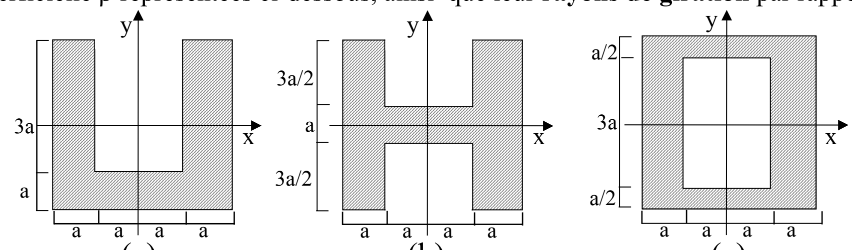
Faculté des
Sciences
Appliquées

Mécanique Rationnelle | **Exercices de la semaine du 2 au 6/12/2002**

2e candidature 2002-2003

Séance n° 05 : Tenseur d'inertie

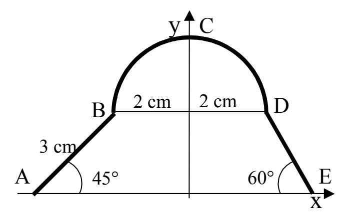
1. Déterminer les moments d'inertie d'une plaque rectangulaire homogène de masse m et de côté L, l par rapport à ses médianes.
Déduire les moments d'inertie par rapport à x et y de chacune des trois plaques homogènes de même masse spécifique superficielle ρ représentées ci-dessous, ainsi que leur **rayons de giration** par rapport à ces axes



(a) (b) (c)

---

2. Déterminer les moments d'inertie I_x et I_y de la tige mince homogène ABCDE de masse spécifique ρ ayant la forme indiquée ci-contre. (BCD=demi-cercle)



---

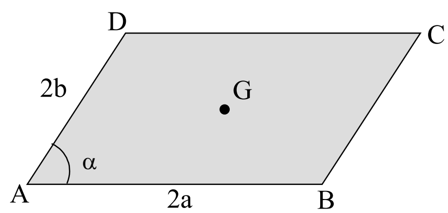
3. Une plaque plane homogène de masse m est délimitée par un parallélogramme ABCD de côtés 2a, 2b.

.1 Calculer le moment d'inertie de cette surface par rapport à l'axe perpendiculaire à son plan passant par son centre de masse G

.2 Sous quelles conditions **l'ellipse centrale d'inertie** est-elle un cercle ?

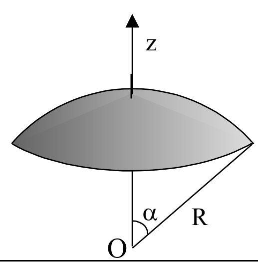
.3 Déterminer la direction des **axes principaux d'inertie** en A, et écrire l'équation de l'ellipse d'inertie en A.

.4 Calculer le moment d'inertie de la surface par rapport à la diagonale AC.



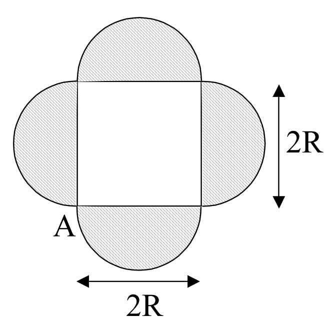
---

4. Déterminer le moment d'inertie par rapport à son axe de symétrie d'une surface homogène de masse m en forme de calotte sphérique de rayon R.
Particulariser ensuite aux cas d'une demi-sphère et d'une sphère creuse.



---

5. Calculer les moments d'inertie principaux en A pour la plaque homogène hachurée de masse 4m.
Esquisser l'ellipse d'inertie en A.



