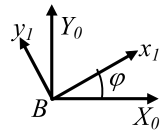
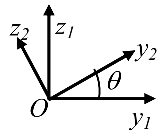
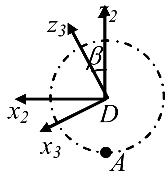
Corrigé de la séance 3







1.1 R_0 : Repère $OX_0Y_0Z_0$ fixe.

R_1 : Repère $Ox_1y_1z_1$ tournant autour de l'axe Z_0 (CC)= z_1 ($\overline{\omega}_{R_1/R_0} = q\,\overline{1}_{z_1}$) + Repère R_1' translaté de b suivant l'axe x.

R_2 : Repère $Ox_2y_2z_2$ tournant autour de l'axe $x_1 = x_2$

($\overline{\omega}_{R_2/R_0} = \underbrace{\overline{\omega}_{R_2/R_1}}_{\dot{\theta}\overline{1}_{x_1}} + \overline{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\theta}\,\overline{1}_{x_1} + q\,\overline{1}_{z_1}$)

R_3 : Repère $Gx_3y_3z_3$ lié au disque et tournant avec R_2 et autour de $y_2 = y_3$

($\overline{\omega}_{R_3/R_0} = \overline{\omega}_{R_3/R_2} + \overline{\omega}_{R_2/R_0} = \dot{\theta}\,\overline{1}_{x_1} + q\,\overline{1}_{z_1} + p\,\overline{1}_{y_2}$)

Comme le repère R3 est complètement lié au disque on peur écrire :

$\overline{\omega}_{disque} = \overline{\omega}_{R_3/R_0} = \dot{\theta}\,\overline{1}_{x_1} + q\,\overline{1}_{z_1} + p\,\overline{1}_{y_2}$

=> $\boxed{\overline{\omega}_{disque} = \dot{\theta}\,\overline{1}_{x_2} + (q\sin\theta + p)\,\overline{1}_{y_2} + q\cos\theta\,\overline{1}_{z_2}} = \dot{\theta}\,\overline{1}_{x_1} + p\cos\theta\,\overline{1}_{y_1} + (p\sin\theta + q)\,\overline{1}_{z_1}$

1.2

$$\overline{\varepsilon}_{disque} = \left.\frac{d\overline{\omega}_{disque}}{dt}\right|_{abs} = \left.\frac{d\overline{\omega}_{disque/R_2}}{dt}\right|_{R_2} + \overline{\omega}_{R_2/R_0} \times \overline{\omega}_{disque/R_2}$$

$$\boxed{\overline{\varepsilon}_{disque} = (\ddot{\theta} - pq\cos\theta)\,\overline{1}_{x_2} + (\dot{p} + \dot{q}\sin\theta + q\cos\theta\dot{\theta})\,\overline{1}_{y_2} + (\dot{q}\cos\theta - q\sin\theta\dot{\theta} + p\dot{\theta})\,\overline{1}_{z_2}}$$

1.3

$$\overline{v}_O = \underbrace{\overline{v}_B}_{=0} + \overline{\omega}_{S_1} \times \underbrace{\overline{BO}}_{-b\overline{1}_{x_1}} = -bq\,\overline{1}_{y_1} = -bq\cos\theta\,\overline{1}_{y_2} + bq\sin\theta\,\overline{1}_{z_2}$$

$$\overline{v}_D = \overline{v}_O + \overline{\omega}_{S_2} \times \underbrace{\overline{OD}}_{a\overline{1}_{y_2}} = -aq\cos\theta\,\overline{1}_{x_2} - bq\cos\theta\,\overline{1}_{y_2} + (bq\sin\theta + a\dot{\theta})\,\overline{1}_{z_2}$$

$$\overline{v}_A = \overline{v}_D + \overline{\omega}_{S_3} \times \underbrace{\overline{DA}}_{-R\overline{1}_{z_2}} = \boxed{-\left(aq\cos\theta + (q\sin\theta + p)R\right)\overline{1}_{x_2} + (R\dot{\theta} - bq\cos\theta)\,\overline{1}_{y_2} + (bq\sin\theta + a\dot{\theta})\,\overline{1}_{z_2}}$$

où D est le centre du disque ($\overline{AD} // \overline{1}_{z_2}$)

