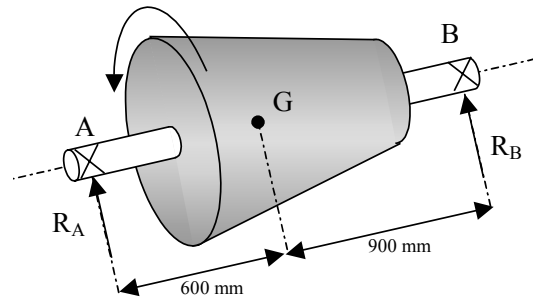
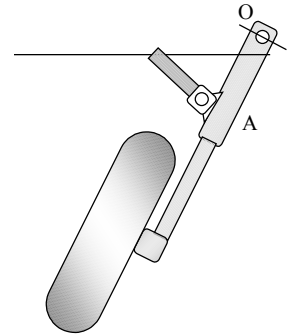


**Séance n°11 : Effet gyroscopique - Dynamique des systèmes**

1. Le rotor d'une turbine de bateau, représenté ci-contre, a une masse de 1000 kg et un rayon de giration de 20 cm par rapport à son axe. Celui-ci est monté sur les appuis A et B, suivant l'axe longitudinal du bateau. Vu de l'arrière, le rotor tourne à la vitesse angulaire de 5000 tours/min dans le sens trigonométrique. Le bateau effectue un tournant à babord d'un rayon de 400 m à la vitesse de 25 nœuds (1 nœud = 0,514 m/s). Déterminer le couple gyrostatique. L'avant du bateau tend-il à monter ou à descendre sous l'effet de celui-ci ? Calculer les composantes verticales des réactions d'appui en A et B.



2. Un avion, qui vient de décoller à la vitesse de 240 km/h, rentre son train d'atterrissage par un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe parallèle à l'axe longitudinal de l'avion, avec une vitesse angulaire de 0,5 rad/s. Chaque roue a une masse de 33 kg, un rayon de 45 cm et un rayon de giration par rapport à son axe de 30 cm. Déterminer entièrement l'effet du couple gyrostatique dû à la rotation propre des roues lorsque le train d'atterrissage se replie.

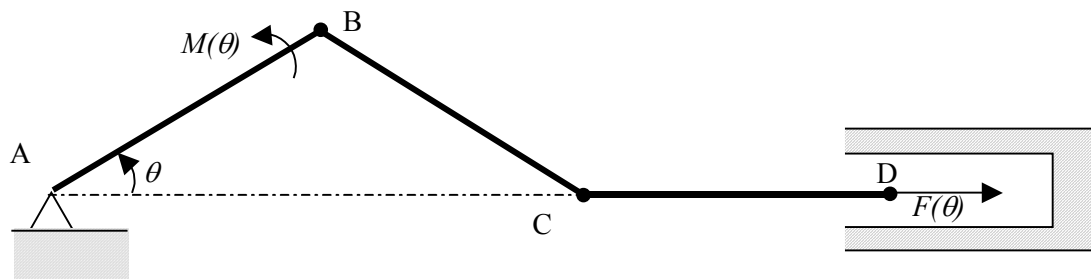


NB : On supposera que les roues ont la même vitesse angulaire qu'en quittant la piste.

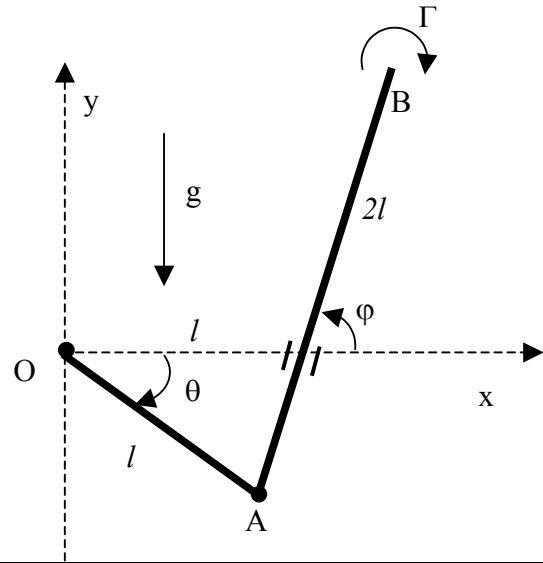
3. On considère le système de bielle-manivelle  $ABCD$  constitué de 3 tiges homogènes identiques de masse  $m$  et de longueur  $l$  chacune. La tige  $CD$  subit une force  $F(\theta)$  donnée et la manivelle est soumise à un couple de force (agissant dans le plan du système) de moment donné  $M=M(\theta)$  donné. Le poids des tiges est négligeable.

Déterminer

- a) l'équation différentielle du mouvement du système par Lagrange
- b) la réaction de liaison exercée en C par la tige CD sur la tige CB (en fonction de  $\theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ )



4. La tige  $OA$ , de longueur  $l$ , de masse  $m$ , peut osciller dans le plan vertical  $Oxy$  autour du point fixe  $O$ . La tige homogène  $AB$ , de masse  $2m$  et de longueur  $2l$ , est articulée à la première en  $A$  et coulisse (sans frottement) dans le guide  $C$ . Un couple de force constante, de moment  $\Gamma$  (voir figure) est appliqué à la tige  $AB$ . On demande
- d'écrire l'équation du mouvement
  - de calculer les réactions de liaison en  $O$ ,  $A$  et  $C$ , en fonction de  $\theta$ .



5. Un axe vertical  $OO'$ , auquel est soudée perpendiculairement une tige  $AB$ , tourne à la vitesse angulaire  $\omega$ . À ce système, de masse négligeable, est articulée une tige pesante  $CD$ , de masse  $m$  et de longueur  $l$  ( $CD$  est dans le plan  $OAB$ ). Déterminer, en partant de l'équation de Lagrange, une relation entre  $\omega$ ,  $\theta$ ,  $l$  et  $g$ , lorsque  $CD$  est en équilibre relatif.

