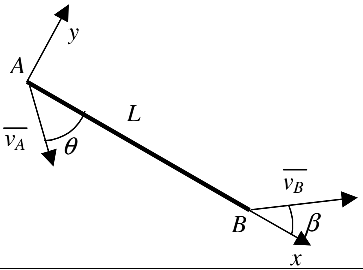
1.



$$\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{\omega}_{AB}\times\overline{AB} \Rightarrow \begin{cases} v_B\cos\beta = v_A\cos\theta \\ v_B\sin\beta = -v_A\sin\theta + \omega_{AB}L \end{cases}$$

$$\omega_{AB} = \frac{1}{L}\left(v_B\sqrt{1-\left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2\cos^2\theta} + v_A\sin\theta\right)$$

2. $$\overline{AG} = \left[\frac{L}{2}\cos\theta + \frac{3L}{8}\cos(\theta+\alpha)\right]\overline{1}_x + \left[\frac{L}{2}\sin\theta + \frac{3L}{8}\sin(\theta+\alpha)\right]\overline{1}_y$$

Par dérivation des coordonnées dans le repère Axy

$$\overline{v}_G = \frac{d\overline{AG}}{dt} = \left[-\frac{L}{2}\sin\theta\dot\theta - \frac{3L}{8}\sin(\theta+\alpha)\dot\theta\right]\overline{1}_x + \left[\frac{L}{2}\cos\theta\dot\theta + \frac{3L}{8}\cos(\theta+\alpha)\dot\theta\right]\overline{1}_y$$

$$\overline{a}_G = \frac{d\overline{v}_G}{dt} = \left[-\frac{L}{2}\cos\theta\dot\theta^2 - \frac{3L}{8}\cos(\theta+\alpha)\dot\theta^2 - \frac{L}{2}\sin\theta\ddot\theta - \frac{3L}{8}\sin(\theta+\alpha)\ddot\theta\right]\overline{1}_x$$
$$+\left[-\frac{L}{2}\sin\theta\dot\theta^2 - \frac{3L}{8}\sin(\theta+\alpha)\dot\theta^2 + \frac{L}{2}\cos\theta\ddot\theta + \frac{3L}{8}\cos(\theta+\alpha)\ddot\theta\right]\overline{1}_y$$

Par la méthode des distribution des vitesse dans le repère Axy $(\overline{\omega}_{AG} = \dot\theta\overline{1}_z)$

$$\overline{v}_G = \overline{v}_A + \overline{\omega}_{AG}\times\overline{AG} = \dot\theta\overline{1}_z\times\left(\left[\frac{L}{2}\cos\theta + \frac{3L}{8}\cos(\theta+\alpha)\right]\overline{1}_x + \left[\frac{L}{2}\sin\theta + \frac{3L}{8}\sin(\theta+\alpha)\right]\overline{1}_y\right)$$

$$\overline{a}_G = \overline{a}_A + \overline{\omega}_{AG}\times\left(\overline{\omega}_{AG}\times\overline{AG}\right) + \overline{\varepsilon}_{AG}\times\overline{AG} \text{ avec } \overline{\varepsilon}_{AG} = \ddot\theta\overline{1}_z$$

3 1.) Solide BC : $\overline{v}_B = \overline{v}_C + \overline{\Omega}_{BC}\times\overline{CB}$

Solide AB : $\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{\Omega}_{AB}\times\overline{AB}$

$\overline{v}_C\cdot\overline{1}_{AB} + \left(\overline{\Omega}_{BC}\times\overline{CB}\right)\cdot\overline{1}_{AB} = \overline{v}_B\cdot\overline{1}_{AB} = \overline{v}_A\cdot\overline{1}_{AB} + \left(\overline{\Omega}_{AB}\times\overline{AB}\right)\cdot\overline{1}_{AB} = \overline{v}_A\cdot\overline{1}_{AB}$

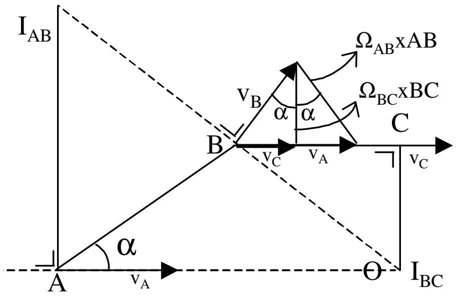
$0.6m/s\,\overline{1}_x\cdot\overline{1}_{AB} - \Omega_{BC}0.4m\,\overline{1}_y\cdot\overline{1}_{AB} = 1.2m/s\,\overline{1}_x\cdot\overline{1}_{AB}$

