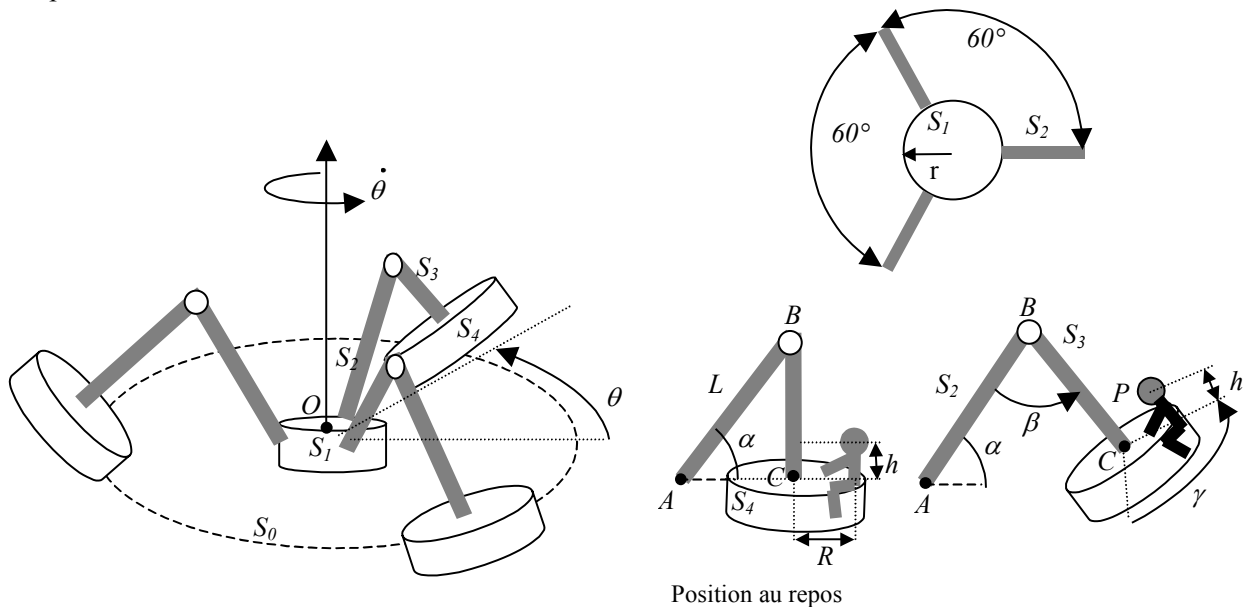


Question 1 : Manège (5 points)

Le manège représenté ci-dessous est composé de 3 bras (S_2) fixés rigidement sur S_1 (moteur de rayon r). Ce socle tourne à la vitesse constante $\dot{\theta}$ autour de l'axe vertical. Sur chacun des bras S_2 (de longueur L) est articulé un bras S_3 (vertical au repos). Le mouvement du bras S_3 se fait dans le plan défini par S_2 et S_3 . Une nacelle S_4 est fixée, en son centre, au bout du bras S_3 . Celle-ci tourne autour du bras avec une vitesse angulaire constante $\dot{\gamma}$. Un bonhomme est assis dans la nacelle S_4 , sa tête (P) est située à une hauteur h de la face supérieure de la nacelle.



- Déterminer le vecteur vitesse angulaire de la nacelle occupée par le bonhomme.

.....

- Choisir le repère dans lequel vous exprimerez la vitesse du bonhomme. (Préciser les axes sur le dessin)

.....

.....

- Quel vecteur vitesse angulaire allez-vous donc utiliser pour dériver les axes de votre repère ?

.....

- Si le bonhomme est solidement attaché (considérer la nacelle et le bonhomme comme indéformable), expliciter la (les) équations donnant la vitesse de la tête P ainsi que tous les termes (vecteurs) compris dans ces équations sans effectuer les produits vectoriels.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Déterminer l'accélération angulaire de la nacelle S_4 .

.....

.....

.....

.....

- Déterminer l'accélération subie par la tête du bonhomme P (en explicitant tous les termes encore inconnus et sans effectuer les produits vectoriels).

