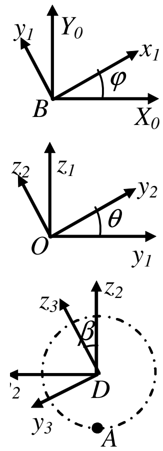
UPDATE 23/11/2005 : Exercice 1.4 et complément pour l'exercice 2



1.1 R_0 : Repère $OX_0Y_0Z_0$ fixe.

R_1 : Repère $Ox_1y_1z_1$ tournant autour de l'axe Z_0 (CC)= z_1 ($\bar{\omega}_{R_1/R_0} = q\bar{1}_{z_1}$) + Repère R_1' translaté de b suivant l'axe x.

R_2 : Repère $Ox_2y_2z_2$ tournant autour de l'axe $x_1 = x_2$

($\bar{\omega}_{R_2/R_0} = \underbrace{\bar{\omega}_{R_2/R_1}}_{\dot{\theta}\bar{1}_{x_1}} + \bar{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\theta}\bar{1}_{x_1} + q\bar{1}_{z_1}$)

R_3 : Repère $Gx_3y_3z_3$ lié au disque et tournant avec R_2 et autour de $y_2 = y_3$

($\bar{\omega}_{R_3/R_0} = \bar{\omega}_{R_3/R_2} + \bar{\omega}_{R_2/R_0} = \dot{\theta}\bar{1}_{x_1} + q\bar{1}_{z_1} + p\bar{1}_{y_2}$)

Comme le repère R3 est complètement lié au disque on peur écrire :

$$\bar{\omega}_{disque} = \bar{\omega}_{R_3/R_0} = \dot{\theta}\bar{1}_{x_1} + q\bar{1}_{z_1} + p\bar{1}_{y_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\omega}_{disque} = \dot{\theta}\bar{1}_{x_2} + (q\sin\theta + p)\bar{1}_{y_2} + q\cos\theta\bar{1}_{z_2}} = \dot{\theta}\bar{1}_{x_1} + p\cos\theta\bar{1}_{y_1} + (p\sin\theta + q)\bar{1}_{z_1}$$

1.2

$$\bar{\varepsilon}_{disque} = \left.\frac{d\bar{\omega}_{disque}}{dt}\right|_{abs} = \left.\frac{d\bar{\omega}_{disque/R_2}}{dt}\right|_{R_2} + \bar{\omega}_{R_2/R_0} \times \bar{\omega}_{disque/R_2}$$

$$\boxed{\bar{\varepsilon}_{disque} = (\ddot{\theta} - pq\cos\theta)\bar{1}_{x_2} + (\dot{p} + \dot{q}\sin\theta + q\cos\theta\dot{\theta})\bar{1}_{y_2} + (\dot{q}\cos\theta - q\sin\theta\dot{\theta} + p\dot{\theta})\bar{1}_{z_2}}$$

1.3

$$\bar{v}_O = \underbrace{\bar{v}_B}_{=0} + \bar{\omega}_{S_1} \times \underbrace{\overline{BO}}_{-b\bar{1}_{x_1}} = -bq\bar{1}_{y_1} = -bq\cos\theta\bar{1}_{y_2} + bq\sin\theta\bar{1}_{z_2}$$

$$\bar{v}_D = \bar{v}_O + \bar{\omega}_{S_2} \times \underbrace{\overline{OD}}_{a\bar{1}_{y_2}} = -aq\cos\theta\bar{1}_{x_2} - bq\cos\theta\bar{1}_{y_2} + (bq\sin\theta + a\dot{\theta})\bar{1}_{z_2}$$

$$\bar{v}_A = \bar{v}_D + \bar{\omega}_{S_3} \times \underbrace{\overline{DA}}_{-R\bar{1}_{z_2}} = \boxed{-(aq\cos\theta + (q\sin\theta + p)R)\bar{1}_{x_2} + (R\dot{\theta} - bq\cos\theta)\bar{1}_{y_2} + (bq\sin\theta + a\dot{\theta})\bar{1}_{z_2}}$$

où D est le centre du disque ($\overline{AD} // \bar{1}_{z_2}$)