1.4

$$\overline{\varepsilon}_1 = \dot{q}\,\overline{1}_{z_1}$$

$$\overline{\varepsilon}_2 = \ddot{\theta}\,\overline{1}_{x_2} + (\dot{q}\sin\theta + q\cos\theta\dot{\theta})\,\overline{1}_{y_2} + (\dot{q}\cos\theta - q\sin\theta\dot{\theta})\,\overline{1}_{z_2}$$

$$\overline{a}_O = \underbrace{\overline{a}_B}_{=0} + \overline{\varepsilon}_{S_1} \times \underbrace{\overline{BO}}_{-b\overline{1}_{x_1}} + \overline{\omega}_{S_1} \times \left(\overline{\omega}_{S_1} \times \overline{BO}\right) = -b\dot{q}\,\overline{1}_{y_1} + bq^2\,\overline{1}_{x_1} = -b\dot{q}\cos\theta\,\overline{1}_{y_2} + b\dot{q}\sin\theta\,\overline{1}_{z_2} + bq^2\,\overline{1}_{x_2}$$

$$\overline{a}_D = \overline{a}_O + \overline{\varepsilon}_{S_2} \times \underbrace{\overline{OD}}_{a\overline{1}_{y_2}} + \overline{\omega}_{S_2} \times \left(\overline{\omega}_{S_2} \times \overline{OD}\right) = +bq^2\,\overline{1}_{x_2} - b\dot{q}\cos\theta\,\overline{1}_{y_2} + b\dot{q}\sin\theta\,\overline{1}_{z_2}$$

$$a\ddot{\theta}\,\overline{1}_{z_2} - a(\dot{q}\cos\theta - q\sin\theta\dot{\theta})\,\overline{1}_{x_2}$$

$$+a\dot{\theta}q\sin\theta\,\overline{1}_{x_2} - (a\dot{\theta}^2 + aq^2\cos^2\theta)\,\overline{1}_{y_2} + (aq^2\cos\theta\sin\theta)\,\overline{1}_{z_2}$$

$$\overline{a}_D = (bq^2 - a\dot{q}\cos\theta + 2aq\sin\theta\dot{\theta})\,\overline{1}_{x_2} - (b\dot{q}\cos\theta + a\dot{\theta}^2 + aq^2\cos^2\theta)\,\overline{1}_{y_2} + (b\dot{q}\sin\theta + aq^2\cos\theta\sin\theta + a\ddot{\theta})\,\overline{1}_{z_2}$$

$$\overline{a}_A = \overline{a}_D + \overline{\varepsilon}_{S_3} \times \underbrace{\overline{DA}}_{-R\overline{1}_{z_2}} + \overline{\omega}_{S_3} \times \left(\overline{\omega}_{S_3} \times \overline{DA}\right)$$

$$(bq^2 - a\dot{q}\cos\theta + 2aq\sin\theta\dot{\theta})\,\overline{1}_{x_2} - (b\dot{q}\cos\theta + a\dot{\theta}^2 + aq^2\cos^2\theta)\,\overline{1}_{y_2} + (b\dot{q}\sin\theta + aq^2\cos\theta\sin\theta + a\ddot{\theta})\,\overline{1}_{z_2}$$

$$-(R\dot{p} + R\dot{q}\sin\theta + Rq\cos\theta\dot{\theta})\,\overline{1}_{x_2} + (R\ddot{\theta} - Rpq\cos\theta)\,\overline{1}_{y_2}$$

