

NOM, PRENOM :

NUMERO°:

Examen de mécanique rationnelle
2^{ième} session 24/08/2007 (8h-12h)

Répondre sur le questionnaire et **ne dégrafer que** les brouillons

$$\frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e$$

$$\frac{d}{dt} \bar{M}_A = m \bar{v}_G \times \bar{v}_A + \bar{m}_{e,A} \quad \text{avec} \quad \bar{M}_A = \bar{M}_B + \bar{AB} \times \bar{R} \quad \text{ou} \quad \bar{M}_A = m \bar{AG} \times \bar{v}_A + \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

$$\frac{d}{dt} T = \sum \bar{F}_h \cdot \bar{v}_h \quad \text{avec} \quad T = \frac{mv_A^2}{2} + m \bar{v}_A \cdot (\bar{\omega} \times \bar{AG}) + \frac{1}{2} \bar{\omega} \cdot \bar{I}_A \cdot \bar{\omega}$$

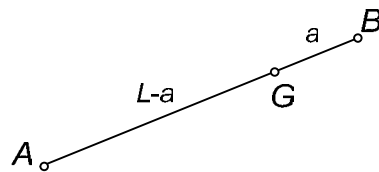
$$L = T - V \quad \text{et} \quad \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i + \sum_{j=1}^p \lambda_j \frac{\partial \phi_j}{\partial q_i} \quad \text{avec} \quad Q_i = \sum_h \bar{F}_h \cdot \frac{\partial \bar{\varphi}_h}{\partial q_i}$$

Question 1 : (3 points)

Énoncer et démontrer la formule de Steiner.

Question 2 : Planimètre à Hachette de Prytz (3 points)

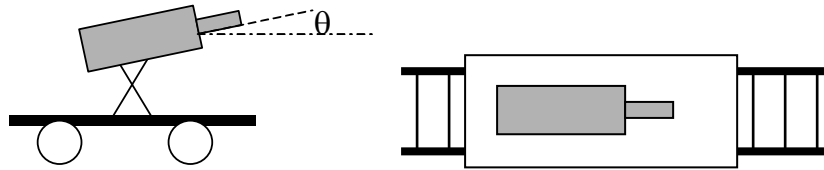
Considérons un solide plan de masse m , modélisé par une barre rectiligne AB , pouvant se déplacer dans son plan horizontal x, y de manière telle que la vitesse en A soit constamment parallèle au vecteur AB .



En considérant que k est le rayon de giration du solide par rapport à son axe central perpendiculaire au plan xy , déterminer les équations de mouvement de ce solide.

Question 3 : Canon (4 points)

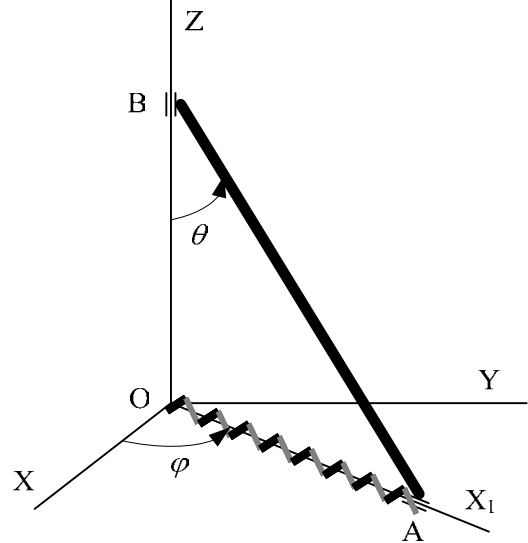
Un canon lié rigidement à un wagon au repos sur une voie ferrée tire un obus de masse m à la vitesse v dans la direction indiquée sur les schémas. La masse totale (wagon + canon sans obus) est M .



Sachant que la force de frottement entre la voie et le wagon est constante et vaut R , déterminer le recul X du wagon.

Question 4 : (6 points)

Une tige pesante de longueur L et de masse m , infiniment mince, peut glisser sur les axes OZ et OX_1 . OX_1 reste constamment dans le plan horizontal OXY et peut tourner autour de OZ . L'extrémité A de la tige est reliée au point O par un ressort linéaire de rigidité k et de longueur libre L_0 . Ce ressort est enroulé autour de OX_1 . On néglige tout frottement.