1.4

$$\bar{\varepsilon}_1 = \dot{q}\bar{1}_{z_1}$$

$$\bar{\varepsilon}_2 = \ddot{\theta}\bar{1}_{x_2} + (\dot{q}\sin\theta + q\cos\theta\dot{\theta})\bar{1}_{y_2} + (\dot{q}\cos\theta - q\sin\theta\dot{\theta})\bar{1}_{z_2}$$

$$\bar{a}_O = \underbrace{\bar{a}_B}_{=0} + \bar{\varepsilon}_{S_1} \times \underbrace{\overline{BO}}_{-b\bar{1}_{x_1}} + \bar{\omega}_{S_1} \times (\bar{\omega}_{S_1} \times \overline{BO}) = -b\dot{q}\bar{1}_{y_1} + bq^2\bar{1}_{x_1} = -b\dot{q}\cos\theta\bar{1}_{y_2} + b\dot{q}\sin\theta\bar{1}_{z_2} + bq^2\bar{1}_{x_2}$$

$$\bar{a}_D = \bar{a}_O + \bar{\varepsilon}_{S_2} \times \underbrace{\overline{OD}}_{a\bar{1}_{y_2}} + \bar{\omega}_{S_2} \times (\bar{\omega}_{S_2} \times \overline{OD}) = +bq^2\bar{1}_{x_2} - b\dot{q}\cos\theta\bar{1}_{y_2} + b\dot{q}\sin\theta\bar{1}_{z_2}$$

$$a\ddot{\theta}\bar{1}_{z_2} - a(\dot{q}\cos\theta - q\sin\theta\dot{\theta})\bar{1}_{x_2}$$

$$+a\dot{\theta}q\sin\theta\bar{1}_{x_2} - (a\dot{\theta}^2 + aq^2\cos^2\theta)\bar{1}_{y_2} + (aq^2\cos\theta\sin\theta)\bar{1}_{z_2}$$

$$\bar{a}_D = (bq^2 - a\dot{q}\cos\theta + 2aq\sin\theta\dot{\theta})\bar{1}_{x_2} - (b\dot{q}\cos\theta + a\dot{\theta}^2 + aq^2\cos^2\theta)\bar{1}_{y_2} + (b\dot{q}\sin\theta + aq^2\cos\theta\sin\theta + a\ddot{\theta})\bar{1}_{z_2}$$

$$\bar{a}_A = \bar{a}_D + \bar{\varepsilon}_{S_3} \times \underbrace{\overline{DA}}_{-R\bar{1}_{z_2}} + \bar{\omega}_{S_3} \times (\bar{\omega}_{S_3} \times \overline{DA})$$

$$(bq^2 - a\dot{q}\cos\theta + 2aq\sin\theta\dot{\theta})\bar{1}_{x_2} - (b\dot{q}\cos\theta + a\dot{\theta}^2 + aq^2\cos^2\theta)\bar{1}_{y_2} + (b\dot{q}\sin\theta + aq^2\cos\theta\sin\theta + a\ddot{\theta})\bar{1}_{z_2}$$

$$-(R\dot{p} + R\dot{q}\sin\theta + Rq\cos\theta\dot{\theta})\bar{1}_{x_2} + (R\ddot{\theta} - Rpq\cos\theta)\bar{1}_{y_2}$$

$$-R\dot{\theta}q\cos\theta\bar{1}_{x_2} - (Rq^2\cos\theta\sin\theta + Rpq\cos\theta)\bar{1}_{y_2} + (Rq^2\sin^2\theta + 2R\sin\theta qp + Rp^2 + R\dot{\theta}^2)\bar{1}_{z_2}$$