$$-R\dot{\theta}q\cos\theta\,\overline{1}_{x_2} - (Rq^2\cos\theta\sin\theta + Rpq\cos\theta)\,\overline{1}_{y_2} + (Rq^2\sin^2\theta + 2R\sin\theta qp + Rp^2 + R\dot{\theta}^2)\,\overline{1}_{z_2}$$

$$= (2aq\sin\theta\dot{\theta} - 2Rq\cos\theta\dot{\theta} + bq^2 - R\dot{p} - R\dot{q}\sin\theta - a\dot{q}\cos\theta)\,\overline{1}_{x_2}$$

$$+(-a\dot{\theta}^2 + R\ddot{\theta} - 2Rpq\cos\theta - Rq^2\cos\theta\sin\theta - aq^2\cos^2\theta - b\dot{q}\cos\theta)\,\overline{1}_{y_2}$$

$$+(R\dot{\theta}^2 + a\ddot{\theta} + 2R\sin\theta qp + aq^2\cos\theta\sin\theta + Rq^2\sin^2\theta + Rp^2 + b\dot{q}\sin\theta)\,\overline{1}_{z_2}$$

1.4 $\overline{a}_A = \left.\dfrac{d\overline{v}_A}{dt}\right|_{R_2} + \overline{\omega}_{R_2/R_0} \times \overline{v}_A = \left(aq\sin\theta\dot{\theta} - a\dot{q}\cos\theta - \left(R\dot{p} - Rq\cos\theta\dot{\theta} - R\dot{q}\sin\theta\right)\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-b\dot{q}\cos\theta + bq\sin\theta\dot{\theta} + R\ddot{\theta}\right)\overline{1}_{y_2} + \left(a\ddot{\theta} + bq\cos\theta\dot{\theta} + b\dot{q}\sin\theta\right)\overline{1}_{z_2}$

$$+\begin{vmatrix} \overline{1}_{x_2} & \overline{1}_{y_2} & \overline{1}_{z_2} \\ \dot{\theta} & q\sin\theta & q\cos\theta \\ -\left(\left(p+q\sin\theta\right)R + aq\cos\theta\right) & -\left(bq\cos\theta + R\dot{\theta}\right) & \left(a\dot{\theta} + bq\sin\theta\right) \end{vmatrix}$$

$= \left(+bq^2 + 2aq\sin\theta\dot{\theta} - R\dot{p} - R\dot{q}\sin\theta - a\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-a\dot{\theta}^2 + R\ddot{\theta} - \underline{\underline{1}}\,Rpq\cos\theta - Rq^2\cos\theta\sin\theta - aq^2\cos^2\theta - b\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(-R\dot{\theta}^2 + a\ddot{\theta} + \underline{\underline{1}}\,Rpq\sin\theta + aq^2\sin\theta\cos\theta + Rq^2\sin^2\theta + b\dot{q}\sin\theta\right)\overline{1}_{z_2}$

Le résultat n'est pas le même qu'avec la formule de distribution des accélérations (qui est toujours valable). En plus des termes soulignés deux fois, il manque le terme $Rp^2\,\overline{1}_{z_2}$ (accélération normale de *A* autour de *D*). Ces différences sont dues au fait que le point *A* est le point le plus bas du disque. A un instant donné, le point *A* sera tout en bas et aura l'accélération demandée $\overline{a}_A$. Si on avait voulu utiliser la formule de la dérivée, il aurait fallu calculer la vitesse d'un point quelconque du disque $\overline{v}_P$ avec $\overline{DP} = R\,\overline{1}_{z_3}$ et ensuite dériver cette vitesse pour trouver l'accélération en pour une valeur particulière de β : $\left.\overline{a}_P\right|_{\beta=\pi} = \overline{a}_A$

