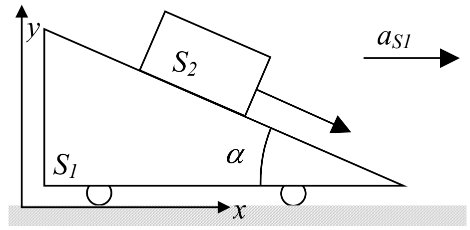
**1.**




L'accélération du support $S_1$ est $a_{S1}$
L'accélération du bloc par rapport au support est $\ddot{u}$ $m/s^2$.

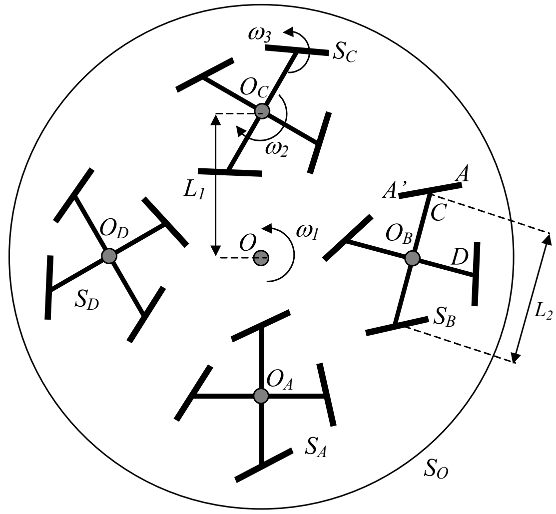
$m_2\overline{a}_{S_2} = \overline{N}+\overline{T}+m\overline{g}$ ou $m_2\overline{\ddot{u}} = \overline{N}+\overline{T}+m\overline{g}-m_2\overline{a}$

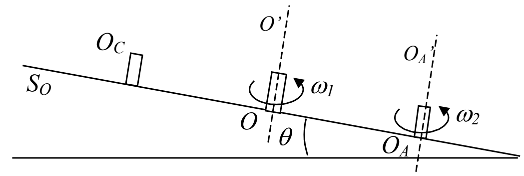
$$\begin{cases} m_2\left(a+\ddot{u}\cos\alpha\right) = N\sin\alpha - T\cos\alpha \\ m_2\left(-\ddot{u}\sin\alpha\right) = N\cos\alpha + T\sin\alpha - m_2 g \end{cases} \qquad \begin{cases} m_2\ddot{u} = m_2 g\sin\alpha - T - m_2 a\cos\alpha \\ 0 = -m_2 g\cos\alpha + N - m_2 a\sin\alpha \end{cases}$$

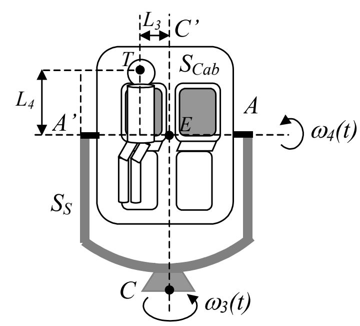
$N = \dfrac{m_2}{2}\left(a+\sqrt{3}g\right)$ et $T = \dfrac{m_2}{8}\left(a+\sqrt{3}g\right)$ => $a = \dfrac{2\left(-4+5\sqrt{3}\right)}{1+4\sqrt{3}}$

