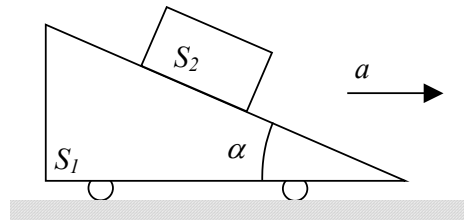


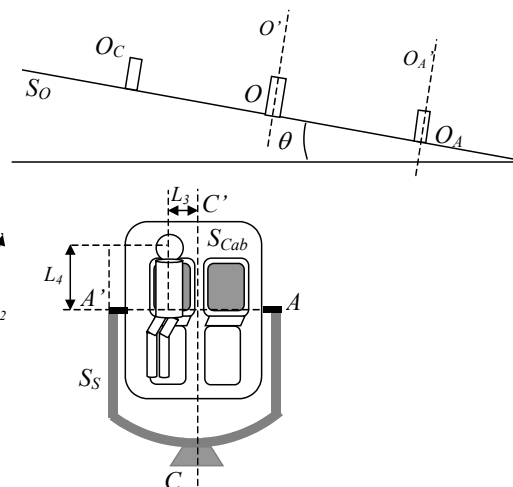
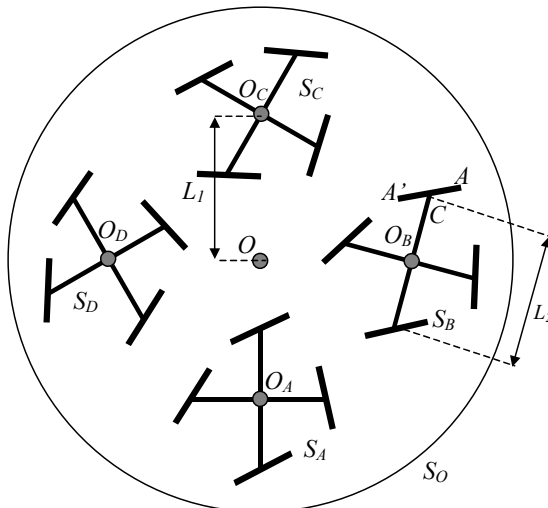
Seul le formulaire recto manuscrit est autorisé.
Répondre aux 3 questions sur des feuilles séparées.

1. Un système S_I est constitué d'un socle incliné sur roulettes, de masse m_I , et d'un bloc S_2 de masse, m_2 , qui peut se déplacer sur le plan incliné. Le coefficient de frottement entre le bloc et le plan vaut 0,25. Déterminer l'accélération à donner au socle pour que l'accélération du bloc par rapport à ce dernier soit de 6 m/s^2 . ($\alpha = 30^\circ$). Simplifier l'expression au maximum avec $g = 10 \text{ m/s}^2$.

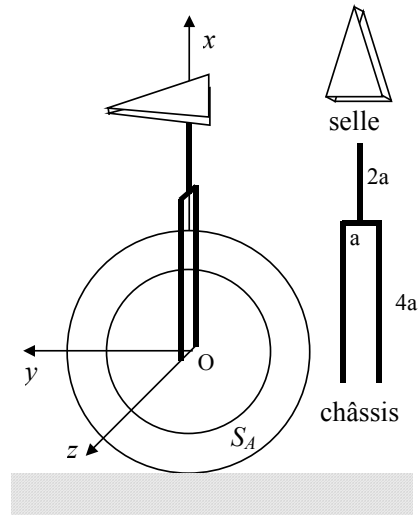


On néglige le frottement entre les roues du socle et le sol.