$\overline{v}_P = \overline{v}_D + \overline{\omega}_{S_3} \times \overline{DP} = \left(-aq\cos\theta + \left(q\sin\theta + p\right)R\cos\beta\right)\overline{1}_{x_2} + \left(-bq\cos\theta - R\dot{\theta}\cos\beta + q\cos\theta R\sin\beta\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(bq\sin\theta + a\dot{\theta} - \left(q\sin\theta + p\right)R\sin\beta\right)\overline{1}_{z_2} \Rightarrow \overline{v}_{P/\beta=\pi} = \overline{v}_A$

$\overline{a}_P = \left.\dfrac{d\overline{v}_P}{dt}\right|_{R_2} + \overline{\omega}_{R_2/R_0} \times \overline{v}_P = \left(aq\sin\theta\dot{\theta} - a\dot{q}\cos\theta + \left(R\dot{p} + Rq\cos\theta\dot{\theta} + R\dot{q}\sin\theta\right)\cos\beta - R\left(q\sin\theta + p\right)\sin\beta\dot{\beta}\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-b\dot{q}\cos\theta + bq\sin\theta\dot{\theta} - R\ddot{\theta}\cos\beta + R\dot{\theta}\sin\beta\dot{\beta} + R\dot{q}\cos\theta\sin\beta - Rq\sin\theta\dot{\theta}\sin\beta + Rq\cos\theta\cos\beta\dot{\beta}\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(a\ddot{\theta} + bq\cos\theta\dot{\theta} + b\dot{q}\sin\theta - \left(R\dot{p} - Rq\cos\theta\dot{\theta} - R\dot{q}\sin\theta\right)\sin\beta - R\left(q\sin\theta + p\right)\cos\beta\dot{\beta}\right)\overline{1}_{z_2}$

$$+\begin{vmatrix} \overline{1}_{x_2} & \overline{1}_{y_2} & \overline{1}_{z_2} \\ \dot{\theta} & q\sin\theta & q\cos\theta \\ \left(\left(p+q\sin\theta\right)R\cos\beta - aq\cos\theta\right) & \left(-bq\cos\theta - R\dot{\theta}\cos\beta + q\sin\theta sin\beta\right) & \left(a\dot{\theta} + bq\sin\theta - \left(p+q\sin\theta\right)R\sin\beta\right) \end{vmatrix}$$

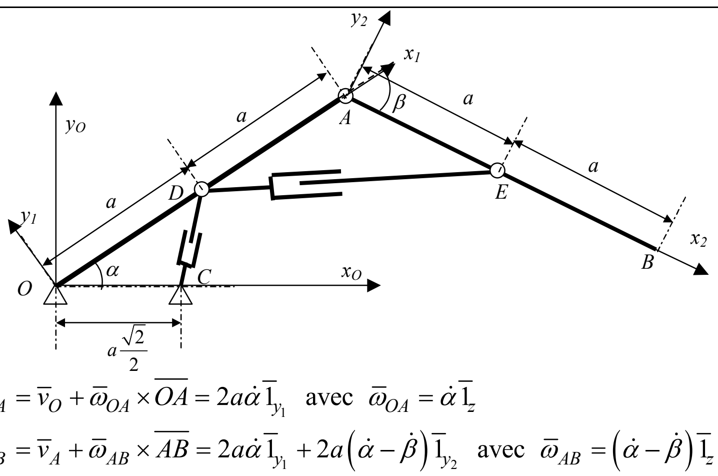
$\overline{a}_A = \overline{a}_{P(\beta=\pi)} =$

$\left(2aq\sin\theta\dot{\theta} - 2Rq\cos\theta\dot{\theta} + bq^2 - R\dot{p} - R\dot{q}\sin\theta - a\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-a\dot{\theta}^2 + R\ddot{\theta} - 2Rpq\cos\theta - Rq^2\cos\theta\sin\theta - aq^2\cos^2\theta - b\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(+R\dot{\theta}^2 + a\ddot{\theta} + 2Rpq\sin\theta + aq^2\sin\theta\cos\theta + Rq^2\sin^2\theta + Rp^2 + b\dot{q}\sin\theta\right)\overline{1}_{z_2}$

2.