$\overline{1}_y\cdot\overline{1}_{AB} = \sin\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \overline{1}_x\cdot\overline{1}_{AB} = \cos\alpha = \frac{4}{5} \Rightarrow \overline{\Omega}_{BC} = -2s^{-1}\overline{1}_z$ *et* $\overline{\Omega}_{AB} = +2s^{-1}\overline{1}_z$

ou $tg\alpha = \frac{3}{4} = \frac{v_c}{|\Omega_{BC}|BC} \Rightarrow \Omega_{BC} = 2s^{-1}$

http://www.ulb.ac.be/polytech/smana/Seance01CinematiqueCIR.htm

2.b) Graphiquement



2.a) Analytiquement

$\overline{v}_B = 0{,}6\,\overline{1}_x + 0{,}8\,\overline{1}_y\ \ m/s = \overline{\Omega}_{BC}\times\overline{I_{BC}B}$ avec $\overline{I_{BC}B} = x\overline{1}_x + y\overline{1}_y$ et $x = 0$ car $I_{BC}\in OC$

$\overline{v}_C = 0{,}6\,m/s\ \overline{1}_x = \overline{\Omega}_{BC}\times\overline{I_{BC}C} = 2(0{,}3-y)\overline{1}_x \Rightarrow y = 0$

$\overline{v}_B = 0{,}6\,\overline{1}_x + 0{,}8\,\overline{1}_y\ \ m/s = \overline{\Omega}_{AB}\times\overline{I_{AB}B}$ avec $\overline{I_{AB}B} = x'\overline{1}_x + y'\overline{1}_y$ et $x' = -0{,}4 - 0{,}5\cos\alpha = -0{,}8$ car $I_{BC}\in\perp\overline{v}_A$

$\overline{v}_A = 1{,}2\,m/s\,\overline{1}_x = \overline{\Omega}_{AB}\times\overline{I_{AB}A} = 2y' \Rightarrow y' = 0{,}6$

4 $$\overline{v}_B = \frac{r}{2}\pi\overline{1}_x \quad \left(\overline{\omega}_{BC} = -\pi\text{ rad/s}\,\overline{1}_z;\ \overline{\omega}_{OA} = -\omega_{OA}\overline{1}_z \text{ et } \overline{\omega}_{BA} = -\omega_{BA}\overline{1}_z\right)$$

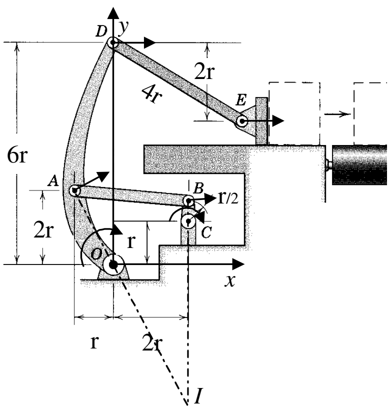
$$\begin{cases} \overline{v}_A = \overline{v}_O + \overline{\omega}_{OA}\times\overline{OA} = 2r\omega_{OA}\overline{1}_x + r\omega_{OA}\overline{1}_y \\ \overline{v}_A = \overline{v}_B + \overline{\omega}_{BA}\times\overline{BA} = \left(\frac{r}{2}\pi + \frac{r}{2}\omega_{BA}\right)\overline{1}_x + 3r\omega_{BA}\overline{1}_y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \omega_{OA} = 3\omega_{BA}\ ;\ \overline{\omega}_{BA} = -\frac{\pi}{11}\text{ rad/s}\,\overline{1}_z \text{ et } \overline{\omega}_{OA} = -\frac{3\pi}{11}\text{ rad/s}\,\overline{1}_z$$

$$\overline{v}_D = \overline{v}_O + \overline{\omega}_{OA}\times\overline{OD} = \frac{3\pi}{11}.6r\overline{1}_x$$