2. Un manège à sensation est modélisé de la manière suivante :
- Un disque S_0 , incliné d'un angle θ , par rapport à l'horizontale, est en rotation constante (ω_1) autour de l'axe OO' passant son centre O dans le sens horlogique.
 - Quatre dispositifs semblables (S_A, S_B, S_C, S_D) sont placés aux quatre points du disque (O_A, O_B, O_C, O_D) distant d'une longueur L_1 du centre du disque. Chacun de ces dispositifs tourne autour de son centre (respectivement suivant les axes $O_i O_i'$) avec une vitesse angulaire constante ω_2 dans le sens anti-horlogique par rapport au disque S_0 .
 - Le dispositif S_B est constitué de deux bras de longueur L_2 soudés en leur centre (O_B), de même pour les autres dispositifs.
 - À l'extrémité de chaque bras (par exemple C) est articulé une cabine. Le support de la cabine est articulé en C et permet une rotation ($\omega_3(t)$) suivant l'axe CC' . La cabine est elle-même en rotation ($\omega_4(t)$) autour de l'axe AA' .
- 1) Ecrire la vitesse et l'accélération angulaires absolue ($\bar{\omega}$ et $\bar{\varepsilon}$) de la cabine S_{Cab} dans un repère de votre choix centré en C.
 - 2) Ecrire la vitesse absolue que subit la tête du passager de la cabine (située à une distance L_3 de l'axe CC' et L_4 de l'axe AA').
 - 3) Sans calculer les produits vectoriels ni les sommes, écrire l'équation de l'accélération absolue que subit la tête du passager ainsi que le détail de chacun des termes compris dans cette équation.
- Rem : Détailler bien les repères ainsi que les angles utilisés.



3. Un monocycle peut être représenté de la manière suivante :
 8 points la roue (Solide A) est modélisée par un disque creux, de masse m_1 , de rayon extérieur $3a$ et de rayon intérieur $2a$. Le châssis, de masse m_2 , est composé de plusieurs tiges homogènes comme représenté sur la figure. Le châssis est fixé à la roue, en O , par une liaison de type rotule. La selle est un triangle isocèle, de masse m_3 , de base a , de hauteur $2a$ et d'épaisseur $a/2$. La selle est fixée au bout du châssis en son centre de masse. La personne qui est assise sur ce monocycle a une masse m_4 et des rayons de giration égaux à r ($r_x = 0$) par rapport aux axes y et z passant par le centre O . Les produits d'inertie sont nuls en son centre de masse. Le châssis, la selle et la personne sont solidaires pendant le mouvement, on peut les considérer comme un seul solide (Solide B). Le centre de masse de ce dernier est donné par $x_G = 8a$.



Dans les axes $Oxyz$:

$I_x = A_1, I_y = B_1, I_z = C_1$ pour le solide A .

$I_x = A_2, I_y = B_2, I_z = C_2, P_{xy} = D_2, P_{yz} = E_2, P_{zx} = F_2$ pour le solide B .

Le monocycle se déplace dans la direction y (avec une vitesse v) ce qui implique une vitesse angulaire $p(t)$ perpendiculaire à la roue. Le monocycle peut aussi basculer sur le côté. Nous introduisons une vitesse angulaire $q(t)$ suivant l'axe y . Le solide B est articulé en O .

- 1) Calculer le moment cinétique du système complet en O . (2 points)
- 2) Calculer l'énergie cinétique du système complet. (1 points)
- 3) **En utilisant les données du formulaire ci-joint** ainsi que les propriétés que vous connaissez sur les moments et produits d'inertie,
 - Déterminer la valeur des paramètres $A_1, B_1, C_1, A_2, B_2, C_2$, (2 points + 1 de bonus).
 - Déterminer la valeur des produits d'inertie D_2, E_2, F_2 et justifier vos résultats (2 points).
 (Il est demandé de résoudre cet exercice sans calculer d'intégrale).

Formulaire :

Pour une tige homogène de longueur L (axes en G)

Moment d'inertie par rapport à l'axe y : $I_y = ML^2/12$

Pour un triangle rectangle de côté a, b et d'épaisseur e . (axes sur l'angle droit)

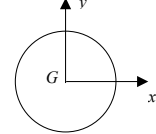
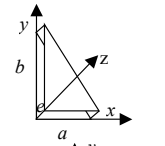
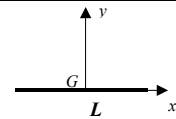
Moment d'inertie par rapport au plan xy : $I_{xy} = Me^2/3$

Moment d'inertie par rapport au plan yz : $I_{yz} = Ma^2/6$

Moment d'inertie par rapport au plan zx : $I_{zx} = Mb^2/6$

Pour un disque plein de rayon R (G : centre de masse du disque)

Moment d'inertie par rapport à l'axe z : $I_z = MR^2/2$



Moment d'inertie par rapport à l'axe x : $I_x = Mb^2/6 + Me^2/3$

Moment d'inertie par rapport à l'axe y : $I_y = Ma^2/6 + Me^2/3$

Moment d'inertie par rapport au plan xy : $I_{xy} = Me^2/3$

ou