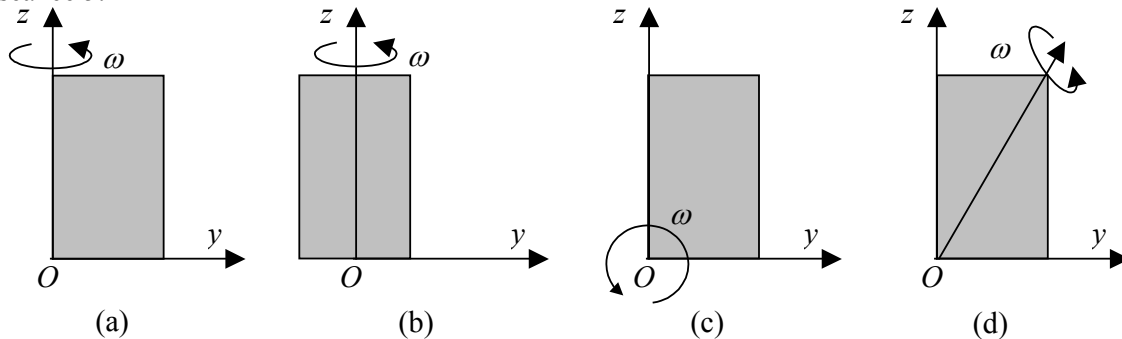


Séance n° 06 : Résultante et moment cinétique

1. Une plaque rectangulaire homogène de masse m et de petit côté $2a$, de grand côté $2b$, tourne à la vitesse angulaire ω autour d'un comme indiqué sur les figures de 4 manières différentes. Dans chaque cas, calculer la résultante cinétique, le moment cinétique au point O et l'énergie cinétique de la plaque.

Décomposer les vecteurs dans les axes xyz attachés à la plaque.

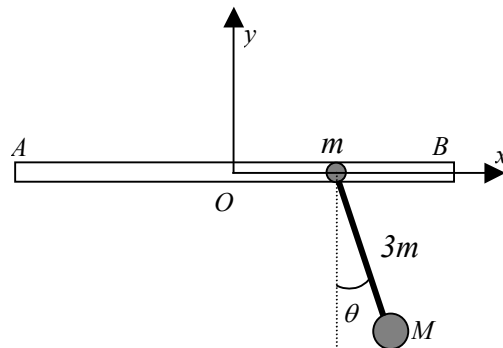
! Ne pas utiliser d'intégrale pour calculer les tenseurs d'inertie mais le théorème de Steiner vu à la séance 5.



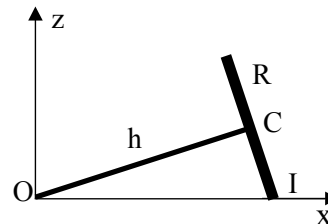
2. Une masse ponctuelle m effectue un mouvement d'oscillation dans la glissière AB suivant la loi : $x = a \cos(\omega t)$.

A cette masse est articulée une tige homogène de longueur a et de masse $3m$, qui peut tourner dans le plan fixe Oxy , à l'extrémité de laquelle est soudée une sphère homogène pleine de masse M et de rayon R .

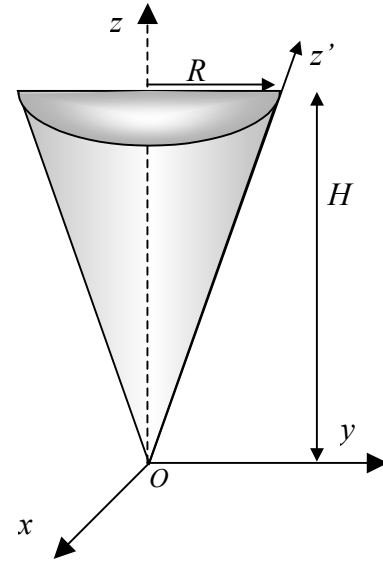
Calculer la résultante cinétique, l'énergie cinétique ainsi que le moment cinétique en O du système.



3. Un solide, constitué d'un disque homogène de rayon R et de masse M et d'une tige de masse m de longueur L soudée perpendiculairement au disque en son centre, roule sans glisser à vitesse angulaire constante sur le plan horizontal Oxy . Calculer le moment cinétique du système par rapport à O , ainsi que sa dérivée par rapport au temps.



4. Le demi cône inhomogène représenté ci-contre a une masse M et une masse spécifique $\rho = kz$ en $P(x, y, z)$. Déterminer :
1. le tenseur d'inertie en O dans les axes (x, y, z) ;
 2. la condition pour qu'il existe des points en lesquels l'ellipsoïde d'inertie soit une sphère, et déterminer ces points lorsqu'ils existent ;
 3. le moment d'inertie du demi cône par rapport à une de ses génératrices (z').
 4. Calculer le moment cinétique de ce demi cône en O si ce dernier tourne librement autour de sa génératrice z' (ω).



5. Un système est composé d'un fil mince homogène formant un cercle de centre O , de rayon R et de masse M , et de deux tiges minces homogènes identiques, BC et AD , de longueur R et de masse M chacune, soudées à angle droit au centre A de BC de manière à former un T.

Le cercle peut tourner (vitesse angulaire $\dot{\theta}$) autour de l'axe vertical Oz , qui fait un angle constant α avec la perpendiculaire à son plan.

Le T est fixé en A au point le plus bas du cercle, et peut tourner (vitesse angulaire $\dot{\phi}$ autour de l'axe y'') dans le plan perpendiculaire à celui du cercle et tangent à celui-ci en A .

Calculer l'énergie cinétique de ce système ainsi que les composantes dans les axes $Ox''y''z''$ de son moment d'inertie.

