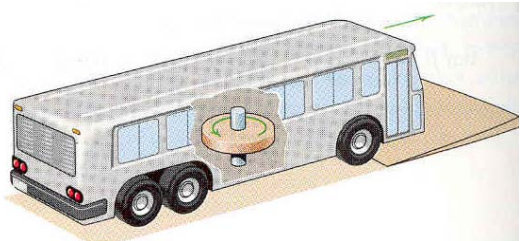


Effet gyroscopique - Dynamique des systèmes (1)

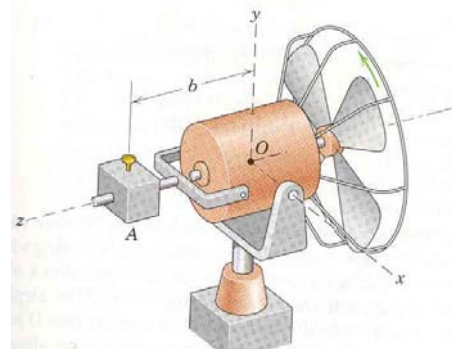
Formulaire

Couple gyroscopique : $\bar{C}_g = \Gamma \bar{\Omega} \times \bar{\omega}$ \Rightarrow Théorème du moment cinétique en G : $\frac{d\bar{M}_G}{dt} = \bar{m}_{e,G} + \bar{C}_g$ Lagrangien $\boxed{L = T - V}$ avec $T = \sum \left(\frac{1}{2} m_i v_{G_i}^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega}_i \bar{I}_{G_i} \bar{\omega}_i \right)$ Equation de Lagrange : $\boxed{\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i^* - \frac{\partial V}{\partial q_i}}$
 $Q_i^* = \sum (\text{Force dérivant potentiel})$ avec $\boxed{Q_i = \sum_h \bar{F}_h \cdot \frac{\partial \bar{\varphi}_h}{\partial q_i}}$ avec $\delta \bar{r}_h = \sum_i \frac{\partial \bar{\varphi}_h}{\partial q_i} \delta q_i$ Si les variables ne sont pas indépendantes : p relations holonomes : $\phi_j(q_i, t) = 0$ $\Rightarrow \sum_{i=1}^n \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i} \delta q_i = 0$ Equation de Lagrange modifiée : $\boxed{\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i}}$ Si toutes les forces dérivent d'un potentiel : $\boxed{\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i}}$ **Rem :** $\frac{\partial mx}{\partial x} = m$; $\frac{\partial mx}{\partial \dot{x}} = 0$; $\frac{\partial m\dot{x}}{\partial x} = 0$; $\frac{dm\dot{x}}{dx} = \frac{dm}{dt} \frac{dx}{dx} = m \frac{\ddot{x}}{\dot{x}}$

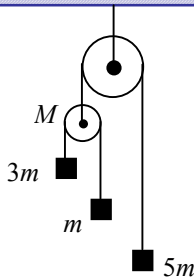
1. Un bus expérimental antipollution fonctionne à l'aide de l'énergie cinétique récupérée d'une grande roue mise en rotation comme montré sur le dessin. Quel sera l'effet de cette roue sur la direction suivie par le bus si celui-ci monte une légère rampe ?



2. Dans le dispositif représenté ci-contre, la position du bloc A de norme 0,8 kg peut être ajustée ; lorsque le ventilateur ne tourne pas, le système est à l'équilibre autour de l'axe OX pour $b=18$ cm. Sachant que la masse totale du ventilateur (avec le moteur) est de 2,2 kg, et que son rayon de giration par rapport à son axe z de 6 cm, déterminer la valeur de b pour qu'il y ait une précession uniforme $\dot{\phi} = 0,2 \text{ rad/s}$ \bar{I}_y lorsque le ventilateur tourne dans le sens indiqué sur la figure à la vitesse angulaire de 1725 tours par minutes.



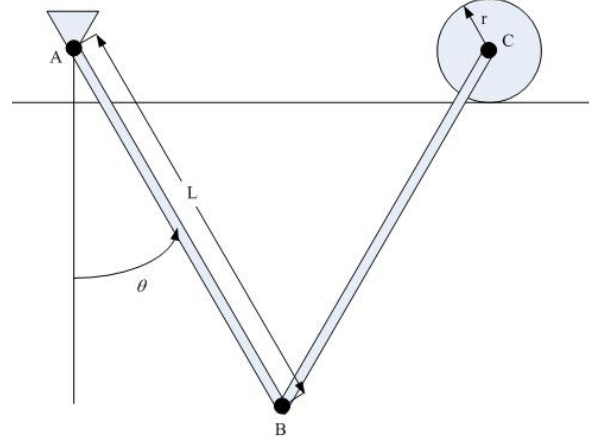
3..



Soit le système pesant de trois masses (de masse m , $3m$, $5m$) et deux poulies (de rayon R et $2R$) ci-contre. Déterminer les équations du mouvement pour chacune des masses si les poulies sont assimilées à des disques pleins. Le moment d'inertie du disque de masse M est $I=2mR^2$.

4

Le système comporte deux barres AB et BC homogènes identiques de masse m et longueur L et un disque homogène de masse m et de rayon r . Les barres sont articulées en A , B et C grâce à des liaisons rotoïdes parfaites. Le coefficient de frottement entre le sol horizontal et le disque est supposé suffisant pour éviter tout glissement. θ représente l'angle que fait la direction verticale avec la barre AB . α est l'angle caractérisant la rotation du disque.

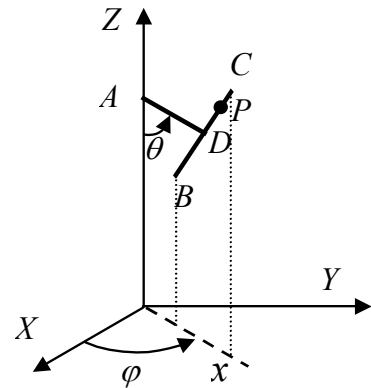


On demande d'établir l'(les) équation(s) du mouvement (en fonction des paramètres de l'énoncé) par le théorème de Lagrange en prenant comme coordonnées généralisées α et θ .

5.

Les deux branches d'un T symétrique ont même masse m et même longueur l . Le T , ABC , est articulé en A sur un axe vertical OZ . Un point pesant P , de masse M peut se déplacer le long de BC . Le T peut tourner autour de A dans le plan vertical zOx , qui, lui-même, peut tourner autour de OZ . Ecrire les équations de Lagrange du système et les intégrales premières immédiates.

Que deviennent les équations de Lagrange et les intégrales premières si à l'aide d'un couple C , on impose $\dot{\phi} = \text{const}$? Calculer C .



Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be

Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :

<http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/tps.html>