$\overline{v}_A = \overline{v}_O + \overline{\omega}_{OA} \times \overline{OA} = 2a\dot{\alpha}\,\overline{1}_{y_1}$ avec $\overline{\omega}_{OA} = \dot{\alpha}\,\overline{1}_z$

$\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{\omega}_{AB} \times \overline{AB} = 2a\dot{\alpha}\,\overline{1}_{y_1} + 2a\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\overline{1}_{y_2}$ avec $\overline{\omega}_{AB} = \left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\overline{1}_z$

$\overline{v}_B = 2a\dot{\alpha}\,\overline{1}_{y_1} + 2a\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\left(\sin\beta\,\overline{1}_{x_1} + \cos\beta\,\overline{1}_{y_1}\right) = 2a\sin\beta\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\overline{1}_{x_1} + 2a\left(\dot{\alpha} + \cos\beta\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\right)\overline{1}_{y_1}$

Vérification : $\overline{\mathrm{OB}} = 2a\,\overline{1}_{x_1} + 2a\left(\cos\beta\,\overline{1}_{x_1} - \sin\beta\,\overline{1}_{y_1}\right) \Rightarrow$

$$\overline{v}_B = \left.\frac{d\overline{\mathrm{OB}}}{\mathrm{dt}}\right|_{R_1} + \overline{\omega}_{R_1/R_0}\times\overline{\mathrm{OB}} = 2a\left(-\sin\beta\dot{\beta}\,\overline{1}_{x_1} - \cos\beta\dot{\beta}\,\overline{1}_{y_1}\right) + 2a\left(1+\cos\beta\right)\dot{\alpha}\,\overline{1}_{y_1} + 2a\sin\beta\dot{\alpha}\,\overline{1}_{x_1}$$

Pour remplacer les vitesses angulaires $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$ en fonction de V :

$$\left\|\overline{CD}\right\|^2 = a^2 + a^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2aa\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha = a^2\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}\left\|\overline{CD}\right\|}{\mathrm{dt}} = V \Rightarrow 2\left\|\overline{CD}\right\|V = \sqrt{2}a^2\sin\alpha\dot{\alpha} \Rightarrow \boxed{\dot{\alpha} = \frac{V\sqrt{2}\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{a\sin\alpha}}$$

$$\left\|\overline{DE}\right\|^2 = 2a^2\left(1+\cos\beta\right) \Rightarrow \frac{\mathrm{d}\left\|\overline{DE}\right\|}{\mathrm{dt}} = V \Rightarrow 2\left\|\overline{DE}\right\|V = -2a^2\sin\beta\dot{\beta} \Rightarrow \boxed{\dot{\beta} = \frac{-V\sqrt{2\left(1+\cos\beta\right)}}{a\sin\beta}}$$

Autre méthode : En considérant que la vitesse de *D* est perpendiculaire à *OD*, on peut calculer la vitesse de sortie du vérin (V) comme étant la projection de la vitesse de *D* sur l'axe du vérin (*CD*). Ce qui revient au même que de décomposer la vitesse du point *D* par rapport au point *C*, avec une vitesse relative dans l'axe *CD* et une vitesse de rotation autour de *C* avec *CD* fixe. La composée de ces deux vitesses doit donner la vitesse de rotation de *D* autour de *O*.

$$V = v_D\sin\gamma \quad \text{avec } \gamma \text{ l'angle } ODC. \text{ Par la règle des sinus : } \frac{\sin\gamma}{\left\|\overline{OC}\right\|} = \frac{\sin\alpha}{\left\|\overline{CD}\right\|} \Rightarrow V = a\dot{\alpha}.\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha}{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}$$

$$V = v_{E\,rel}\sin\frac{\beta}{2} \quad \text{avec } \frac{\beta}{2} \text{ l'angle } DEA. \Rightarrow V = -a\dot{\beta}\sin\frac{\beta}{2} \Rightarrow \dot{\beta} = \frac{-V}{a\sin\frac{\beta}{2}} = \frac{-V\,2\cos\frac{\beta}{2}}{a2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}} = \frac{-V\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\beta}}{a\sin\beta}$$

