

NOM, PRENOM : .....

NUMERO°: .....

Examen de mécanique rationnelle 2  
1<sup>ère</sup> session 15/06/2007 (8h-12h)

Répondre sur le questionnaire et **ne dégrafer que les brouillons**

$$\frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e$$

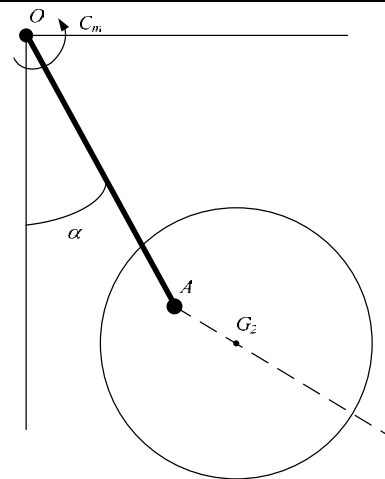
$$\frac{d}{dt} \bar{M}_A = m \bar{v}_G \times \bar{v}_A + \bar{m}_{e,A} \quad \text{avec} \quad \bar{M}_A = \bar{M}_B + \bar{AB} \times \bar{R} \quad \text{ou} \quad \bar{M}_A = m \bar{AG} \times \bar{v}_A + \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

$$\frac{d}{dt} T = \sum \bar{F}_h \cdot \bar{v}_h \quad \text{avec} \quad T = \frac{m v_A^2}{2} + m \bar{v}_A \cdot (\bar{\omega} \times \bar{AG}) + \frac{1}{2} \bar{\omega} \cdot \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

$$L = T - V \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i} \quad \text{avec} \quad Q_i = \sum_h \bar{F}_h \cdot \frac{\partial \bar{v}_h}{\partial \dot{q}_i}$$

**Question 1 : (4 points + bonus : 1 point)**

Considérons un système plan composé de deux solides  $S_1$  (tige) et  $S_2$  (disque).  
La tige homogène  $OA$  ( $S_1$ ) de longueur  $2L$  et de masse  $m_1$  tourne autour de la rotule  $O$  (liaison pivot). L'angle entre la tige et la vertical est donnée :  $\alpha$ .  
Le disque ( $S_2$ ) de rayon  $R$  et de masse  $m_2$  est lié à la tige en  $A$  par une rotule. La distance entre le centre du disque et la rotule  $A$  vaut  $d$ .



Déterminer le nombre de degrés de liberté du système.

Déterminer la vitesse angulaire des deux solides.

NOM, PRENOM : .....NUMERO°: .....

Déterminer le Lagrangien du système

NOM, PRENOM : .....NUMERO°: .....

Déterminer la (les) équations de mouvement par le théorème de Lagrange.

NOM, PRENOM : .....NUMERO°: .....

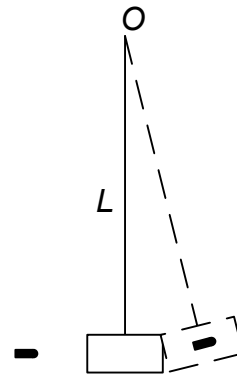
Par les théorèmes généraux, déterminer les deux équations qui nous donneraient les équations de mouvement. Préciser le système choisi, les termes (détaillés), les paramètres en jeu, l'axe de projection... (0,5 bonus)

Déterminer les réactions en O. (0,5 bonus)

**Question 2 : Pendule balistique (4 points)**

Dans la masse  $M$  d'un pendule, on envoie une balle de fusil (de masse  $m$ ) qui s'y logera.

Le pendule est attaché à une longueur  $L$  à une fixation  $O$ . Son moment d'inertie par rapport à l'axe horizontal passant par  $O$  vaut  $I$ .



Déterminer la vitesse de la balle avant le choc en fonction de longueur de la déviation du pendule  $x$ .

NOM, PRENOM : .....NUMERO°: .....

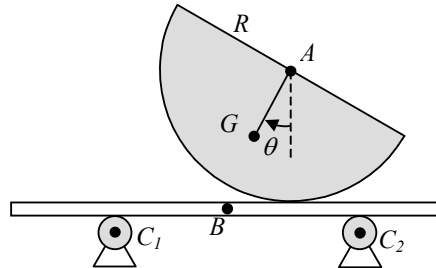
Simplifier l'équation dans le cas où le pendule est considéré comme une masse ponctuelle.

