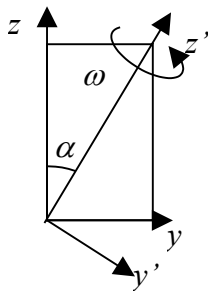


1.

O = point appartenant à l'axe de rotation fixe.

	$\vec{R} = m\vec{v}_G$	$\vec{M}_O = \vec{I}_O \cdot \vec{\omega}$	$T = \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{I}_O \cdot \vec{\omega}$
1	$\vec{R} = -ma\omega \vec{1}_x$	$\vec{M}_O = -P_{xz}\omega \vec{1}_x - P_{yz}\omega \vec{1}_y + I_z\omega \vec{1}_z$ $= -mab\omega \vec{1}_y + \frac{4}{3}ma^2\omega \vec{1}_z$	$T = \frac{1}{2}I_z\omega^2$ $= \frac{2}{3}ma^2\omega^2$
2	$\vec{R} = 0$	$\vec{M}_O = -P_{xz}\omega \vec{1}_x - P_{yz}\omega \vec{1}_y + I_z\omega \vec{1}_z$ $= \frac{ma^2}{3}\omega \vec{1}_z$	$T = \frac{1}{2}I_z\omega^2$ $= \frac{1}{6}ma^2\omega^2$
3	$\vec{R} = -mb\omega \vec{1}_y$ $+ ma\omega \vec{1}_z$	$\vec{M}_O = +I_x\omega \vec{1}_x - P_{xy}\omega \vec{1}_y - P_{xz}\omega \vec{1}_z$ $= \frac{4}{3}m(a^2 + b^2)\omega \vec{1}_x$	$T = \frac{1}{2}I_x\omega^2$ $= \frac{2}{3}m(a^2 + b^2)\omega^2$
4	$\vec{R} = 0$	$\vec{M}_O = -P_{xy}\omega_y \vec{1}_x + I_y\omega_y \vec{1}_y - P_{yz}\omega_y \vec{1}_z$ $- P_{xz}\omega_z \vec{1}_x - P_{yz}\omega_z \vec{1}_y + I_z\omega_z \vec{1}_z$ $\vec{M}_O = +\frac{4}{3}mb^2\omega \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \vec{1}_y - mab\omega \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \vec{1}_y$ $+ \frac{4}{3}ma^2\omega \frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}} \vec{1}_z - mab\omega \frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}} \vec{1}_z$ $\vec{M}_O = -P_{y'z'}\omega \vec{1}_{y'} + I_z\omega \vec{1}_z$ $= \frac{1}{3}mab \frac{b^2 - a^2}{a^2 + b^2} \omega \vec{1}_{y'} + \frac{2}{3} \frac{ma^2b^2}{a^2 + b^2} \omega \vec{1}_z$	$T = \frac{1}{2}I_z\omega^2$ $= \frac{1}{3}m \frac{a^2b^2}{a^2 + b^2} \omega^2$



(4)

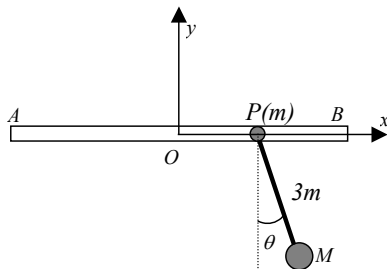
$$I_{z'} = \int y'^2 dm = \int (\cos \alpha y - \sin \alpha z)^2 dm = \cos^2 \alpha I_z + \sin^2 \alpha I_y - 2 \sin \alpha \cos \alpha P_{yz}$$

$$= \frac{b^2}{a^2 + b^2} \cdot \frac{4}{3}ma^2 + \frac{a^2}{a^2 + b^2} \cdot \frac{4}{3}mb^2 - 2 \frac{ab}{a^2 + b^2} \cdot mab = \frac{2}{3} \frac{ma^2b^2}{a^2 + b^2}$$

$$P_{y'z'} = \int y'z' dm = \int (\cos \alpha y - \sin \alpha z)(\sin \alpha y + \cos \alpha z) dm = \cos \alpha \sin \alpha (I_z - I_y) + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) P_{yz}$$

$$= \frac{ab}{a^2 + b^2} \left( \frac{4}{3}ma^2 - \frac{4}{3}mb^2 \right) + \left( \frac{b^2}{a^2 + b^2} - \frac{a^2}{a^2 + b^2} \right) mab = \frac{1}{3} \frac{ma^3b}{a^2 + b^2} - \frac{1}{3} \frac{mab^3}{a^2 + b^2}$$