$$\Rightarrow \overline{v}_B = 2\sqrt{2}V\sin\beta\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{\sin\alpha} + \frac{\sqrt{\left(1+\cos\beta\right)}}{\sin\beta}\right)\overline{1}_{x_1}$$

$$+2\sqrt{2}V\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{\sin\alpha} + \cos\beta\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{\sin\alpha} + \frac{\sqrt{\left(1+\cos\beta\right)}}{\sin\beta}\right)\right)\overline{1}_{y_1}$$

Animation matlab sur : http://www.ulb.ac.be/polytech/smana/Seance03CinematiqueSolide.htm

---

3. **R_1/R_0 :** Repère incliné sur le rotor 1. $\overline{\omega}_{R_1/R_0} = 0$

R_2/R_1 : Repère suivant la rotation du rotor. x_2 fixé sur le bras S_1

$\overline{\omega}_{R_2/R_0} = \dot{\beta}\,\overline{1}_{z_2}$

R_3/R_2 : Repère incliné sur le rotor 2. $\overline{\omega}_{R_3/R_0} = \dot{\beta}\,\overline{1}_{z_2}$ et $\overline{1}_{z_2} = \sin\alpha_2\,\overline{1}_{x_3} + \cos\alpha_2\,\overline{1}_{z_3}$

R_4/R_3 : Repère suivant la rotation du rotor 2. x_4 fixé sur le bras S_3

$\overline{\omega}_{R_4/R_0} = \dot{\beta}\,\overline{1}_{z_2} + \dot{\theta}\,\overline{1}_{z_3}$

R_5/R_4 : Repère suivant la rotation de la nacelle S_3

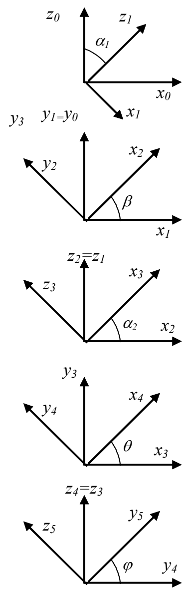
$\overline{\omega}_{R_5/R_0} = \dot{\beta}\,\overline{1}_{z_2} + \dot{\theta}\,\overline{1}_{z_3} + \dot{\varphi}\,\overline{1}_{x_4}$ et $\overline{1}_{x_4} = \cos\left(\omega_2 t\right)\overline{1}_{x_3} + \sin\left(\omega_2 t\right)\overline{1}_{y_3}$

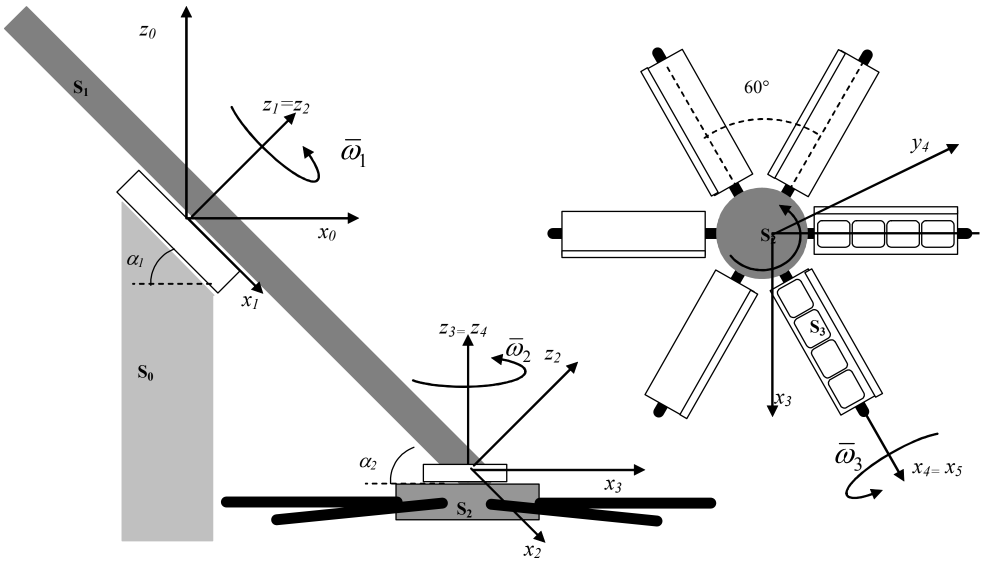
avec $\omega_1 = \dot{\beta}$; $\omega_2 = \dot{\theta}$; $\omega_3 = \dot{\varphi}$ avec $\theta = \omega_2 t$