$$= (2aq\sin\theta\dot{\theta} - 2Rq\cos\theta\dot{\theta} + bq^2 - R\dot{p} - R\dot{q}\sin\theta - a\dot{q}\cos\theta)\bar{1}_{x_2}$$

$$+(-a\dot{\theta}^2 + R\ddot{\theta} - 2Rpq\cos\theta - Rq^2\cos\theta\sin\theta - aq^2\cos^2\theta - b\dot{q}\cos\theta)\bar{1}_{y_2}$$

$$+(R\dot{\theta}^2 + a\ddot{\theta} + 2R\sin\theta qp + aq^2\cos\theta\sin\theta + Rq^2\sin^2\theta + Rp^2 + b\dot{q}\sin\theta)\bar{1}_{z_2}$$

1.4 $\overline{a}_A = \left.\dfrac{d\overline{v}_A}{dt}\right|_{R_2} + \overline{\omega}_{R_2/R_0} \times \overline{v}_A = \left(aq\sin\theta\dot{\theta} - a\dot{q}\cos\theta - \left(R\dot{p} - Rq\cos\theta\dot{\theta} - R\dot{q}\sin\theta\right)\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-b\dot{q}\cos\theta + bq\sin\theta\dot{\theta} + R\ddot{\theta}\right)\overline{1}_{y_2} + \left(a\ddot{\theta} + bq\cos\theta\dot{\theta} + b\dot{q}\sin\theta\right)\overline{1}_{z_2}$

$$+\begin{vmatrix} \overline{1}_{x_2} & \overline{1}_{y_2} & \overline{1}_{z_2} \\ \dot{\theta} & q\sin\theta & q\cos\theta \\ -\left(\left(p + q\sin\theta\right)R + aq\cos\theta\right) & -\left(bq\cos\theta + R\dot{\theta}\right) & \left(a\dot{\theta} + bq\sin\theta\right) \end{vmatrix}$$

$= \left(+bq^2 + 2aq\sin\theta\dot{\theta} - R\dot{p} - R\dot{q}\sin\theta - a\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-a\dot{\theta}^2 + R\ddot{\theta} - \underline{\underline{1}}\,Rpq\cos\theta - Rq^2\cos\theta\sin\theta - aq^2\cos^2\theta - b\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(-R\dot{\theta}^2 + a\ddot{\theta} + \underline{\underline{1}}\,Rpq\sin\theta + aq^2\sin\theta\cos\theta + Rq^2\sin^2\theta + b\dot{q}\sin\theta\right)\overline{1}_{z_2}$

Le résultat n'est pas le même qu'avec la formule de distribution des accélérations (qui est toujours valable). En plus des termes soulignés deux fois, il manque le terme $Rp^2\overline{1}_{z_2}$ (accélération normale de *A* autour de *D*). Ces différences sont dues au fait que le point *A* est le point le plus bas du disque. A un instant donné, le point *A* sera tout en bas et aura l'accélération demandée $\overline{a}_A$. Si on avait voulu utiliser la formule de la dérivée, il aurait fallu calculer la vitesse d'un point quelconque du disque $\overline{v}_P$ avec $\overline{DP} = R\overline{1}_{z_3}$ et ensuite dériver cette vitesse pour trouver l'accélération en pour une valeur particulière de β : $\left.\overline{a}_P\right|_{\beta=\pi} = \overline{a}_A$

$\overline{v}_P = \overline{v}_D + \overline{\omega}_{S_3} \times \overline{DP} = \left(-aq\cos\theta + \left(q\sin\theta + p\right)R\cos\beta\right)\overline{1}_{x_2} + \left(-bq\cos\theta - R\dot{\theta}\cos\beta + q\cos\theta R\sin\beta\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(bq\sin\theta + a\dot{\theta} - \left(q\sin\theta + p\right)R\sin\beta\right)\overline{1}_{z_2} \Rightarrow \overline{v}_{P/\beta=\pi} = \overline{v}_A$