**Question 3 : Demi disque (4 points)**

Le problème est plan (2-D). Le système est constitué de quatre corps : une bascule ayant la forme d'un demi-disque (de rayon  $R$ , de masse  $M$ ) est posée sur une planche (de longueur  $L$ , de masse  $m$ , d'épaisseur négligeable) qui est supportée à son tour par deux roulettes (de rayon  $r$ , de masse  $m$ ) donc les centres ( $C_1$  et  $C_2$ ) sont fixes. Les mouvements entre le demi-disque et la planche ainsi que le mouvement entre la planche et les roulettes se font sans glisser.

Demi-disque :

$$AG = a \left( = \frac{4R}{3\pi} \right)$$



Déterminer la(les) réaction(s) entre le demi-disque et la planche

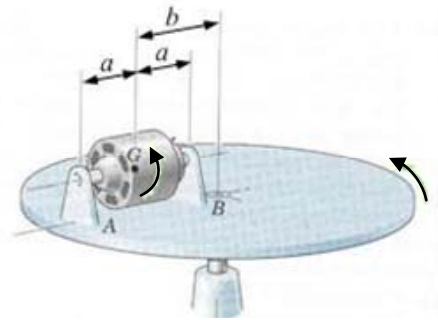




**Question 4 : (3 points)**

Le moteur électrique a une masse totale  $M$  et est supporté par deux appuis en  $A$  et  $B$  attachés au disque en rotation. ( $a$  et  $b$  exprimés en m)

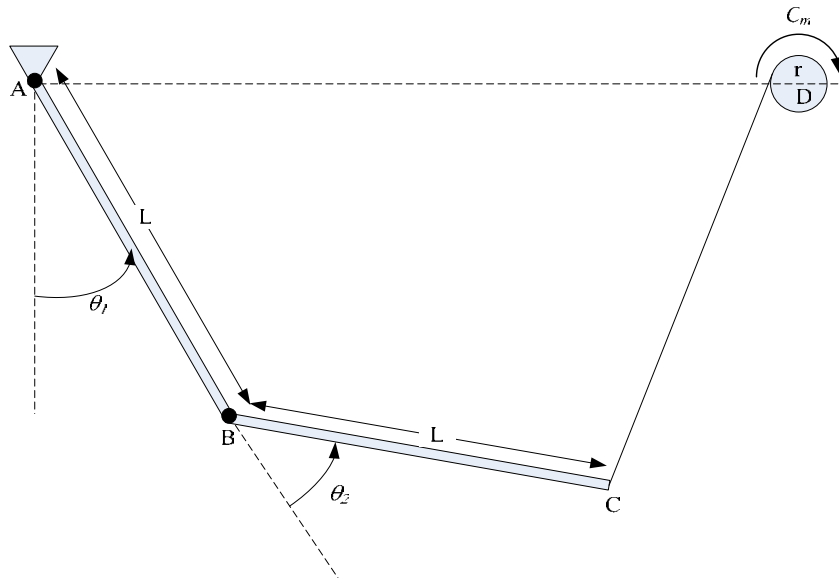
La partie tournante du moteur (autour de l'axe  $AB$ ) a une masse  $m$  (en kg) et un rayon de giration de  $r_g$  (exprimé en m). Ce moteur tourne avec une vitesse de 1875 tours par minute dans le sens précisé sur le dessin. Le disque sur lequel le moteur est fixé tourne avec une vitesse constante de 48 tours par minute dans la direction montrée.



Déterminer la composante verticale des forces de réaction sur les appuis A et B.

**Question 5 : Systèmes de 2 barres (5 points)**

Le système comporte deux barres  $AB$  et  $BC$  homogènes identiques de masse  $m$  et longueur  $L$ . La barre  $BC$  est reliée par un câble sans masse à une poulie centrée en  $D$  (sans inertie) et un disque homogène de masse  $m$  et de rayon  $r$ . Les barres sont articulées en  $A$  et  $B$  grâce à des liaisons rotoïdes parfaites.  $\theta_1$  représente l'angle que fait la direction verticale avec la barre  $AB$ .  $\theta_2$  est l'angle entre les barres  $AB$  et  $BC$ . Pour définir la longueur du câble, on utilise le paramètre  $u$ .



Déterminer l'(les) équation(s) du mouvement (en fonction des paramètres de l'énoncé) par la méthode de votre choix.



NOM, PRENOM : .....NUMERO°: .....

---

**BROUILLONS**

NOM, PRENOM : .....NUMERO°: .....

---

**BROUILLONS**