2.



$$\vec{R} = \sum_i m\vec{v}_{G_i} = m\vec{v}_P \vec{1}_x + 3m\vec{v}_{G_{\text{tige}}} + M\vec{v}_{G_{\text{balle}}}$$

$$\text{avec } \begin{cases} x = a \cos \omega t; \\ \vec{OG} = \left( a \cos \omega t + \frac{a}{2} \sin \theta \right) \vec{1}_x - \frac{a}{2} \cos \theta \vec{1}_y; \\ \vec{OG}' = \left( a \cos \omega t + (a + R) \sin \theta \right) \vec{1}_x - (a + R) \cos \theta \vec{1}_y \end{cases}$$

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \left[ -ma \sin \omega t \cdot \omega \vec{1}_x \right] + \left[ 3m \left( \left( -a \sin \omega t \cdot \omega + \frac{a}{2} \cos \theta \dot{\theta} \right) \vec{1}_x + \frac{a}{2} \sin \theta \dot{\theta} \vec{1}_y \right) \right] \\ &\quad + \left[ M \left( \left( -a \sin \omega t \cdot \omega + (a+R) \cos \theta \dot{\theta} \right) \vec{1}_x + (a+R) \sin \theta \dot{\theta} \vec{1}_y \right) \right] \\ \Rightarrow \vec{R} &= (4m+M) \left[ \left( -\omega a \sin \omega t + a \dot{\theta} \cos \theta \right) \vec{1}_x + A \dot{\theta} \sin \theta \vec{1}_y \right] \text{ avec } A = \frac{3m \frac{a}{2} + M(a+R)}{4m+M}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}T &= \sum_i T_i = \left[ \frac{1}{2} m v_{G_m}^2 + \underbrace{\frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \vec{I}_{G_m} \cdot \vec{\omega}}_{=0 \text{ (masse ponct)}} \right] + \left[ \frac{1}{2} (3m) v_{G_{tige}}^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_{tige} \cdot \vec{I}_{G_{tige}} \cdot \vec{\omega}_{tige} \right] + \left[ \frac{1}{2} M v_{G_{balle}}^2 + \frac{1}{2} \vec{\omega}_{balle} \cdot \vec{I}_{G_{balle}} \cdot \vec{\omega}_{balle} \right] \\ T &= \left[ \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \right] + \left[ \frac{1}{2} 3m v_{G_{tige}}^2 + \frac{1}{2} \frac{3ma}{12} \dot{\theta}^2 \right] + \left[ \frac{1}{2} M v_{G_{balle}}^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} M R^2 \dot{\theta}^2 \right] \\ \Rightarrow T &= \left( 2m + \frac{M}{2} \right) a^2 \omega^2 \sin^2 \omega t + \frac{1}{2} \left[ m a^2 + M(a+R)^2 + \frac{2}{5} M R^2 \right] \dot{\theta}^2 \\ &\quad - \left[ \frac{3}{2} m a^2 + M a(a+R) \right] \omega \dot{\theta} \sin \omega t \cos \theta \\ \vec{M}_O &= \sum_i \vec{M}_{O,i} = \underbrace{\left[ \vec{OP} \times m \vec{v}_P \right]}_{=0 \text{ (pas de rot.)}} + \left[ \vec{OG}_{tige} \times m \vec{v}_{G_{tige}} + \vec{M}_G \right] + \left[ \vec{OG}'_{balle} \times m \vec{v}_{G'_{balle}} + \vec{M}_{G'_{balle}} \right] \\ \vec{OG}_{tige} \times m \vec{v}_{G_{tige}} &= 3m \left( \frac{a^2}{4} \dot{\theta} + \frac{a^2}{2} (\cos \omega t \sin \theta \dot{\theta} - \cos \theta \sin \omega t \cdot \omega) \right) \vec{1}_z \\ \vec{M}_{G_{tige}} &= \vec{I}_G \cdot \vec{\omega} = \frac{3ma^2}{12} \dot{\theta} \vec{1}_z \\ \vec{OG}'_{balle} \times m \vec{v}_{G'_{balle}} &= M(a+R) \left( (a+R) \dot{\theta} + a (\cos \omega t \sin \theta \dot{\theta} - \cos \theta \sin \omega t \cdot \omega) \right) \vec{1}_z \\ \vec{M}_{G_{balle}} &= \vec{I}_{G'} \cdot \vec{\omega} = \frac{2MR^2}{5} \dot{\theta} \vec{1}_z \\ \Rightarrow \vec{M}_O &= \left( \left( M(a+R)^2 + \frac{2MR^2}{5} + m a^2 \right) \dot{\theta} + \left[ 3m \frac{a^2}{2} + M a(a+R) \right] (\cos \omega t \sin \theta \dot{\theta} - \cos \theta \sin \omega t \cdot \omega) \right) \vec{1}_z\end{aligned}$$