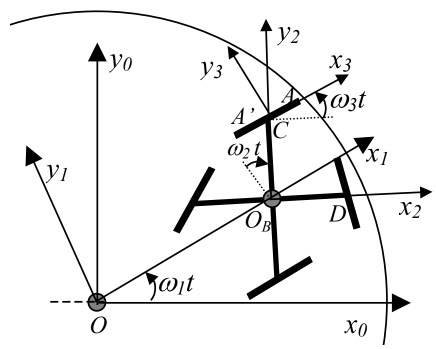
---

**2.**



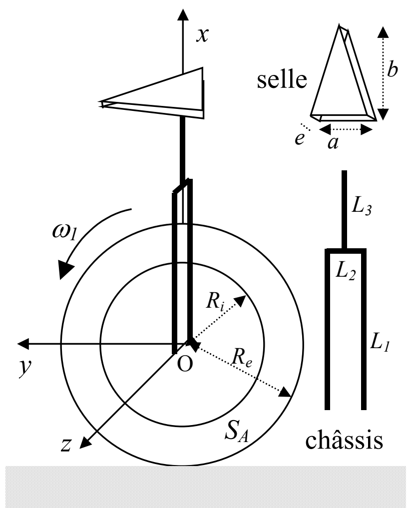




$$\overline{\omega}_{S_{Cab}} = \overline{\omega}_1+\overline{\omega}_2+\overline{\omega}_3+\overline{\omega}_4$$
$$\overline{\omega}_{S_{Cab}} = \left(-\omega_1+\omega_2+\omega_3\right)\overline{1}_{z_3}+\omega_4\overline{1}_{x_3}$$
$$\overline{\varepsilon}_{S_{Cab}} = \dot{\omega}_3\overline{1}_{z_3}+\dot{\omega}_4\overline{1}_{x_3}+\omega_4\left(-\omega_1+\omega_2+\omega_3\right)\overline{1}_{y_3}$$
$$\overline{v_T} = \overline{v_C}+\left(\overline{\omega}_1+\overline{\omega}_2+\overline{\omega}_3+\overline{\omega}_4\right)\times\overline{ET} \quad \text{avec} \quad \overline{v_C} = \overline{v_E}$$
$$\overline{v_C} = \overline{v_{O_B}}+\left(-\omega_1+\omega_2\right)\overline{1}_{z_3}\times\overline{O_B C}$$
$$\overline{v_{O_B}} = \overline{v_O}-\omega_1\overline{1}_{z_3}\times\overline{OO_B} = -\omega_1\overline{1}_{z_3}\times\overline{OO_B}$$
$$\Rightarrow \overline{v_T} = A(t)\overline{1}_{x_2}+B(t)\overline{1}_{y_2}+C(t)\overline{1}_{z_2}$$
$$\overline{a_T} = \dot{A}(t)\overline{1}_{x_2}+\dot{B}(t)\overline{1}_{y_2}+\dot{C}(t)\overline{1}_{z_2}+\left(\overline{\omega}_1+\overline{\omega}_2\right)\times\overline{v_T}$$

---

**3.**




**Formulaire :**

Pour une tige homogène de longueur $L$ (axes en G)

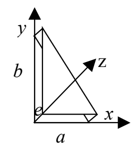
Moment d'inertie par rapport à l'axe y : $I_y$=ML²/12

Pour un triangle rectangle de côté a, b et d'épaisseur e. (axes sur la base de l'angle droit)

Moment d'inertie par rapport au plan xy : $I_{xy}$= Me²/3
Moment d'inertie par rapport au plan yz : $I_{yz}$= Ma²/6
Moment d'inertie par rapport au plan zx : $I_{zx}$= Mb²/6

Pour un disque plein de rayon R (G : centre de masse du disque)

Moment d'inertie par rapport à l'axe $z_G$ : $I_z$=MR²/2




**3.1** $m_1$ la masse de la roue, $m_2$ la masse du châssis, $m_3$ la masse de la selle, $m_4$ la masse du corps

$$\overline{M_O} = \overline{M_{O(S_A)}} + \overline{M_{O(S_B)}}$$

$$\overline{M_{O(S_A)}} = \overline{\overline{I_O}}.\overline{\omega}_A = B_1\omega_2\,\overline{1}_y + C_1\omega_1\,\overline{1}_z$$

$$\overline{M_{O(S_B)}} = (m_2+m_3+m_4)\,\overline{OG_2}\times\overline{v_O} + \overline{\overline{I_O}}.\overline{\omega}_B \quad \text{avec} \quad \overline{v_O} = \omega_1 R_e\,\overline{1}_y + \omega_2 R_e\,\overline{1}_z$$

