

Séance n° 06 : Résultante et moment cinétique

Formulaire :

Résultante cinétique :  $\vec{R} = m\vec{v}_G$

Moment cinétique par rapport à A :  $\vec{M}_A = \vec{M}_B + \vec{AB} \times \vec{R}$

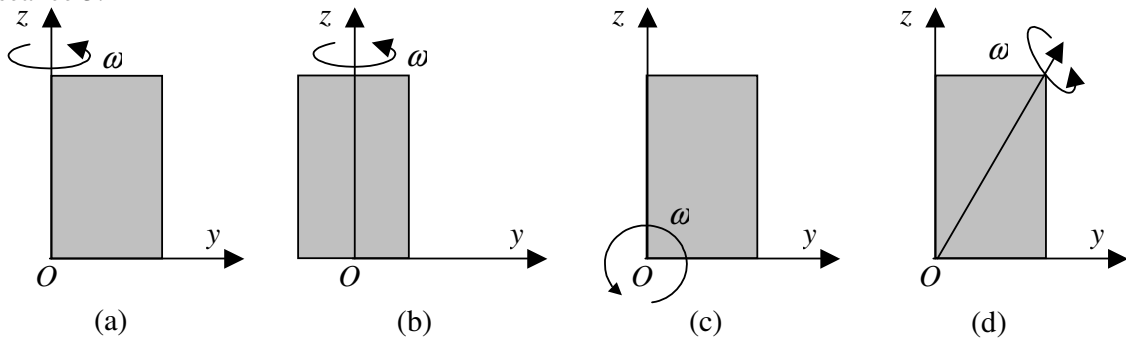
Moment cinétique par rapport à A ( $A \in \text{Solide}$ ) :  $\vec{M}_A = m\vec{AG} \times \vec{v}_A + \vec{I}_A \cdot \vec{\omega}$

Energie cinétique ( $A \in \text{Solide}$ ) :  $T = \frac{mv_A^2}{2} + m\vec{v}_A \cdot (\vec{\omega} \times \vec{AG}) + \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{I}_A \cdot \vec{\omega}$

1. Une plaque rectangulaire homogène de masse  $m$  et de petit côté  $2a$ , de grand côté  $2b$ , tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  autour d'un comme indiqué sur les figures de 4 manières différentes. Dans chaque cas, calculer la résultante cinétique, le moment cinétique au point O et l'énergie cinétique de la plaque.

Décomposer les vecteurs dans les axes  $xyz$  attachés à la plaque.

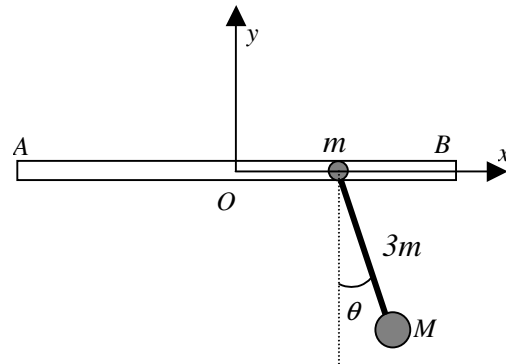
! Ne pas utiliser d'intégrale pour calculer les tenseurs d'inertie mais le théorème de Steiner vu à la séance 5.



2. Une masse ponctuelle  $m$  effectue un mouvement d'oscillation dans la glissière  $AB$  suivant la loi :  $x = a \cos(\omega t)$ .

A cette masse est articulée une tige homogène de longueur  $a$  et de masse  $3m$ , qui peut tourner dans le plan fixe  $Oxy$ , à l'extrémité de laquelle est soudée une sphère homogène pleine de masse  $M$  et de rayon  $R$ .

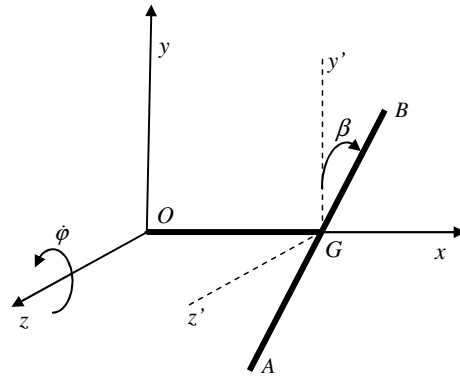
Calculer la résultante cinétique, l'énergie cinétique ainsi que le moment cinétique en O du système.