3. Dans les axes principaux Oxyz tel que précisé sur le dessin.

$$\vec{m}_O = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\phi} \sin \alpha - \dot{\phi} \\ 0 \\ \dot{\phi} \cos \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\dot{\phi} \sin \alpha - \dot{\phi}) \\ 0 \\ B \dot{\phi} \cos \alpha \end{pmatrix}$$

$$\text{où } A = \frac{MR^2}{2}; \quad B = M \frac{R^2}{4} + ML^2 + \frac{mL^2}{3}$$

$$B = I_{disque} (= I_{diamètre} + Md_{(diamètre-axe Z)}) + I_{tige}$$

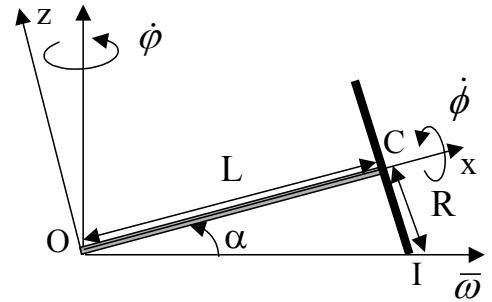
Les deux angles sont liés donc il faut trouver une relation

$\phi = f(\varphi)$  en utilisant (vitesse C  $\in$  tige = vitesse C  $\in$  disque).

$$L \cos \alpha \dot{\phi} = \vec{\omega} \times \vec{CI} \Rightarrow \sqrt{R^2 + L^2} \dot{\phi} = R \dot{\phi} \Rightarrow \dot{\phi} = \frac{\dot{\varphi}}{\sin \alpha}$$

$$\vec{m}_O = -A \dot{\phi} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \vec{1}_x + B \dot{\phi} \cos \alpha \vec{1}_z$$

$$\frac{d\vec{m}_O}{dt} = -A \ddot{\phi} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin \alpha} \vec{1}_x - \dot{\phi}^2 \cos \alpha \sin \alpha (B + A \cot^2 \alpha) \vec{1}_y + B \ddot{\phi} \cos \alpha \vec{1}_z$$



4.1

$$M = k \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^H z dz \int_0^{\frac{R}{H}z} r dr = k \frac{\left(\frac{R}{H}\right)^2}{2} \frac{(H)^4}{4} \pi = k\pi \frac{R^2 H^2}{8}$$

$$I_z = k \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^H z dz \int_0^{\frac{R}{H}z} r^3 dr = k \frac{\left(\frac{R}{H}\right)^4}{4} \frac{(H)^6}{6} \pi = \frac{k\pi}{24} H^2 R^4 = \frac{MR^2}{3}$$

$$I_{xy} = k \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^H z dz \int_0^{\frac{R}{H}z} (z^2) r dr = k\pi \frac{\left(\frac{R}{H}\right)^2}{2} \frac{H^6}{6} = \frac{2MH^2}{3}$$