$\overline{a}_P = \left.\dfrac{d\overline{v}_P}{dt}\right|_{R_2} + \overline{\omega}_{R_2/R_0} \times \overline{v}_P = \left(aq\sin\theta\dot{\theta} - a\dot{q}\cos\theta + \left(R\dot{p} + Rq\cos\theta\dot{\theta} + R\dot{q}\sin\theta\right)\cos\beta - R\left(q\sin\theta + p\right)\sin\beta\dot{\beta}\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-b\dot{q}\cos\theta + bq\sin\theta\dot{\theta} - R\ddot{\theta}\cos\beta + R\dot{\theta}\sin\beta\dot{\beta} + R\dot{q}\cos\theta\sin\beta - Rq\sin\theta\dot{\theta}\sin\beta + Rq\cos\theta\cos\beta\dot{\beta}\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(a\ddot{\theta} + bq\cos\theta\dot{\theta} + b\dot{q}\sin\theta - \left(R\dot{p} - Rq\cos\theta\dot{\theta} - R\dot{q}\sin\theta\right)\sin\beta - R\left(q\sin\theta + p\right)\cos\beta\dot{\beta}\right)\overline{1}_{z_2}$

$$+\begin{vmatrix} \overline{1}_{x_2} & \overline{1}_{y_2} & \overline{1}_{z_2} \\ \dot{\theta} & q\sin\theta & q\cos\theta \\ \left(\left(p + q\sin\theta\right)R\cos\beta - aq\cos\theta\right) & \left(-bq\cos\theta - R\dot{\theta}\cos\beta + q\sin\theta sin\beta\right) & \left(a\dot{\theta} + bq\sin\theta - \left(p + q\sin\theta\right)R\sin\beta\right) \end{vmatrix}$$

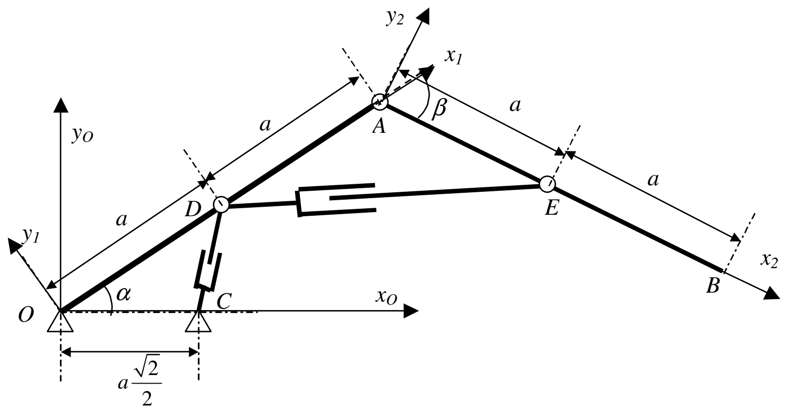
$\overline{a}_A = \overline{a}_{P(\beta=\pi)} =$

$\left(2aq\sin\theta\dot{\theta} - 2Rq\cos\theta\dot{\theta} + bq^2 - R\dot{p} - R\dot{q}\sin\theta - a\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{x_2}$

$+\left(-a\dot{\theta}^2 + R\ddot{\theta} - 2Rpq\cos\theta - Rq^2\cos\theta\sin\theta - aq^2\cos^2\theta - b\dot{q}\cos\theta\right)\overline{1}_{y_2}$

$+\left(+R\dot{\theta}^2 + a\ddot{\theta} + 2Rpq\sin\theta + aq^2\sin\theta\cos\theta + Rq^2\sin^2\theta + Rp^2 + b\dot{q}\sin\theta\right)\overline{1}_{z_2}$

2.