Déterminer la vitesse angulaire de la barre AB .

Déterminer l'accélération angulaire de la barre AB .

Déterminer l'accélération du centre de masse de la barre AB .

NOM, PRENOM :NUMERO°:

Déterminer les équations de mouvement.

NOM, PRENOM :NUMERO°:

Déterminer le moment cinétique de la barre au point A ainsi que sa dérivée.

NOM, PRENOM :NUMERO°:

Déterminer l'ensemble des équations scalaires permettant de trouver les réactions en A et B . (Ne pas résoudre le système d'équation)

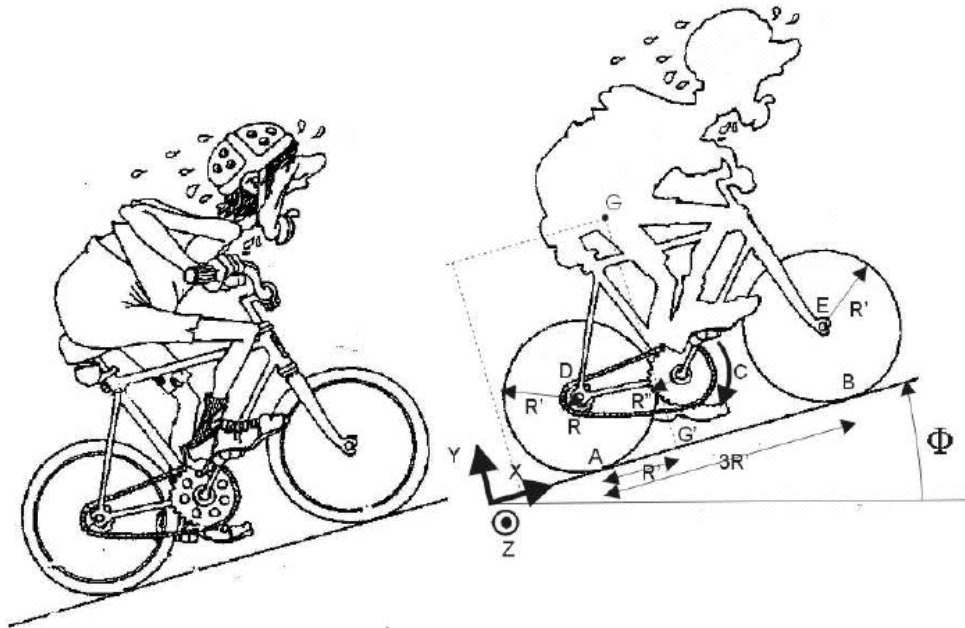
Question 5 : Cycliste en côte (4 points)

Un cycliste grimpe une pente d'angle θ . L'ensemble constitué par le cadre du vélo et le cycliste est considéré comme un solide indéformable S , de masse M et de centre de gravité G . La roue arrière a une masse M' , un rayon R' , et son centre de gravité est en D sur l'axe de rotation de la roue arrière par rapport au cadre; idem pour la roue avant (M' , R') autour de E (seule la contribution de la masse circonférencielle des roues est prise en compte pour leurs propriétés d'inertie).

Le plateau du pédalier S'' sur lequel le cycliste exerce un couple C a un rayon R'' ; ce plateau tourne par rapport au cadre autour du point O (la masse du plateau est considérée comme négligeable). La roue arrière est entraînée par l'intermédiaire d'une chaîne (supposée inextensible et sans poids) reliant le plateau du pédalier S'' avec le pignon de la roue arrière, de centre D et de rayon R (ce pignon de masse négligeable est solidaire de la roue arrière).

Autres données (pas toutes nécessairement utiles...) :

- La distance entre les points A et B de contact des roues vaut $3R'$. Le point G , centre de gravité de S se trouve à une hauteur du sol égale à H , AG' étant égal à R' (G' est la projection de G sur le sol);
- Toutes les liaisons sont sans perte.



Déterminer la (ou les) équation(s) différentielle(s) du mouvement.

NOM, PRENOM :NUMERO°:

BROUILLONS

NOM, PRENOM :NUMERO°:

BROUILLONS