$$I_{yz} = k \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^H z dz \int_0^{\frac{R}{H}z} (r \cos \theta)^2 r dr = k \frac{\pi}{2} \frac{\left(\frac{R}{H}\right)^4}{4} \frac{H^6}{6} = \frac{MR^2}{6} = I_{xz}$$

$$\Rightarrow I_x = I_{xy} + I_{xz} = \frac{MR^2}{6} + \frac{2MH^2}{3} = I_y;$$

$P_{xy} = P_{yz} = 0$  grace à l'intégration de y sur un domaine symétrique

$$P_{zx} = k \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^H z dz \int_0^{\frac{R}{H}z} z (r \cos \theta) r dr = k 2 \frac{\left(\frac{R}{H}\right)^3}{3} \frac{H^6}{6} = \frac{8M}{9\pi} RH$$

4.2 Trouvons les points P appartenant à l'axe z où les moments d'inertie ( $I_{xP}$ ,  $I_{yP}$ ,  $I_{zP}$ ) sont égaux dans le repère  $Px_P y_P z_P$

$$\underbrace{\frac{MR^2}{6} + \frac{2MH^2}{3}}_{I_x} - M \underbrace{\left(\frac{3H}{4}\right)^2}_{d(\text{axe } x, \text{axe } x_G)^2} + M \underbrace{d^2}_{d(\text{axe } x_G, \text{axe } x_P)^2} = \frac{MR^2}{3}$$

$$\Rightarrow 2 \text{ racines réelles } d = \pm \sqrt{\frac{R^2}{6} - \left(\frac{5}{48}\right)H^2} \text{ à condition que } \frac{H}{R} < \sqrt{\frac{8}{5}}$$

4.3 L'angle alpha est l'angle entre l'axe z et l'axe z'.

$$I_{z'} = I_z \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha \text{ où } \cos^2 \alpha = \frac{H^2}{H^2 + R^2} \text{ et } \sin^2 \alpha = \frac{R^2}{H^2 + R^2}$$

$$\Rightarrow I_{z'} = \frac{MR^2}{3} \frac{H^2}{H^2 + R^2} + \left(\frac{MR^2}{6} + \frac{2MH^2}{3}\right) \frac{R^2}{H^2 + R^2} = \frac{R^2}{H^2 + R^2} \left(\frac{MH^2}{6} + \frac{MR^2}{3}\right)$$

4.4  $\overline{M}_O = \overline{I}_O \cdot \overline{\omega}$  avec  $\overline{\omega} = \omega \overline{1}_z$ ,  $\Rightarrow \overline{M}_O = -P_{x'z'} \omega \overline{1}_{x'} - P_{y'z'} \omega \overline{1}_{y'} + I_{z'} \omega \overline{1}_z$

$$P_{y'z'} = \int (\cos \alpha y - \sin \alpha z)(\sin \alpha y + \cos \alpha z) dm = \cos \alpha \sin \alpha (I_z - I_y) + (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) P_{yz}$$

$$= \frac{HR}{H^2 + R^2} \left(\frac{MR^2}{3} - \left(\frac{MR^2}{6} + \frac{2MH^2}{3}\right)\right) + \left(\frac{H^2 - R^2}{H^2 + R^2}\right) \underbrace{P_{yz}}_{\substack{\text{dom. sym} \\ \text{en } y \Rightarrow 0}} = \frac{HR}{H^2 + R^2} \left(\frac{MR^2}{6} - \frac{2MH^2}{3}\right)$$

$$P_{x'z'} = \int x(\sin \alpha y + \cos \alpha z) dm = \sin \alpha P_{xy} + \cos \alpha P_{xz} = \frac{H}{\sqrt{H^2 + R^2}} \frac{8MRH}{9\pi}$$

