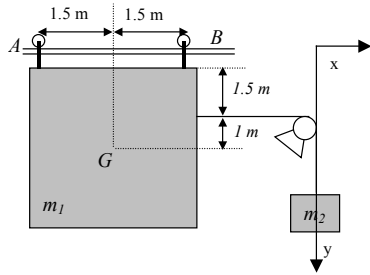


1.



Système {Porte (m_1)} : Théorème de la résultante cinétique suivant

$$x : \frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e \Big|_x \Rightarrow m_1 \ddot{x} = F \quad (1)$$

Système {Contrepoids (m_2)} : Théorème de la résultante cinétique

$$\text{suivant } y : \frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e \Big|_y \Rightarrow m_2 \ddot{y} = -F + m_2 g \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow (m_1 + m_2) a = m_2 g \text{ avec } \ddot{x} = \ddot{y} = a$$

Système {Porte (m_1)} :

$$\text{Théorème de la résultante cinétique suivant } y : \frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e \Big|_y \Rightarrow 0 = -R_A - R_B + m_1 g \quad (3)$$

Théorème du moment cinétique en G : (en un autre point P, le terme $m \bar{v}_G \times \bar{v}_P$ ne sera pas nul)

$$\frac{d}{dt} \bar{M}_G = m \bar{v}_G \times \bar{v}_G + \sum \bar{m}_{e,G} \Rightarrow 0 = R_A \cdot 1,5 - R_B \cdot 1,5 + F \cdot 1 \text{ car } \bar{\omega} = 0 \quad (4)$$

$$(3) + (4) : R_B = \frac{m_1 g}{2} + \frac{F}{3} = m_1 g \left(\frac{8}{15} \right) = 2354,4 \text{ N et } R_A = 2060,1 \text{ N}$$

2. a) Pour le système {barge A (M_A) + voiture (m)} : Théorème de la résultante cinétique suivant x :

$$\frac{d}{dt} R_x = \sum F_e \Big|_x = 0 \Rightarrow R_x = \text{Const} : (M_A + m) \cdot 0 = -M_A v_{Ax} + mv \text{ avec } v = 50 \cos \alpha - v_{Ax} \Rightarrow v_{Ax} = \frac{m 50 \cos \alpha}{M_A + m}$$

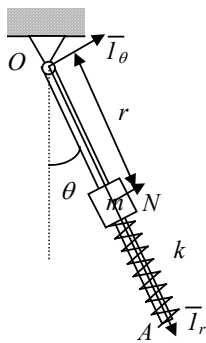
Rem : Les forces de frottement de l'eau sont négligées. On considère la variation de résultante cinétique entre l'instant t_1 où le système est immobile et l'instant t_2 où la voiture a atteint la vitesse de 50 km/h à la sortie du tremplin.

b) Pour le système {barge B (M_B) + voiture (m)} : Etude du mouvement entre t_3 et l'arrêt de la voiture sur la barge B en t_4 . Théorème de la résultante cinétique suivant x :

$$\frac{d}{dt} R_x = \sum F_e \Big|_x = 0 \Rightarrow R_x = \text{Const} : mv + M_B \cdot 0 = (M_B + m) v_{Bx} \text{ avec } v = 50 \cos \alpha - v_{Ax}$$

$$\Rightarrow v_{Bx} = \frac{m 50 \cos \alpha \left(1 - \frac{m}{M_A + m} \right)}{(M_B + m)} = \frac{m M 50 \cos \alpha}{(M + m)^2} \text{ car } M_A = M_B = M$$

3.1



Système {masse (m)} : Théorème de la résultante cinétique suivant I_r :

$$\frac{d}{dt} \bar{R} = \sum \bar{F}_e \Big|_{I_r} \Rightarrow m (\ddot{r} - r \dot{\theta}^2) = -k(r - r_0) + mg \cos \theta \quad (1)$$

