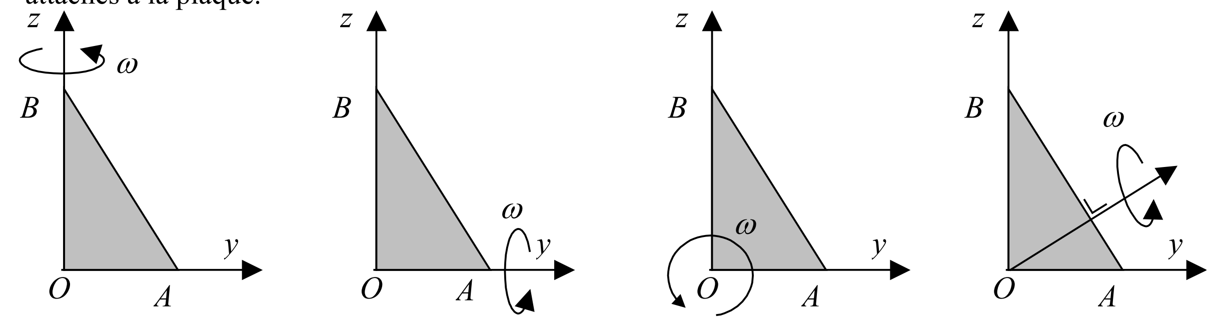
Faculté des Sciences Appliquées

Mécanique Rationnelle **Exercices de la semaine du 10 au 16/12/2003**

2e candidature 2003-2004

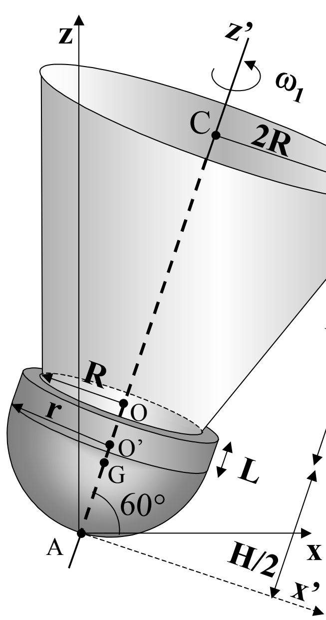
Séance n° 06 : Résultante et moment cinétique

1. Une plaque homogène de masse m en forme de triangle rectangle, de côtés de l'angle droit OA=b ; $OB=h$, est en rotation continue de vitesse angulaire ω comme indiqué sur les figures.
Dans chacun des cas représentés, calculer la résultante cinétique de la plaque, son moment cinétique au point O et son énergie cinétique, en décomposant les vecteurs dans les axes xyz attachés à la plaque.



(a) (b) (c) (d)

2. Un volant de badminton est représenté sur la figure ci-contre. Il est composé d'une **demi-sphère pleine** de masse M_1 et de rayon r, sur laquelle est posé un **cylindre plein** de masse M_2 de hauteur L et de rayon r. La jupe du volant, de masse M_3 est représentée par un tronc de **surface conique** de hauteur H et de rayons respectifs $2R$ et R. Le centre de masse du tronc de cône est situé sur l'axe z' à une distance 5H/9 de O.
Le volant tombe au sol en suivant une courbe parabolique. Le volant subit une rotation autour de $z'=\omega_1$ et autour de $y'=\omega_2$. La vitesse du point G vaut $v_G = -v_G\,\overline{1_{z'}}$.



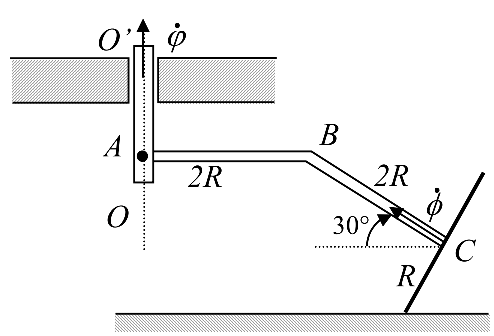
L=r/3; H=4R; L+r=H/2=2R; z'_G=9r/10 pour le volant complet.

Dans les axes $Ax'y'z'$: $I_{x'} = I_{y'} = A$, $I_{z'} = C$.

1. Calculer le moment cinétique du volant en A. (Poser M=masse du volant.)
2. Calculer l'énergie cinétique du volant.

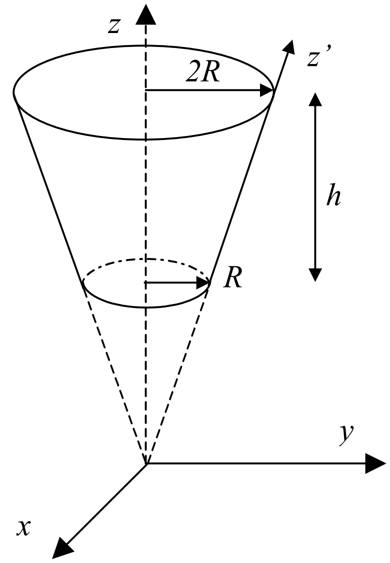
3. Un solide ABC composé de deux tiges minces homogènes, de masse m et de longueur $2R$ et soudées en B, est soudé au centre d'un disque circulaire homogène de masse M et de rayon R, perpendiculairement à celui-ci. L'autre extrémité du solide ABC est attachée en un point fixe A d'un axe vertical OO'. Le disque roule sur un plan horizontal sans glisser.

Calculer le moment cinétique du système par rapport à A.



4. Le tronc de cône inhomogène représenté ci-contre a une masse M et une masse spécifique ρ=kz en $P(x, y, z)$.
Déterminer :

1. le tenseur d'inertie en O dans les axes (x,y,z) ;
2. la condition pour qu'il existe des points en lesquels l'ellipsoïde d'inertie soit une sphère, et déterminer ces points lorsqu'ils existent ;
3. le moment d'inertie du tronc de cône par rapport à une de ses génératrices (z').
4. Calculer le moment cinétique de ce tronc de cône en O si ce dernier tourne librement autour de sa génératrice z' (ω).



5. Une tige mince homogène AB de masse m et de longueur $3a$ est reliée par deux glissières à deux droites perpendiculaires OX et OZ qui tournent dans une plane fixe Oxy à la vitesse constante $\dot{\phi}$.
Une plaque homogène carrée $DEFH$ de côté a et de masse M peut tourner librement autour de AB ($BD = DE = EA = a$) à la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ (α étant défini par rapport à la perpendiculaire à AB dans le plan Oxz).

Calculer l'énergie cinétique et le moment cinétique en O du système.