Comme le repère R_5 est entièrement lié à la nacelle étudiée, la vitesse angulaire de la nacelle est :

$\overline{\omega}_{S_3} = \overline{\omega}_{R_5/R_0} = \omega_1\,\overline{1}_{z_2} + \omega_2\,\overline{1}_{z_3} + \omega_3\,\overline{1}_{x_4}$

$\Rightarrow \boxed{\overline{\omega}_{S_3} = \left(\sin\alpha_2\omega_1 + \cos\left(\omega_2 t\right)\omega_3\right)\overline{1}_{x_3} + \sin\left(\omega_2 t\right)\omega_3\,\overline{1}_{y_3} + \left(\cos\alpha_2\omega_1 + \omega_2\right)\overline{1}_{z_3}}$





$$\bar{\varepsilon}_{S_3}=\frac{d\bar{\varpi}_{S_3}}{dt}=\left.\frac{d\bar{\varpi}_{S_3}}{dt}\right|_{R_3}+\bar{\varpi}_{R_3/R_0}\times\bar{\varpi}_{S_3}\quad \text{avec}\quad \bar{\varpi}_{R_3/R_0}\times\bar{\varpi}_{S_3}=\bar{\varpi}_{R_3/R_0}\times\left(\bar{\varpi}_{R_5/R_3}+\bar{\varpi}_{R_3/R_0}\right)=\bar{\varpi}_{R_3/R_0}\times\bar{\varpi}_{R_5/R_3}=$$

$$=-\cos\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\overline{1}_{x_3}+\omega_1\left(\cos\alpha_2\cos(\omega_2 t)\omega_3-\sin\alpha_2\omega_2\right)\overline{1}_{y_3}+\sin\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\overline{1}_{z_3}$$

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_{S_3}&=\left(\cos(\omega_2 t)\dot{\omega}_3-\sin(\omega_2 t)\omega_2\omega_3-\cos\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\right)\overline{1}_{x_3}\\&+\left(\cos(\omega_2 t)\omega_2\omega_3+\sin(\omega_2 t)\dot{\omega}_3+\cos\alpha_2\cos(\omega_2 t)\omega_1\omega_3-\sin\alpha_2\omega_1\omega_2\right)\overline{1}_{y_3}\\&+\left(\sin\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\right)\overline{1}_{z_3}\end{aligned}$$

4.1 $R1(xyz)$ repère lié à l'axe : $\bar{\varpi}_{R1/R0}=\Omega\overline{1}_z$

$R2(x_2y_2z_2)$ repère lié au panneau A : $\bar{\varpi}_{R2/R1}=\omega_0\overline{1}_x$ => $\bar{\varpi}_{R2/R0}=\Omega\overline{1}_z+\omega_0\overline{1}_x$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon}=\underbrace{\left.\frac{d\bar{\varpi}}{dt}\right|_{R1}}_{=0}+\bar{\varpi}_{R1/R0}\times\bar{\varpi}\Rightarrow\boxed{\bar{\varepsilon}=\omega_0\Omega\overline{1}_y}$$