Système {Tige (M) + masse (m)} : Théorème du moment cinétique en O :

$$\frac{d}{dt} \bar{M}_O = m \bar{v}_G \times \bar{v}_O + \sum \bar{m}_{e,O} \text{ où } \bar{M}_O = \bar{M}_{O(m)} + \bar{M}_{O(M)}$$

$$\bar{M}_{O(M)} = \frac{ML^2}{3} \dot{\theta} \bar{I}_z \text{ et } \bar{M}_{O(m)} = \bar{M}_G + \bar{OG} \times m \bar{v}_G = mr^2 \dot{\theta} \bar{I}_z$$

$$\Rightarrow \left(\frac{ML^2}{3} + mr^2 \right) \ddot{\theta} + 2mr\dot{r}\dot{\theta} = -\frac{L}{2} \sin \theta Mg - mgr \sin \theta \quad (2)$$

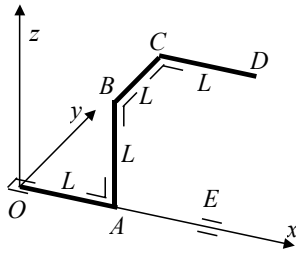
3.2 Système {Tige (m)} :

$$\text{Théorème du moment cinétique en O : } \frac{d}{dt} \bar{M}_O = m \bar{v}_G \times \bar{v}_O + \sum \bar{m}_{e,O} \Rightarrow \frac{ML^2}{3} \ddot{\theta} = -\frac{L}{2} \sin \theta Mg + rN \quad (3)$$

$$\Rightarrow N = ML \frac{\frac{L}{3} \ddot{\theta} + \frac{g}{2} \sin \theta}{r}$$

Application sur Matlab sur le site <http://cfao.ulb.ac.be/cfao/> => Notes : compléments TP

4.



Système {système complet (4m)} : Théorème du moment cinétique en O :

$$\frac{d}{dt} \overline{M_O} = m \overline{v_G} \times \overline{v_O} + \sum \overline{m_{e,O}} \quad \text{où } \overline{\omega} = \dot{\theta} \overline{1_x} \text{ et } \overline{M_O} = I_x \dot{\theta} \overline{1_x} - P_{xy} \dot{\theta} \overline{1_y} - P_{xz} \dot{\theta} \overline{1_z}$$

$$\sum \overline{m_{e,O}} = \overline{OE} \times (\overline{Y_E} + \overline{Z_E}) + \overline{OG_1} \times m \overline{g} + \overline{OG_2} \times m \overline{g} + \overline{OG_3} \times m \overline{g} + \overline{OG_4} \times m \overline{g}$$

$$I_x = \frac{0}{\ddot{\theta}_A} + \underbrace{\frac{mL^2}{12} + m \left(\frac{L}{2} \right)^2}_{AB} + \underbrace{\frac{mL^2}{12} + m \left[\left(\frac{L}{2} \right)^2 + L^2 \right]}_{BC} + \underbrace{0 + m 2L^2}_{CD} = \frac{11}{3} mL^2$$

$$\begin{aligned} P_{xy} &= 0 + m.L.0 + m.\frac{L}{2}.L + m.\frac{3L}{2}.L = 2mL^2 \\ P_{xz} &= 0 + m.L.\frac{L}{2} + m.L.L + m.\frac{3L}{2}.L = 3mL^2 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} \frac{11}{3} mL^2 \ddot{\theta} = \frac{5}{2} mLg \sin \theta - \frac{3}{2} mLg \cos \theta & (1) \\ -2mL^2 \ddot{\theta} + 3mL^2 \dot{\theta}^2 = -2LZ_E + 4mLg \cos \theta & (2) \\ -3mL^2 \ddot{\theta} - 2mL^2 \dot{\theta}^2 = 2LY_E - 4mLg \sin \theta & (3) \end{cases}$$

$$(1) : \dot{\theta}^2 = \frac{3}{11} \frac{g}{L} (5(-\cos \theta + 1) - 3(\sin \theta - 0)) = \frac{3}{11} \frac{g}{L} (-3 \sin \theta - 5 \cos \theta + 5) \quad (4)$$