$\overline{v}_A = \overline{v}_O + \overline{\omega}_{OA} \times \overline{OA} = 2a\dot{\alpha}\overline{1}_{y_1}$ avec $\overline{\omega}_{OA} = \dot{\alpha}\overline{1}_z$

$\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{\omega}_{AB} \times \overline{AB} = 2a\dot{\alpha}\overline{1}_{y_1} + 2a\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\overline{1}_{y_2}$ avec $\overline{\omega}_{AB} = \left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\overline{1}_z$

$\overline{v}_B = 2a\dot{\alpha}\overline{1}_{y_1} + 2a\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\left(\sin\beta\overline{1}_{x_1} + \cos\beta\overline{1}_{y_1}\right) = 2a\sin\beta\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\overline{1}_{x_1} + 2a\left(\dot{\alpha} + \cos\beta\left(\dot{\alpha} - \dot{\beta}\right)\right)\overline{1}_{y_1}$

Vérification : $\overline{\mathrm{OB}} = 2a\overline{1}_{x_1} + 2a\left(\cos\beta\overline{1}_{x_1} - \sin\beta\overline{1}_{y_1}\right) =>$

$$\overline{v}_B = \left.\frac{d\overline{\mathrm{OB}}}{\mathrm{dt}}\right|_{R_1} + \overline{\omega}_{R_1/R_0}\times\overline{\mathrm{OB}} = 2a\left(-\sin\beta\dot{\beta}\overline{1}_{x_1} - \cos\beta\dot{\beta}\overline{1}_{y_1}\right) + 2a\left(1+\cos\beta\right)\dot{\alpha}\overline{1}_{y_1} + 2a\sin\beta\dot{\alpha}\overline{1}_{x_1}$$

Pour remplacer les vitesses angulaires $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$ en fonction de V :

$$\left\|\overline{CD}\right\|^2 = a^2 + a^2\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2aa\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha = a^2\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)$$

$$=> \frac{\mathrm{d}\left\|\overline{CD}\right\|}{\mathrm{dt}} = V => 2\left\|\overline{CD}\right\|V = \sqrt{2}a^2\sin\alpha\dot{\alpha} => \boxed{\dot{\alpha} = \frac{V\sqrt{2}\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{a\sin\alpha}}$$

$$\left\|\overline{DE}\right\|^2 = 2a^2\left(1+\cos\beta\right) \quad => \frac{\mathrm{d}\left\|\overline{DE}\right\|}{\mathrm{dt}} = V => 2\left\|\overline{DE}\right\|V = -2a^2\sin\beta\dot{\beta} => \boxed{\dot{\beta} = \frac{-V\sqrt{2\left(1+\cos\beta\right)}}{a\sin\beta}}$$

Autre méthode : En considérant que la vitesse de D est perpendiculaire à OD, on peut calculer la vitesse de sortie du vérin (V) comme étant la projection de la vitesse de D sur l'axe du vérin (CD). Ce qui revient au même que de décomposer la vitesse du point D par rapport au point C, avec une vitesse relative dans l'axe CD et une vitesse de rotation autour de C avec CD fixe. La composée de ces deux vitesses doit donner la vitesse de rotation de D autour de O.

$V = v_D\sin\gamma$ avec γ l'angle $\widehat{ODC}$. Par la règle des sinus : $\dfrac{\sin\gamma}{\left\|\overline{OC}\right\|} = \dfrac{\sin\alpha}{\left\|\overline{CD}\right\|} => V = a\dot{\alpha}.\dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha}{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}$

$V = v_{E\,rel}\sin\dfrac{\beta}{2}$ avec $\dfrac{\beta}{2}$ l'angle $\widehat{DEA}$. $=> V = -a\dot{\beta}\sin\dfrac{\beta}{2} => \dot{\beta} = \dfrac{-V}{a\sin\frac{\beta}{2}} = \dfrac{-V2\cos\frac{\beta}{2}}{a2\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}} = \dfrac{-V\sqrt{2}\sqrt{1+\cos\beta}}{a\sin\beta}$