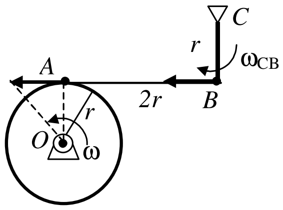
$$\overline{v}_E = \overline{v}_D + \overline{\omega}_{DE}\times\overline{DE} = \frac{18\pi r}{11}\overline{1}_x + 2r\omega_{DE}\overline{1}_x + 2\sqrt{3}r\omega_{DE}\overline{1}_y = v_E\overline{1}_x$$

$\Rightarrow \omega_{DE} = 0$ (barre en translation instatanée) et $\overline{v}_E = \frac{18\pi r}{11}\overline{1}_x$



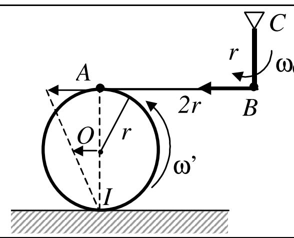
5.a $\left.\begin{array}{l}\bar{v}_A = \bar{v}_O + \bar{\omega}\times\overline{OA} = \bar{\omega}_{OA}\times\overline{OA} = \omega_{OA}\, r\,\bar{1}_x \\ \bar{v}_B = \bar{v}_C + \bar{\omega}_{CB}\times\overline{CB} = \omega_{CB}\, r\,\bar{1}_x\end{array}\right\} \Rightarrow \omega = \omega_{CB}$

Les vitesses v_A et v_B sont parallèles. Comme la barre AB est indéformable, elle subit une translation curviligne instantanée donc les vitesses de A et B doivent être égales.

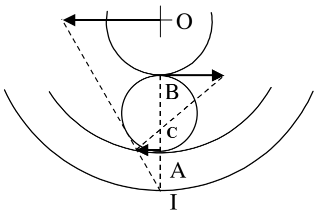


5.b $\left.\begin{array}{l}\bar{v}_A = \bar{v}_I + \bar{\omega}'\times\overline{IA} = \bar{\omega}'\times\overline{IA} = \omega' 2r\,\bar{1}_x \\ \bar{v}_B = \bar{v}_C + \bar{\omega}_{CB}\times\overline{CB} = \omega_{BC}\, r\,\bar{1}_x\end{array}\right\} \Rightarrow 2\omega' = \omega_{CB}$

(avec I le point de contact du disque avec le sol)



6.



Nous pouvons appliquer la formule de cinématique pour les solides.

Pour la bague extérieure (IA=d) : I=CIR

$\bar{v}_A = \bar{v}_I + \bar{\Omega}_{ext}\times\overline{IA} = \bar{\Omega}_{ext}\times\overline{IA} \Rightarrow v_A = \Omega_{ext} d$

$\bar{v}_O = \bar{v}_I + \bar{\Omega}_{ext}\times\overline{IO} = \bar{\Omega}_{ext}\times\overline{IO} \Rightarrow v_O = \Omega_{ext} c/2$

$\Rightarrow v_A = \frac{AI}{AO} v_0 = -\frac{d}{c/2} v\,\bar{1}_x$

Pour la bague intérieure :

$\bar{v}_B = \bar{v}_{rel} + \bar{v}_{entr} = \bar{v}_0 + \bar{\Omega}\times\overline{OB} = \left(-v + \Omega\frac{a}{2}\right)\bar{1}_x$

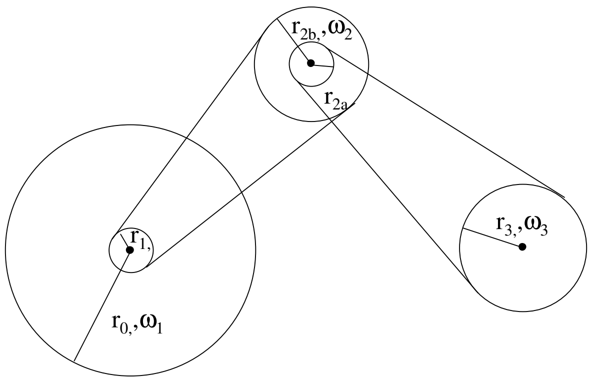
Pour la bille (C=CIR) :

$\bar{v}_A = \bar{v}_B + \bar{\omega}\times\overline{BA} \Rightarrow |v_A| = |v_B| - \omega|BA| \;\; avec \;\; \bar{\omega} = -\omega\bar{1}_z$

$v_A + v_B = \omega\frac{b-a}{2} \Rightarrow \omega = 2\frac{v_A + v_B}{b-a}$

$\bar{\omega} = -2\dfrac{\frac{2dv}{c} + \Omega\frac{a}{2} - v}{b-a}\bar{1}_z = -\left|\dfrac{-\frac{2b}{c}v + \Omega a}{b-a}\right|\bar{1}_z$

7.