$$(1)+(2)+(4) : Z_E = \frac{mg}{22} (42 \sin \theta + 80 \cos \theta - 45)$$

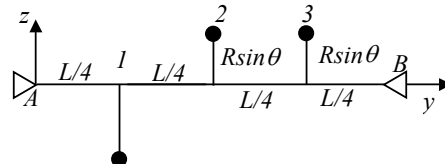
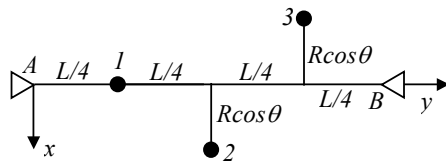
$$(1)+(3)+(4) : Y_E = \frac{mg}{44} (79 \sin \theta + 87 \cos \theta - 60)$$

5 Système {système complet} : Théorème du moment cinétique en A : (Système d'axe tournant avec la barre)

$$\frac{d}{dt} \overline{M_A} = m \overline{v_G} \times \overline{v_A} + \sum \overline{m_{e,A}} = \sum \overline{m_{e,A}} \quad \text{où } \overline{\omega} = 40\pi \text{ rad/s } \overline{1_y}$$

$$\begin{cases} -P_{xy} \dot{\omega} - P_{zy} \omega^2 = \sum \overline{m_{e,A}} \Big|_x \\ I_y \dot{\omega} = \sum \overline{m_{e,A}} \Big|_y \\ -P_{zy} \dot{\omega} + P_{xy} \omega^2 = \sum \overline{m_{e,A}} \Big|_z \end{cases} \Rightarrow \text{avec } \omega \text{ const : } \begin{cases} -P_{zy} \omega^2 = \sum \overline{m_{e,A}} \Big|_x \\ 0 = \sum \overline{m_{e,A}} \Big|_y \\ P_{xy} \omega^2 = \sum \overline{m_{e,A}} \Big|_z \end{cases}$$

$$P_{xy} = 0 + m.\frac{L}{2}.R \cos 30 + m.\frac{3L}{4}.(-R \cos 30) = 0,6(0,4,0,13 - 0,6,0,13) = -0,0156 \text{ kg m}^2$$



$$P_{zy} = m.\frac{L}{4}.(-R) + m.\frac{L}{2}.R \sin 30 + m.\frac{3L}{4}.(R \sin 30) = 0,6(-0,2,0,15 + 0,4,0,075 + 0,6,0,075) = 0,027 \text{ kg m}^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -0,027 (40\pi)^2 = LZ_B \\ -0,0156 (40\pi)^2 = -LX_B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Z_B = -533 \text{ N} \\ X_B = 308 \text{ N} \end{cases}$$

Système {système complet} : Théorème de la résultante cinétique:

$$\overline{v_G} = 0 \Rightarrow X_A = -X_B = -308 \text{ N} ; Z_A = -Z_B = 533 \text{ N}$$

S7E1 : $\overline{v} = -24,7 \text{ m/s } \overline{1_x}$ au lieu de $\overline{v} = 24,7 \text{ m/s } \overline{1_x}$; S7E4 : ω_1 agit aussi sur le terme $\frac{m_1 r_1^2}{2}$;

S7E4 : $-P_{xy} \omega^2 \cos \omega t = LV_{O^*}$ il manquait le signe « - »

Permanences : Mardi de 12h à 13h à la salle de réunion

10/02/2003 ; 24/02/2003 ; 9/03/2003

Pour les problèmes relatifs au Tps et aux laboratoires, contactez Emmanuelle.Vin@ulb.ac.be

Pour les problèmes relatifs aux projets Matlab, contactez CFAO.Matlab@ulb.ac.be

<http://cfao.ulb.ac.be/cfao/> > Teaching > mécaII > Tps. Login : **student**, mot de passe : **newton**