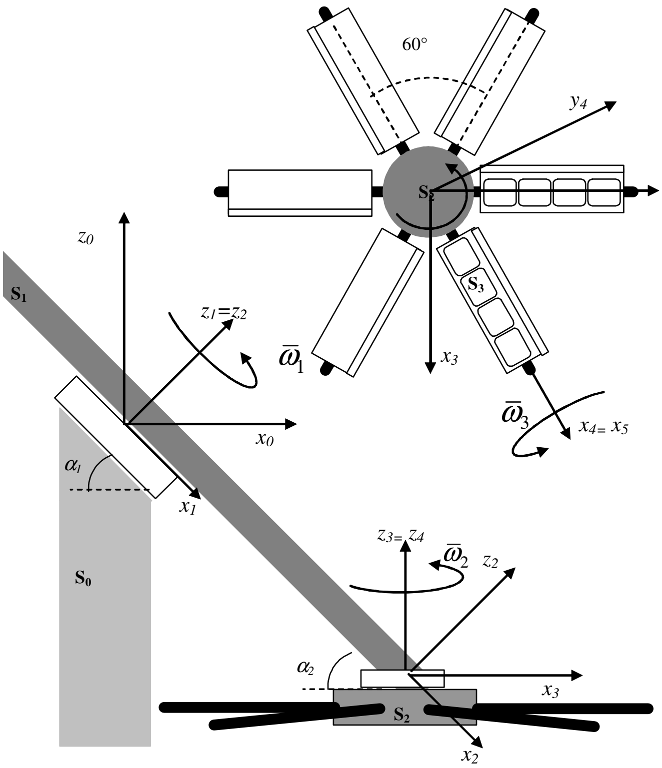
$$=> \overline{v}_B = 2\sqrt{2}V\sin\beta\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{\sin\alpha} + \frac{\sqrt{\left(1+\cos\beta\right)}}{\sin\beta}\right)\overline{1}_{x_1}$$

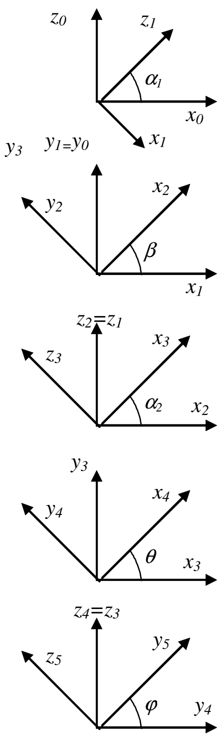
$$+2\sqrt{2}V\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{\sin\alpha} + \cos\beta\left(\frac{\sqrt{\left(\frac{3}{2} - \sqrt{2}\cos\alpha\right)}}{\sin\alpha} + \frac{\sqrt{\left(1+\cos\beta\right)}}{\sin\beta}\right)\right)\overline{1}_{y_1}$$

Animation matlab sur : http://www.ulb.ac.be/polytech/smana/Seance03CinematiqueSolide.htm

---

3.





R_1/R_0 : Repère incliné sur le rotor 1. $\overline{\omega}_{R_1/R_0}=0$

R_2/R_1 : Repère suivant la rotation du rotor. x_2 fixé sur le bras S_1 $\overline{\omega}_{R_2/R_0}=\dot{\beta}\overline{1}_{z_2}$

R_3/R_2 : Repère incliné sur le rotor 2. $\overline{\omega}_{R_3/R_0}=\dot{\beta}\overline{1}_{z_2}$

R_4/R_3 : Repère suivant la rotation du rotor 2. x_4 fixé sur le bras S_3 $\overline{\omega}_{R_4/R_0}=\dot{\beta}\overline{1}_{z_2}+\dot{\theta}\overline{1}_{z_3}$

R_5/R_4 : Repère suivant la rotation de la nacelle S_3 $\overline{\omega}_{R_5/R_0}=\dot{\beta}\overline{1}_{z_2}+\dot{\theta}\overline{1}_{z_3}+\dot{\varphi}\overline{1}_{x_4}$

avec $\omega_1=\dot{\beta};\ \omega_2=\dot{\theta};\ \omega_3=\dot{\varphi}$ avec $\theta=\omega_2 t$