4.2 $\bar{\varpi}_{R1/R0}=\Omega\overline{1}_z=\bar{\varpi}_{tige}$

$\bar{\varpi}_{R2/R0}=\Omega\overline{1}_z+\omega_0\overline{1}_x=\bar{\varpi}_{plaque}$ => $\bar{\varepsilon}_{plaque}=\omega_0\Omega\overline{1}_y$

$$\bar{v}_P=\bar{v}_{Q(a+b,0,0)}+\bar{\varpi}_{plaque}\times\overline{QP}=\Omega(a+b)\overline{1}_y+\Omega c\left(-\cos\beta\overline{1}_x\right)+\omega_0 c\left(\cos\beta\overline{1}_z-\sin\beta\overline{1}_y\right)$$

$$\Rightarrow\boxed{\bar{v}_P=-\Omega c\cos\beta\overline{1}_x+\left(\Omega(a+b)-\omega_0 c\sin\beta\right)\overline{1}_y+\omega_0 c\cos\beta\overline{1}_z}$$

$$\text{avec}\begin{cases}\bar{v}_{Q(a+b,0,0)}=\bar{v}_O+\bar{\varpi}_{tige}\times\overline{OQ}=\Omega(a+b)\overline{1}_y\\ \overline{QP}=c\overline{1}_{y_2}=c\left(\cos\beta\overline{1}_y+\sin\beta\overline{1}_z\right)\end{cases}$$

4.3

$$\bar{a}_P=\left.\frac{d\bar{v}_P}{dt}\right|_{R1}+\bar{\varpi}_{R1/R0}\times\bar{v}_P=\left[\Omega c\sin\beta\omega_0\overline{1}_x-\omega_0^2c\cos\beta\overline{1}_y-\omega_0^2c\sin\beta\overline{1}_z\right]-\Omega\Omega c\cos\beta\overline{1}_y-\Omega\left(\Omega(a+b)-\omega_0 c\sin\beta\right)\overline{1}_x$$

$$\Rightarrow\bar{a}_P=\left[2\Omega c\sin\beta\omega_0-\Omega^2(a+b)\right]\overline{1}_x-\left[\omega_0^2c\cos\beta+\Omega^2c\cos\beta\right]\overline{1}_y-\omega_0^2c\sin\beta\overline{1}_z$$

ou

$$\bar{a}_P=\bar{a}_Q+\bar{\varepsilon}_2\times\overline{QP}+\bar{\omega}_2\times\bar{\omega}_2\times\overline{QP}$$

$$\bar{a}_P=\left[-\Omega^2(a+b)\overline{1}_x\right]+\left[\omega_0\Omega c\sin\beta\overline{1}_x\right]+\left[-\Omega^2c\cos\beta\overline{1}_y+\left(\Omega\left(\omega_0c\sin\beta\right)\overline{1}_x+\omega_0\left(-\omega_0c\sin\beta\right)\overline{1}_z\right)-\omega_0^2c\cos\beta\overline{1}_y\right]$$

$$\Rightarrow\bar{a}_P=\left[2\omega_0\Omega c\sin\beta-\Omega^2(a+b)\right]\overline{1}_x-\left[\Omega^2c\cos\beta+\omega_0^2c\cos\beta\right]\overline{1}_y-\left[\omega_0^2c\sin\beta\right]\overline{1}_z$$

avec $\bar{a}_Q=\bar{a}_O+\bar{\varepsilon}_1\times\overline{OQ}+\bar{\omega}_1\times\bar{\omega}_1\times\overline{OQ}=-\Omega^2(a+b)\overline{1}_x$ où $\bar{\varepsilon}_1=\bar{a}_O=0$

$$\Rightarrow\boxed{\left.\bar{a}_P\right|_{\beta=90^\circ}=\left[2\omega_0\Omega c-\Omega^2(a+b)\right]\overline{1}_x-\omega_0^2c\overline{1}_z}$$

Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be
Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :
http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/tps.html