$r_3\omega_3 = r_{2a}\omega_2$

$r_{2b}\omega_2 = r_1\omega_1$

$\omega_3 = \frac{r_1}{r_{2b}}\frac{r_{2a}}{r_3}\omega_1$

$v = 152\ miles/h = 244620\ m/h$

Circonférence de la roue : $2\pi 0.235\ m = 1.476548 m$

$\omega_1 = 244620/1.476548\ tours/h$

$= 165670.1369\ tours/h$

$= 2761.1689\ tours/\min$

$\omega_3 = \frac{3}{10}\frac{3}{12} 2761.1689\ tours/\min = 207.08\ tours/\min$

4. L'angle θ représente l'inclinaison de l'avion. Le point C se déplace horizontalement (v_C et a_C), le point B subit une rotation autour du point C ($v_{rel\text{-}C}$) et une translation horizontale ($v_{entr}=v_C$). Le point A possède une vitesse d'entraînement ($v_{entr}=v_B$) et une vitesse relative ($v_{rel\text{-}A}$).

$\bar{\omega} = \omega\bar{1}_z = \dot{\theta}\bar{1}_z, \;\; \bar{\alpha} = \dot{\omega}\bar{1}_z$

$\bar{r} = L\bar{1}_x, \;\; \bar{v}_{rel} = \dot{L}\bar{1}_x, \;\; \bar{a}_{rel} = \ddot{L}\bar{1}_x$

$\bar{v}_C = v_C(\cos\theta\bar{1}_x - \sin\theta\bar{1}_y)$

$\bar{a}_C = a_C(\cos\theta\bar{1}_x - \sin\theta\bar{1}_y)$

$\bar{v}_B = \bar{v}_C + \bar{\omega}\times\overline{CB} = \bar{v}_C + \omega\bar{1}_z\times h\bar{1}_y = (v_C\cos\theta - \omega h)\bar{1}_x - v_C\sin\theta\bar{1}_y$

$\bar{a}_B = \bar{a}_C + \dot{\bar{\omega}}\times\overline{CB} + \bar{\omega}\times\left(\bar{\omega}\times\overline{CB}\right) = \left(a_C\cos\theta - \alpha h\right)\bar{1}_x - \left(a_C\sin\theta + h\omega^2\right)\bar{1}_y$

$\bar{v}_A = \bar{v}_B + \bar{\omega}\times\overline{BA} + \bar{v}_{rel} = \left(v_C\cos\theta - \omega h + \dot{L}\right)\bar{1}_x + \left(\omega L - v_C\sin\theta\right)\bar{1}_y$

$\bar{a}_A = \bar{a}_B + \dot{\bar{\omega}}\times\overline{BA} + \bar{\omega}\times\left(\bar{\omega}\times\overline{BA}\right) + 2\left(\bar{\omega}\times\bar{v}_{rel}\right) + \bar{a}_{rel}$

$\bar{a}_A = \left(a_C\cos\theta - \alpha h - L\omega^2 + \ddot{L}\right)\bar{1}_x + \left(-a_C\sin\theta - h\omega^2 + L\alpha + 2\omega\dot{L}\right)\bar{1}_y$

Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :

http://cfao.ulb.ac.be/cfao/teaching/meca2/tps.html

Pour toute question, veuillez contacter par email :

- Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be pour les problèmes relatifs aux **Tps et aux laboratoires** ;
- CFAO.Matlab@ulb.ac.be pour les problèmes relatifs aux **projets Matlab**

Des permanences seront organisées un jeudi sur deux à 12h dans la salle de réunion UB3.

Jeudi 17/11 ; Jeudi 01/12 ; Jeudi 15/12