Comme le repère R_5 est entièrement lié à la nacelle étudiée, la vitesse angulaire de la nacelle est :

$$\overline{\omega}_{S_3}=\overline{\omega}_{R_5/R_0}=\omega_1\overline{1}_{z_2}+\omega_2\overline{1}_{z_3}+\omega_3\overline{1}_{x_4}$$

$$\overline{1}_{z_2}=\sin\alpha_2\overline{1}_{x_3}+\cos\alpha_2\overline{1}_{z_3}\quad \text{et}\quad \overline{1}_{x_4}=\cos(\omega_2 t)\overline{1}_{x_3}+\sin(\omega_2 t)\overline{1}_{y_3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\overline{\omega}_{S_3}=\left(\sin\alpha_2\omega_1+\cos(\omega_2 t)\omega_3\right)\overline{1}_{x_3}+\sin(\omega_2 t)\omega_3\overline{1}_{y_3}+\left(\cos\alpha_2\omega_1+\omega_2\right)\overline{1}_{z_3}}$$

$$\overline{\varepsilon}_{S_3}=\frac{d\overline{\omega}_{S_3}}{dt}=\left.\frac{d\overline{\omega}_{S_3}}{dt}\right|_{R_3}+\overline{\omega}_{R_3/R_0}\times\overline{\omega}_{S_3}\quad \text{avec}\quad \overline{\omega}_{R_3/R_0}\times\overline{\omega}_{S_3}=\overline{\omega}_{R_3/R_0}\times\left(\overline{\omega}_{R_5/R_3}+\overline{\omega}_{R_3/R_0}\right)=\overline{\omega}_{R_3/R_0}\times\overline{\omega}_{R_5/R_3}=$$

$$=-\cos\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\overline{1}_{x_3}+\omega_1\left(\cos\alpha_2\cos(\omega_2 t)\omega_3-\sin\alpha_2\omega_2\right)\overline{1}_{y_3}+\sin\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\overline{1}_{z_3}$$

$$\begin{aligned}\overline{\varepsilon}_{S_3}=&\left(\cos(\omega_2 t)\dot{\omega}_3-\sin(\omega_2 t)\omega_2\omega_3-\cos\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\right)\overline{1}_{x_3}\\&+\left(\cos(\omega_2 t)\omega_2\omega_3+\sin(\omega_2 t)\dot{\omega}_3+\cos\alpha_2\cos(\omega_2 t)\omega_1\omega_3-\sin\alpha_2\omega_1\omega_2\right)\overline{1}_{y_3}\\&+\left(\sin\alpha_2\sin(\omega_2 t)\omega_1\omega_3\right)\overline{1}_{z_3}\end{aligned}$$

4.1 $R1(xyz)$ repère lié à l'axe : $\overline{\omega}_{R1/R0}=\Omega\overline{1}_z$

$R2(x_2y_2z_2)$ repère lié au panneau A : $\overline{\omega}_{R2/R1}=\omega_0\overline{1}_x \Rightarrow \overline{\omega}_{R2/R0}=\Omega\overline{1}_z+\omega_0\overline{1}_x$

$$\Rightarrow \overline{\varepsilon}=\underbrace{\left.\frac{d\overline{\omega}}{dt}\right|_{R1}}_{=0}+\overline{\omega}_{R1/R0}\times\overline{\omega}\Rightarrow \boxed{\overline{\varepsilon}=\omega_0\Omega\overline{1}_y}$$

