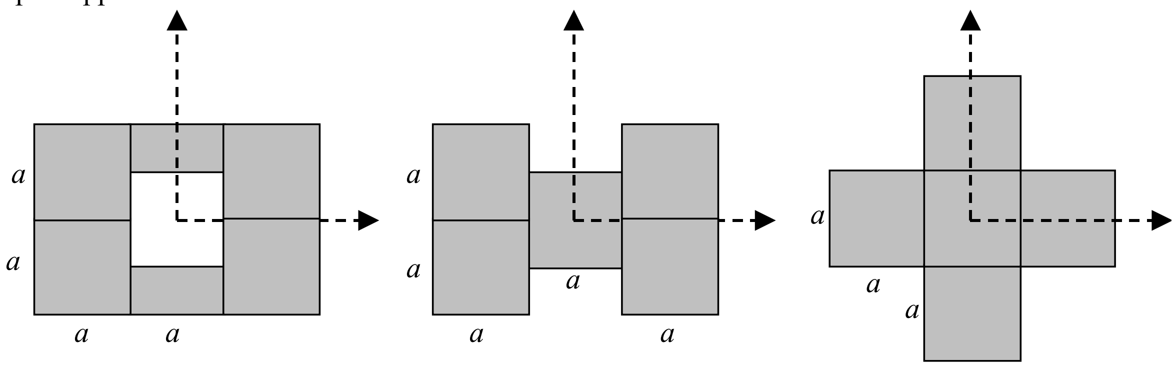
Faculté des Sciences Appliquées

Mécanique Rationnelle **Exercices de la semaine du 3 au 9/12/2003**

2e candidature 2003-2004

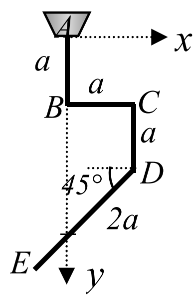
Séance n° 05 : Tenseur d'inertie

1. Déterminer les moments d'inertie d'une plaque rectangulaire homogène de masse m et de côté L, l par rapport à ses médianes.
Déduire les moments d'inertie par rapport à x et y de chacune des trois plaques homogènes de même masse spécifique superficielle ρ représentées ci-dessous, ainsi que leurs **rayons de giration** par rapport à ces axes.

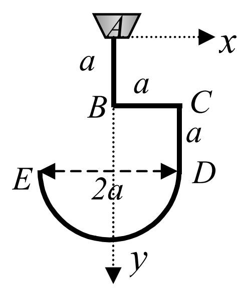


---

2. Déterminer les moments d'inertie I_x et I_y ainsi que le produit d'inertie P_{xy} des deux systèmes composés chacun de tiges minces homogènes *AB, BC, CD, DE* de masse spécifique ρ ayant la forme indiquée ci-contre. (*DE*=demi-cercle)

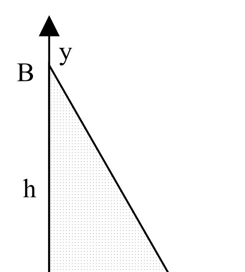


(a)

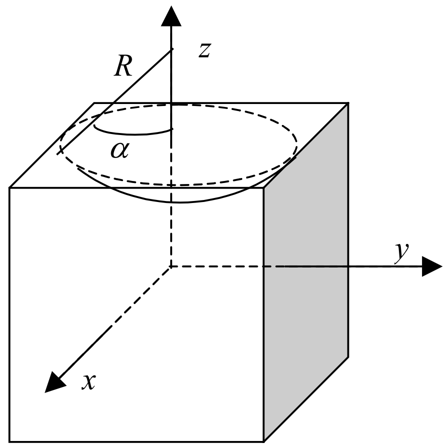


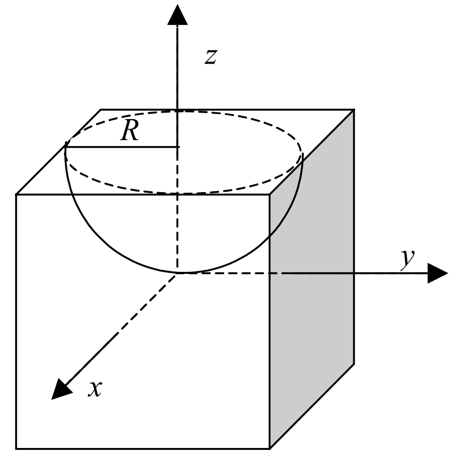
(b)

