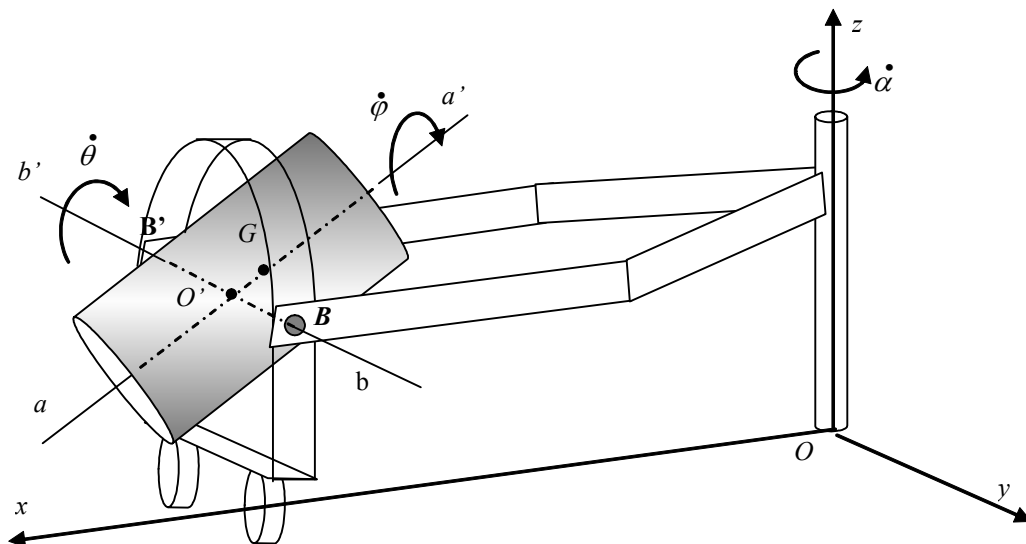
NOM, PRENOM :NUMERO°:

Question 3 : Centrifugeuse humaine (4 points)

Dans le cadre de l'entraînement des pilotes de chasse, l'utilisation d'une centrifugeuse humaine est un moyen avantageux de recréer au niveau du sol, l'accélération subie en opération. La centrifugeuse est constituée :

- d'un bâti en rotation autour de l'axe Oz . Sa position est définie par le paramètre α et la distance de O' à l'axe $z = L$.
- d'une nacelle en rotation (θ) autour de l'axe bb' ($//$ axe y) ainsi que d'une rotation (ϕ) autour de l'axe aa' (perpendiculaire à bb'). Son centre de masse est à une distance d de O' . Cette nacelle est modélisée par un cylindre de rayon R et de hauteur H .

Le repère $Oxyz$ tourne avec le bâti.



1. Déterminer les différents systèmes d'axes que vous allez utiliser pour calculer la vitesse angulaire de la nacelle (dessiner leur projection en 2D)

2. Déterminer la vitesse angulaire de la nacelle dans le repère du dessin.

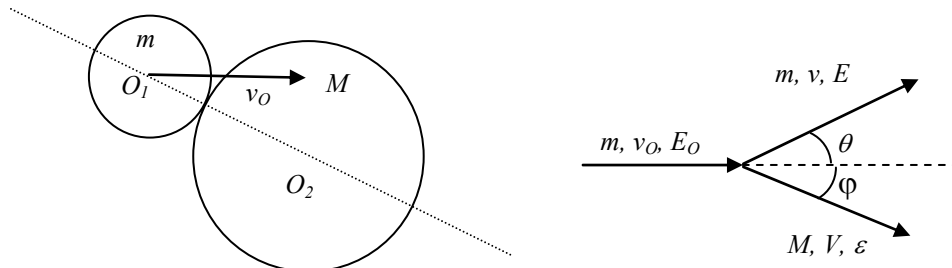
NOM, PRENOM :NUMERO°:

3. Déterminer l'accélération angulaire du S_3 .

4. Déterminer la somme de forces extérieures qui s'exercent sur la nacelle

Question 4 : Choc élastique entre deux sphères rigides (4 points)

Considérons deux sphères rigides et polies, de masses respectives m et M . Nous supposons la sphère 1 « incidente » possédant une vitesse de translation v_O , tandis que la sphère heurtée est initialement fixe.



1. Déterminer la relation entre l'énergie cinétique de la bille incidente après le choc et celle avant le choc. Justifier les hypothèses faites.

2. Donner les deux conditions pour lesquelles cette énergie s'annule-t-elle ?

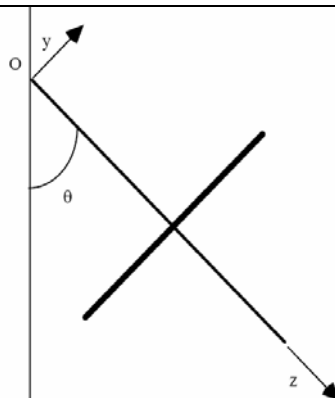
3. Dans quelle direction va partir la bille heurtée ?

Question 5 : Roue en rotation uniforme (3 points)

Une roue de vélo est maintenue avec un axe sans masse incliné d'un angle θ par rapport à la verticale. La vitesse angulaire de rotation propre de la roue et celle de précession sont constantes.

L'axe Oy est supposé dans un plan vertical en tout temps. Le plan du dessin est le plan vertical qui tourne avec la roue.

Introduisez les grandeurs nécessaires qui caractérisent le solide et son mouvement afin de formuler vos réponses.



Quel théorème général faut-il invoquer pour trouver le moment qu'il faut appliquer à l'extrémité O de l'axe de la roue afin de maintenir le mouvement décrit ?

NOM, PRENOM :NUMERO°:

Expliciter le moment cinétique de la roue. Trouver ses composantes dans le repère indiqué sur la figure

Dériver le moment cinétique en O . Quelle simplification peut-on faire ? Que vaut la vitesse angulaire de précession ?

NOM, PRENOM :NUMERO°:

BROUILLON

NOM, PRENOM :NUMERO°:

BROUILLON