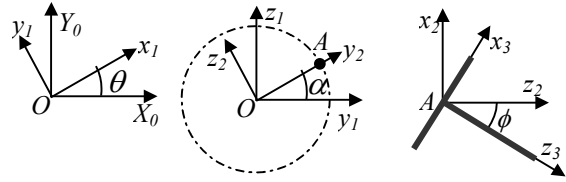
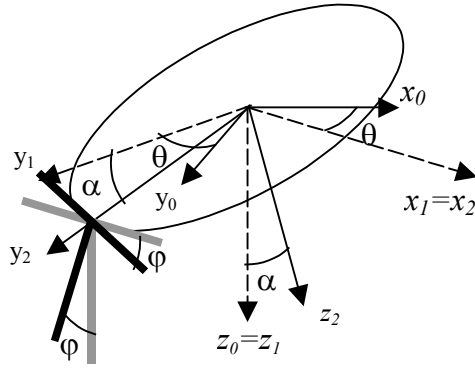
$$\Rightarrow \overline{M}_O = -\frac{H\omega}{\sqrt{H^2 + R^2}} \frac{4MRH}{9\pi} \overline{1}_{x'} + \frac{HR}{H^2 + R^2} \left(\frac{MH^2}{3}\right) \omega \overline{1}_{y'} + \frac{R^2}{H^2 + R^2} \left(\frac{MH^2}{2} + \frac{MR^2}{6}\right) \omega \overline{1}_z$$

ou

$$\overline{M}_O = -P_{xz} \omega \cos \alpha \overline{1}_x + I_y \omega \sin \alpha \overline{1}_y + I_z \omega \cos \alpha \overline{1}_z$$

$$\overline{M}_O = -\frac{4MRH}{9\pi} \frac{H\omega}{\sqrt{H^2 + R^2}} \overline{1}_x + \left(\frac{MR^2}{6} + \frac{MH^2}{3}\right) \frac{R\omega}{\sqrt{H^2 + R^2}} \overline{1}_y + \frac{MR^2}{6} \frac{H\omega}{\sqrt{H^2 + R^2}} \overline{1}_z$$

5.



=> les vecteurs de Darboux :

$$\bar{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\theta} \bar{1}_{z_1} ; \quad \bar{\omega}_{R_2/R_0} = \bar{\omega}_{R_2/R_1} + \bar{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\theta} \bar{1}_{z_1}$$

$$\bar{\omega}_{R_3/R_0} = \bar{\omega}_{R_3/R_2} + \bar{\omega}_{R_2/R_0} = \dot{\theta} \bar{1}_{z_1} - \dot{\phi} \bar{1}_{y_2}$$

=> les vecteurs vitesses angulaires des solides :

$$\bar{\omega}_{\text{Cercle}} = \bar{\omega}_{R_1/R_0} = \dot{\theta} \bar{1}_{z_1} \quad \text{et} \quad \bar{\omega}_T = \bar{\omega}_{R_3/R_0} = \dot{\theta} \bar{1}_{z_1} - \dot{\phi} \bar{1}_{y_2}$$

$R_0$  : Axe  $OX_0Y_0Z_0$  fixe. ;  $R_1$  : Axe  $Ox_1y_1z_1$  tourne autour de l'axe  $Z_0 = z_1$  ( $\theta$ )

$R_2$  : Axe  $Ox_2y_2z_2$  incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport aux axes  $Ox_1y_1z_1$ , avec  $z_2$  lié à la tige,  $R_2$  tourne autour de l'axe  $z_1$  ( $\phi$ )

$R_3$  : Axe  $Gx_3y_3z_3$  liés au cube et tourne autour de  $z_1$  ( $\phi$ ) et  $z_2$  ( $\phi$ )

$$T = T^{(C)} + T^{(BC)} + T^{(AD)} \quad \text{et} \quad \bar{M}_O = \bar{M}_O^{(C)} + \bar{M}_O^{(BC)} + \bar{M}_O^{(AD)}$$