3.
1. Calculer les moments d'inertie d'une plaque homogène de masse *M* en forme de triangle rectangle par rapport à ses côtés de l'angle droit.
2. Calculer le produit d'inertie P_{xy}.
3. Dans le cas où *b*=4cm et *h*=6cm, déduire la direction des axes principaux d'inertie en *O* et les moments d'inertie principaux correspondants.
4. Comparer les valeurs de ceux-ci à celles de I_x et I_y.
5. Si h=b, déterminer le moment d'inertie par rapport à l'axe *AC* avec *C* situé à une distance *b* de *B* (*BC* // axe *z*)

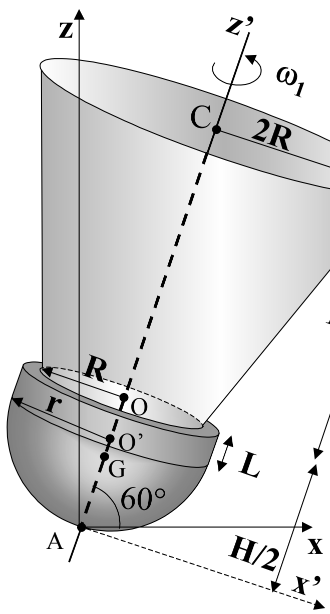


4.
1. Déterminer le moment d'inertie par rapport à son axe de symétrie (z) du cube plein de côté $2a$ diminué d'une calotte sphérique de rayon R avec une ouverture α.
2. Particulariser ensuite au cas d'une demi-sphère pleine enlevée à ce cube. ($\alpha = 90°$ et $R=a$)
3. Déterminer s'il existe des points de l'axe z où l'ellipsoïde d'inertie se réduit à une sphère. Dans l'affirmative, indiquer comment les obtenir.





5.



Un volant de badminton est représenté sur la figure ci-contre. Il est composé d'une **demi sphère pleine** de masse M_1 et de rayon r, sur laquelle est posé un **cylindre plein** de masse M_2 de hauteur L et de rayon r. La jupe du volant, de masse M_3 est représentée par un tronc de **surface conique** de hauteur H et de rayons respectifs $2R$ et R. Le centre de masse du tronc de cône est situé sur l'axe z' à une distance 5H/9 de O.

Dans les axes $Ax'y'z'$: $I_{x'} = I_{y'} = A$, $I_{z'} = C$.

Le volant tombe au sol en suivant une courbe parabolique. Le volant subit une rotation autour de $z' = \omega_1$ et autour de $y' = \omega_2$. La vitesse du point G vaut $v_G = -v_G \overline{1}_{z'}$.

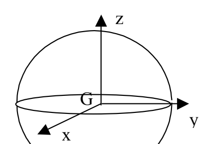
Calculer le moment d'inertie du volant par rapport à l'axe z' et l'axe x' (Il est demandé de résoudre cet exercice sans calculer d'intégrale).

L=r/3; H=4R; L+r=H/2=2R; z'_G=9r/10 pour le volant complet.

Formulaire : Si z = l'axe de révolution.

<u>Pour une sphère pleine de rayon R (axes en G)</u>

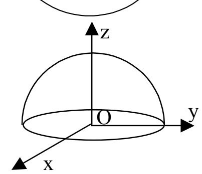
Moment d'inertie par rapport à l'axe z : $I_z = 2MR^2/5$ avec $M = \rho 4\pi R^3/3$



<u>Pour une demi sphère pleine de rayon R (axes sur la base)</u>

z_G(demi sphère)=3R/8.

Moment d'inertie par rapport au plan xy : $I_{xy} = MR^2/5$



<u>Pour un cylindre plein de rayon R et de hauteur h (G : centre de masse du cylindre)</u>

Moment d'inertie par rapport à l'axe z : $I_z = MR^2/2$ et

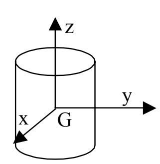
Moment d'inertie par rapport au plan xy : $I_{xy} = Mh^2/12$

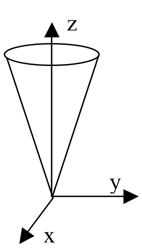
<u>Pour une cône creux de rayon *R* et de hauteur *h*.</u>

Moment d'inertie par rapport à l'axe z : $I_z = MR^2/2$

Moment d'inertie par rapport au plan xy : $I_{xy} = \int z^2 dm = Mh^2/2$

avec $M = \rho \pi R \sqrt{R^2 + h^2}$





Examen : Une feuille est distribuée pour rédiger votre formulaire. Seule cette feuille (1 recto manuscrit) sera autorisée pendant l'examen.