3. Une barre en acier ( $OG$ ) de longueur  $L_1$  et de masse  $m_1$  est fixée en  $O$  et peut tourner librement autour de l'axe  $z$  avec une vitesse angulaire  $\dot{\phi}$ .

Au bout de cette barre, en  $G$ , est fixée par une rotule une autre barre en acier ( $AB$ ) de longueur  $L_2$  et de masse  $m_2$ . Cette dernière peut tourner autour de son centre de masse,  $G$ , dans un plan ( $Gy'z'$ ) perpendiculaire à la barre  $OG$ .

Ces deux barres sont modélisées par des tiges minces homogènes.

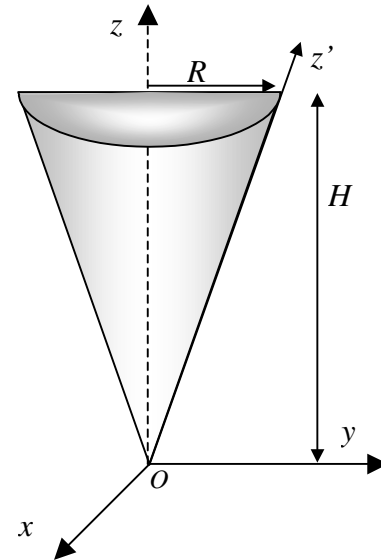


Déterminer le moment cinétique du système constitué de ces deux barres et sa dérivée.

4. Le demi cône inhomogène représenté ci-contre a une masse  $M$  et une masse spécifique  $\rho=kz$  en  $P(x, y, z)$ .

Déterminer :

1. le tenseur d'inertie en  $O$  dans les axes  $(x, y, z)$  ;
2. la condition pour qu'il existe des points en lesquels l'ellipsoïde d'inertie soit une sphère, et déterminer ces points lorsqu'ils existent ;
3. le moment d'inertie du demi cône par rapport à une de ses génératrices ( $z'$ ).
4. Calculer le moment cinétique de ce demi cône en  $O$  si ce dernier tourne librement autour de sa génératrice  $z'$  ( $\omega$ ).

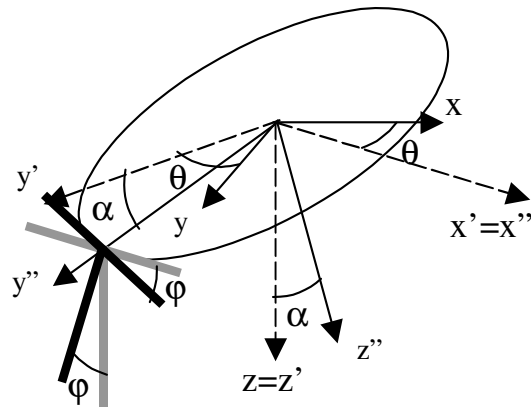


5. Un système est composé d'un fil mince homogène formant un cercle de centre  $O$ , de rayon  $R$  et de masse  $M$ , et de deux tiges minces homogènes identiques,  $BC$  et  $AD$ , de longueur  $R$  et de masse  $M$  chacune, soudées à angle droit au centre  $A$  de  $BC$  de manière à former un T.

Le cercle peut tourner (vitesse angulaire  $\dot{\theta}$ ) autour de l'axe vertical  $Oz$ , qui fait un angle constant  $\alpha$  avec la perpendiculaire à son plan.

Le T est fixé en  $A$  au point le plus bas du cercle, et peut tourner (vitesse angulaire  $\dot{\phi}$  autour de l'axe  $y''$ ) dans le plan perpendiculaire à celui du cercle et tangent à celui-ci en  $A$ .

Calculer l'énergie cinétique de ce système ainsi que les composantes dans les axes  $Ox''y''z''$  de son moment d'inertie.



Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez [Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be](mailto:Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be)

Pour les problèmes relatifs aux projets Matlab, contactez [CFAO.Matlab@ulb.ac.be](mailto:CFAO.Matlab@ulb.ac.be)

Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :

<http://beams.ulb.ac.be/beams/teaching/meca200/tps.html>