6. **Projet de MATLAB pour les binômes de 71 à 90 à rendre pour le 11/04/2003 : Voyage vers la Lune (Problème des trois corps)**

On souhaite envoyer une sonde, placée sur une orbite parking à 100 km d'altitude, vers la Lune. On demande quel est le comportement de la sonde pour des valeurs de α (direction de pointage de la sonde) comprises entre –50° et –40 °. On supposera que la Lune a un mouvement circulaire uniforme de rayon 384 000 km et de période 27.32 jours autour de Terre. Au moment où la sonde quitte son orbite parking, la Lune se trouve dans la position indiquée sur la Figure 1. Elle tourne dans le sens trigonométrique.

Pour quelles valeurs de α comprises dans cet intervalle :

- la sonde s'écrase-t-elle sur la Lune (dans ce cas, on demande également le moment de l'impact)
- la sonde subit-elle un effet catapulte gravitationnel de la part de la Lune qui la fait s'échapper vers les tréfonds du système solaire (cet effet catapulte est souvent utilisé – au voisinage de Jupiter - pour accélérer les sondes qui doivent atteindre le système solaire lointain) Au moment de quitter son orbite parking, les moteurs de la sonde lui impriment une vitesse de 11.05 km/s.

Montrer également que pour une vitesse de 10.95 km/s, l'orbite de la sonde est telle qu'elle ne pourra jamais être captée par l'attraction lunaire.

On supposera que le mouvement de la Lune autour de la Terre et le mouvement de la sonde sont coplanaires

La valeur de $G.m_{terre}$ = 39.86e4 km^3/s^{-2} et la masse de la lune est 81.3 fois plus petite que celle de la Terre. Le rayon de la Terre est 6378 km

On négligera la valeur de la masse de la sonde devant celles de la Terre et de la Lune.

<u>Conseil</u> ***: Figure 2***

Puisqu'on souhaite connaître la trajectoire de la sonde vue depuis la Terre, il est recommandé d'écrire l'équation du mouvement de la sonde dans un système d'axes centré sur la Terre : on travaillera dans un système d'axes centré sur la Terre.

On écrira l'équation du mouvement de la Terre soumis à l'attraction de la Lune et de la sonde et on écrira l'équation du mouvement de la sonde soumis à l'attraction de la Lune et de la Terre. On soustraira ensuite les deux équations en tenant compte du changement de variable suivant :

$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{R}_2$ et $\vec{r}_3 - \vec{r}_1 = \vec{R}_3$

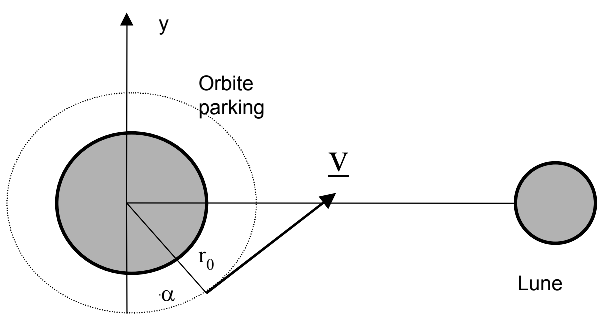


Figure 1

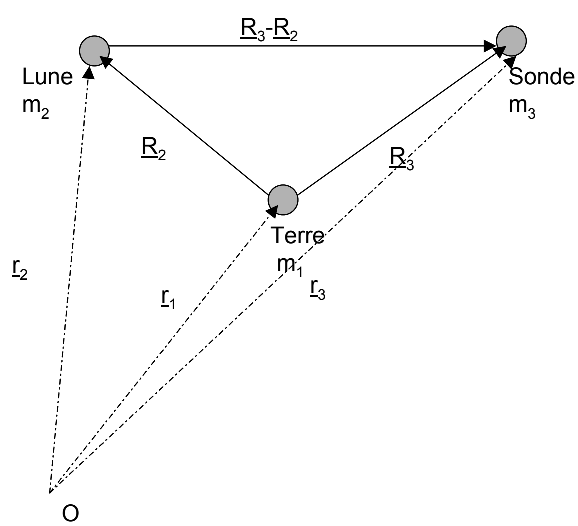


Figure 2