$$\overline{M_{O(S_B)}} = (m_2+m_3+m_4)\left\|\overline{OG_2}\right\|\left(\omega_1 R_e\,\overline{1}_z - \omega_2 R_e\,\overline{1}_y\right) - D_2\omega_2\,\overline{1}_x + B_2\omega_2\,\overline{1}_y - F_2\omega_2\,\overline{1}_z$$

$$T = T_{(S_A)} + T_{(S_B)}$$

$$T_{(S_A)} = \overline{\overline{I_O}}.\overline{\omega}_A = \frac{1}{2}m_A v_O^{\,2} + \frac{1}{2}\left(B_1\omega_2^{\,2} + C_1\omega_1^{\,2}\right)$$

$$T_{(S_B)} = \frac{1}{2}(m_2+m_3+m_4)v_O^{\,2} + 0 + \frac{1}{2}B_2\omega_2^{\,2}$$

**3.2** $m$ la masse de la roue

$$I_{x(roue)} = I_{y(roue)} = \frac{I_{z(roue)}}{2}$$

$$I_{z(roue)} = \frac{m\left(R_e^2 + R_i^2\right)}{2}$$

$m_1$ la masse de la tige $L_1$

$$I_{x(L_1)} = m_1\left(\frac{L_2}{2}\right)^2$$

$$I_{z(L_1)} = \frac{m_1 L_1}{12} + m_1\left(\frac{L_1}{2}\right)^2$$

$$I_{y(L_1)} = \frac{m_1 L_1}{12} + m_1\left(\frac{L_2}{2}\right)^2 + m_1\left(\frac{L_1}{2}\right)^2$$

$m_2$ la masse de la tige $L_2$

$$I_{x(L_2)} = \frac{m_2 L_2}{12}$$

$$I_{y(L_2)} = \frac{m_2 L_2}{12} + m_2 L_1^{\,2}$$

$$I_{z(L_2)} = m_2 L_1^{\,2}$$

$m_3$ la masse de la tige $L_3$

$$I_{x(L_3)} = 0$$

$$I_{y(L_3)} = \frac{m_3 L_3}{12} + m_3\left(L_1 + \frac{L_3}{2}\right)^2$$

$$I_{z(L_3)} = \frac{m_3 L_3}{12} + m_3\left(L_1 + \frac{L_3}{2}\right)^2$$

$m_4$ la masse du corps

$$I_{y(corps)} = 0$$

$$I_{y(corps)} = I_{z(corps)} = m_4 r^2$$

$M$ la masse de la selle

$$I_{z(selle)} = I_{xz} + I_{yz}$$

$$I_{x(selle)} = \frac{M\left(\frac{a}{2}\right)^2}{6} + \frac{Mb^2}{6} - M\left(\frac{b}{3}\right)^2$$

$$I_{y(selle)} = \frac{Me^2}{6} + \frac{Ma^2}{6} + M\left(L_1 + L_3 + \frac{e}{2}\right)^2 - M\left(\frac{e}{2}\right)^2$$

$$I_{z(selle)} = \frac{Me^2}{3} + \frac{Mb^2}{6} + M\left(L_1 + L_3 + \frac{e}{2}\right)^2 - M\left(\frac{b}{3}\right)^2 - M\left(\frac{e}{2}\right)^2$$

**3.3** Tous les $P_{x_i x_j} = 0$

La roue :composante $z$=0 + symétrie suivant les axe $x$ et $y$
Le châssis :composante $y$=0 + symétrie suivant l'axe $z$
La selle : au centre de masse : symétrie suivant l'axe $z_G$ et l'axe $x_G$
les distances de décalage des axes : $x=x_G + d_x$ ; $y=y_G$ ; $z=z_G$ où $d_y$ et $d_z$ sont nuls.
Le corps : au centre de masse : les produits d'inertie sont nuls (énoncé)
les distances de décalage des axes : $x=x_G + d_x$ ; $y=y_G$ ; $z=z_G$ où $d_y$ et $d_z$ sont nuls.