1. Dans les axes principaux du cercle (Repère  $R_2$ ):

$$T^{(C)} = \frac{1}{2} \bar{\omega} \bar{I}_G \bar{\omega} = \frac{1}{2} (Ap^2 + Bq^2 + Cr^2) \quad \text{avec} \quad \begin{cases} A = B = \frac{MR^2}{2}; C = MR^2 \\ \bar{\omega}_T = \dot{\theta} \bar{1}_{z_1} = \sin \alpha \dot{\theta} \bar{1}_{y_2} + \cos \alpha \dot{\theta} \bar{1}_{z_2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T^{(T)} = \frac{MR^2}{4} \dot{\theta}^2 (1 + \cos^2 \alpha)$$

$$\bar{M}_O = \bar{I}_O \bar{\omega} = Ap \bar{1}_{x_2} + Bq \bar{1}_{y_2} + Cr \bar{1}_{z_2} \quad \bar{M}_O^{(T)} \Rightarrow \bar{M}_O =$$

2. Dans les axes principaux du T (des tiges soudées) (Repère  $R_3$ )

$$T^{(BC)} = \frac{1}{2} mv_G^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega} \bar{I}_G \bar{\omega} \underset{G=A}{=} \frac{1}{2} Mv_A^2 + \frac{1}{2} (A' p'^2 + B' q'^2 + C' r'^2)$$

$$\begin{cases} \overline{OA} = R \bar{1}_{y_2} \Rightarrow \bar{v}_A = R \frac{d\bar{1}_{y_2}}{dt} = R \bar{\omega}_{R_2/R_0} \times \bar{1}_{y_2} = -R \dot{\theta} \cos \alpha \bar{1}_{x_2} \quad \text{avec} \quad \bar{\omega}_{R_2/R_0} = \dot{\theta} \bar{1}_{z_1} = \dot{\theta} (\sin \alpha \bar{1}_{y_2} + \cos \alpha \bar{1}_{z_2}) \\ \text{avec} \quad \bar{\omega}_T = (\sin \alpha \dot{\theta} - \dot{\phi}) \bar{1}_{y_2} + \cos \alpha \dot{\theta} \bar{1}_{z_2} = (\sin \alpha \dot{\theta} - \dot{\phi}) \bar{1}_{y_3} + \cos \alpha \dot{\theta} (\sin \phi \bar{1}_{x_3} + \cos \phi \bar{1}_{z_3}) = p' \bar{1}_{x_3} + q' \bar{1}_{y_3} + r' \bar{1}_{z_3} \\ \Rightarrow p' = \sin \phi \cos \alpha \dot{\theta}; q' = \sin \alpha \dot{\theta} - \dot{\phi}; r' = \cos \phi \cos \alpha \dot{\theta} \quad \text{et} \quad A' = 0; B' = C' = I_{x_3,A} = \frac{MR^2}{12} \end{cases}$$

$$T^{(BC)} = \frac{1}{2} MR^2 \dot{\theta}^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} \left( \frac{MR^2}{12} (\sin \alpha \dot{\theta} - \dot{\phi})^2 + \frac{MR^2}{12} \cos^2 \phi \cos^2 \alpha \dot{\theta}^2 \right)$$

$$\bar{M}_O^{(BC)} = \bar{M}_A + \overline{OA} \times \bar{R} \quad \text{avec} \quad \bar{M}_A = A' p' \bar{1}_{x_3} + B' q' \bar{1}_{y_3} + C' r' \bar{1}_{z_3} \quad \text{car } A = \text{Centre de masse } G$$

$$\bar{M}_O^{(BC)} = -\frac{MR^2}{12} (\sin \alpha \dot{\theta} - \dot{\phi}) \bar{1}_{y_3} + \frac{MR^2}{12} \cos \phi \cos \alpha \dot{\theta} \bar{1}_{z_3} + -MR^2 \dot{\theta} \cos \alpha (\cos \theta \bar{1}_{x_3})$$