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

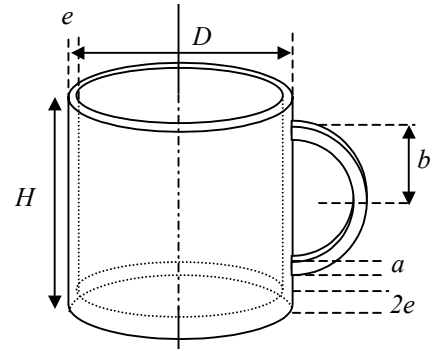
Question 2 : Tenseur d'inertie (5 points)

Déterminer le moment d'inertie de la tasse par rapport à l'axe vertical passant par son centre.

La tasse est modélisée par un cylindre creux avec les caractéristiques suivantes :

D = diamètre extérieur ; e = épaisseur des bords ; H = hauteur totale ; $2e$ = épaisseur du fond

L'anse est définie par un demi cylindre creux de hauteur et d'épaisseur a et de rayon externe b .

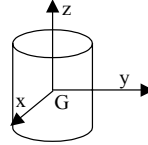


Pour un cylindre plein de rayon R et de hauteur h

(G : centre de masse du cylindre)

$$I_z = MR^2/2$$

$$I_{xy} = Mh^2/12$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Moment d’inertie de la tasse :

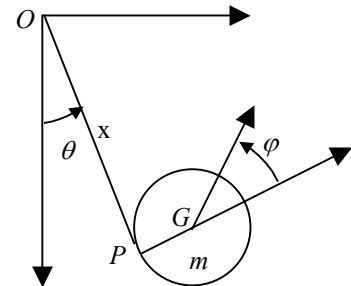
Question 3 : Le Yoyo pendulaire (5 points)

On considère un cylindre homogène de masse m et de rayon R autour duquel est enroulée une corde inextensible et sans masse. Le cylindre se déplace dans un plan vertical, en déroulant ou enroulant la corde, avec son axe de symétrie demeurant perpendiculaire à ce plan.

On demande d'écrire les équations du mouvement.

Pour la résolution, nous vous conseillons de considérer les paramètres suivant:

- θ : angle que fait la corde avec la verticale.
- φ : décrivant le mouvement de rotation du cylindre par rapport à la corde.
- x : distance OP .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Equations du mouvement :

Peut-on choisir les conditions initiales de telle manière que la portion déroulée de la corde reste alignée sur la verticale ?

Conditions initiales + justifications :

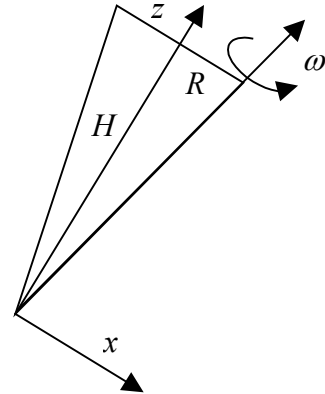
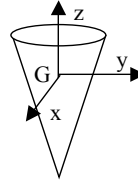
Question 4 : (2 points)

Calculer le moment cinétique au point O de cône plein de rayon R et de hauteur H en son sommet si le cône tourne autour d'une de ces génératrices.

Pour un cône plein de rayon r et de hauteur h .

$$I_z = 3mr^2/10$$

$$I_{xy} = 3mh^2/80$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

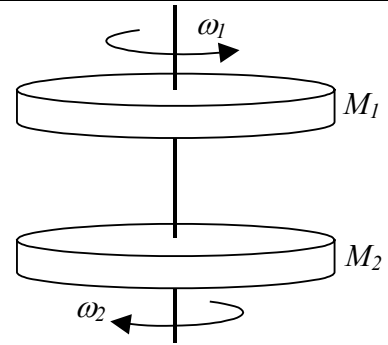
Moment cinétique :

Question 5 : (3 points)

Deux disques pleins tournent autour d'un même axe. Le disque 1 dans le sens anti-horlogique et le disque 2 dans le sens horlogique. Les disques ont le même rayon R ,

$M_2 = 3M_1$ et $\omega_1 = 4\omega_2$.

- (a) Déterminer la vitesse angulaire finale de l'ensemble, si le disque du haut tombe sur le disque du bas.
- (b) Calculer le pourcentage de l'énergie cinétique initiale présente après l'interaction entre les deux disques (la hauteur de la chute est négligeable)



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Vitesse angulaire finale :

Pourcentage d'énergie cinétique perdue :