4.2 $\overline{\omega}_{R1/R0}=\Omega\overline{1}_z=\overline{\omega}_{tige}$

$$\overline{\omega}_{R2/R0}=\Omega\overline{1}_z+\omega_0\overline{1}_x=\overline{\omega}_{plaque}\Rightarrow\overline{\varepsilon}_{plaque}=\omega_0\Omega\overline{1}_y$$

$$\overline{v}_P=\overline{v}_{Q(a+b,0,0)}+\overline{\omega}_{plaque}\times\overline{QP}=\Omega(a+b)\overline{1}_y+\Omega c\left(-\cos\beta\overline{1}_x\right)+\omega_0 c\left(\cos\beta\overline{1}_z-\sin\beta\overline{1}_y\right)$$

$$\Rightarrow\boxed{\overline{v}_P=-\Omega c\cos\beta\overline{1}_x+\left(\Omega(a+b)-\omega_0 c\sin\beta\right)\overline{1}_y+\omega_0 c\cos\beta\overline{1}_z}$$

$$\text{avec}\begin{cases}\overline{v}_{Q(a+b,0,0)}=\overline{v}_O+\overline{\omega}_{tige}\times\overline{OQ}=\Omega(a+b)\overline{1}_y\\ \overline{QP}=c\overline{1}_{y_2}=c\left(\cos\beta\overline{1}_y+\sin\beta\overline{1}_z\right)\end{cases}$$

4.3 $\bar{a}_P = \left.\frac{d\bar{v}_P}{dt}\right|_{R1} + \bar{\omega}_{R1/R0} \times \bar{v}_P = \left[\Omega c \sin\beta \omega_0 \bar{1}_x - \omega_0^2 c \cos\beta \bar{1}_y - \omega_0^2 c \sin\beta \bar{1}_z\right] - \Omega\Omega c \cos\beta \bar{1}_y - \Omega\left(\Omega(a+b) - \omega_0 c \sin\beta\right)\bar{1}_x$

$\Rightarrow \bar{a}_P = \left[2\Omega c \sin\beta \omega_0 - \Omega^2(a+b)\right]\bar{1}_x - \left[\omega_0^2 c \cos\beta + \Omega^2 c \cos\beta\right]\bar{1}_y - \omega_0^2 c \sin\beta \bar{1}_z$

ou

$\bar{a}_P = \bar{a}_Q + \bar{\varepsilon}_2 \times \overline{QP} + \bar{\omega}_2 \times \bar{\omega}_2 \times \overline{QP}$

$\bar{a}_P = \left[-\Omega^2(a+b)\bar{1}_x\right] + \left[\omega_0 \Omega c \sin\beta \bar{1}_x\right] + \left[-\Omega^2 c \cos\beta \bar{1}_y + \left(\Omega(\omega_0 c \sin\beta)\bar{1}_x + \omega_0(-\omega_0 c \sin\beta)\bar{1}_z\right) - \omega_0^2 c \cos\beta \bar{1}_y\right]$

$\Rightarrow \bar{a}_P = \left[2\omega_0 \Omega c \sin\beta - \Omega^2(a+b)\right]\bar{1}_x - \left[\Omega^2 c \cos\beta + \omega_0^2 c \cos\beta\right]\bar{1}_y - \left[\omega_0^2 c \sin\beta\right]\bar{1}_z$

avec $\bar{a}_Q = \bar{a}_O + \bar{\varepsilon}_1 \times \overline{OQ} + \bar{\omega}_1 \times \bar{\omega}_1 \times \overline{OQ} = -\Omega^2(a+b)\bar{1}_x$ où $\bar{\varepsilon}_1 = \bar{a}_O = 0$

$\Rightarrow \boxed{\left.\bar{a}_P\right|_{\beta=90°} = \left[2\omega_0 \Omega c - \Omega^2(a+b)\right]\bar{1}_x - \omega_0^2 c \bar{1}_z}$

Les énoncés et les corrigés sont accessibles et mis à jour sont sur le site de méca :
http://cfao.ulb.ac.be/cfao/teaching/meca2/tps.html

Pour toute question, veuillez contacter par email :

- Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be pour les problèmes relatifs aux **Tps et aux laboratoires** ;
- CFAO.Matlab@ulb.ac.be pour les problèmes relatifs aux **projets Matlab**

Des permanences seront organisées un mercredi sur deux à 12h dans la salle de réunion UB3.
Jeudi 17/11 ; Jeudi 01/12 ; Jeudi 15/12