**3. Dans les axes principaux du T (des tiges soudées) (Repère  $R_3$ )**

$$T^{(AD)} = \frac{1}{2} m v_E^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega} \cdot \bar{I}_E \cdot \bar{\omega} = \frac{1}{2} M v_E^2 + \frac{1}{2} (A'' p'^2 + B'' q'^2 + C'' r'^2) \text{ avec } E = \text{milieu de } AD$$

$$\bar{l}_{z_3} = \cos \psi \bar{l}_{z_2} - \sin \psi \bar{l}_{x_2}; \bar{l}_{x_2} = \cos \psi \bar{l}_{x_3} - \sin \psi \bar{l}_{z_3}; \bar{l}_{y_2} = \bar{l}_{y_3}; \bar{l}_{z_2} = \cos \psi \bar{l}_{z_3} + \sin \psi \bar{l}_{x_3};$$

$$\text{avec } \begin{cases} \bar{v}_E = \bar{v}_A + \bar{\omega}_{AD} \times \bar{AE} = -R \cos \alpha \dot{\theta} \bar{l}_{x_2} + \left[ (\dot{\psi} + \sin \alpha \dot{\theta}) \bar{l}_{y_2} + \cos \alpha \dot{\theta} \bar{l}_{z_2} \right] \times \frac{R}{2} \underbrace{(\cos \psi \bar{l}_{z_2} - \sin \psi \bar{l}_{x_2})}_{\bar{l}_{z_3}} \\ \bar{v}_E = -R \cos \alpha \cos \psi \dot{\theta} \bar{l}_{x_3} + R \cos \alpha \sin \psi \dot{\theta} \bar{l}_{z_3} + \left[ (\dot{\psi} + \sin \alpha \dot{\theta}) \bar{l}_{y_3} + \cos \alpha \dot{\theta} \cos \psi \bar{l}_{z_3} + \cos \alpha \dot{\theta} \sin \psi \bar{l}_{x_3} \right] \times \frac{R}{2} \bar{l}_{z_3} \\ \bar{v}_E = + \left( \frac{R}{2} (\dot{\psi} + \sin \alpha \dot{\theta}) - R \cos \alpha \cos \psi \dot{\theta} \right) \bar{l}_{x_3} - \frac{R}{2} \cos \alpha \sin \psi \dot{\theta} \bar{l}_{y_3} + R \cos \alpha \sin \psi \dot{\theta} \bar{l}_{z_3} \\ A'' = B'' = \frac{MR^2}{12}; C'' = 0 \end{cases}$$

$$T^{(AD)} = \frac{MR^2}{2} \dot{\theta}^2 \cos^2 \alpha + MR^2 \dot{\theta} \cos \alpha \cos \psi (\dot{\theta} \sin \alpha - \dot{\psi}) + \frac{MR^2}{6} (\dot{\theta} \sin \alpha - \dot{\psi})^2 + \dot{\theta}^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \psi$$

$$\bar{M}_O^{(AD)} = \bar{M}_E + \bar{OE} \times \bar{R} \text{ avec } \bar{M}_E = A'' p' \bar{l}_{x_3} + B'' q' \bar{l}_{y_3} + C'' r' \bar{l}_{z_3}$$

$$\begin{aligned} \bar{M}_O^{(AD)} &= \left[ \frac{1}{3} MR^2 \dot{\theta} \cos \alpha \sin \psi + \frac{MR^2}{2} (\dot{\theta} \sin \alpha - \dot{\psi}) \sin \psi \right] \bar{l}_{x_2} \\ &+ \left[ \frac{1}{3} MR^2 (\dot{\theta} \sin \alpha - \dot{\psi}) - \frac{MR^2}{2} \dot{\theta} \cos \alpha \cos \psi \right] \bar{l}_{y_2} \\ &+ \left[ \frac{1}{3} MR^2 \dot{\theta} \cos \alpha \sin^2 \psi + MR^2 \dot{\theta} \cos \alpha - \frac{MR^2}{2} (\dot{\theta} \sin \alpha - \dot{\psi}) \cos \psi \right] \bar{l}_{z_2} \end{aligned}$$

Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez [Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be](mailto:Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be)

Pour les problèmes relatifs aux projets Matlab, contactez [CFAO.Matlab@ulb.ac.be](mailto:CFAO.Matlab@ulb.ac.be)

Corrigés en ligne sur <http://cfao.ulb.ac.be/cfao/> >Teaching>mécaII>Tps.

Dans l'onglet mécaII>More, vous trouverez aussi plusieurs simulations MATLAB qui illustrent les corrigés.