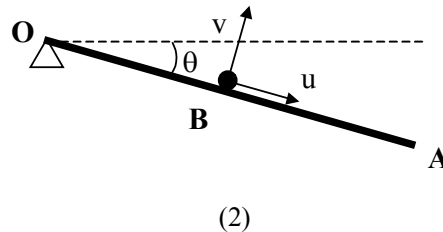
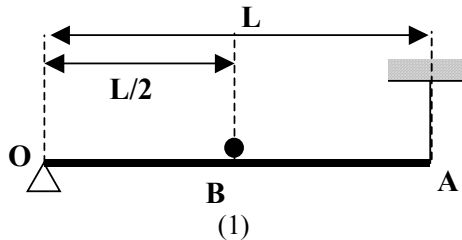


Seul le formulaire manuscrit est autorisé.

Répondre à la question 1 sur une feuille, la question 2 sur une feuille et les questions 3, 4 et 5 sur une feuille.

1.  
6 points

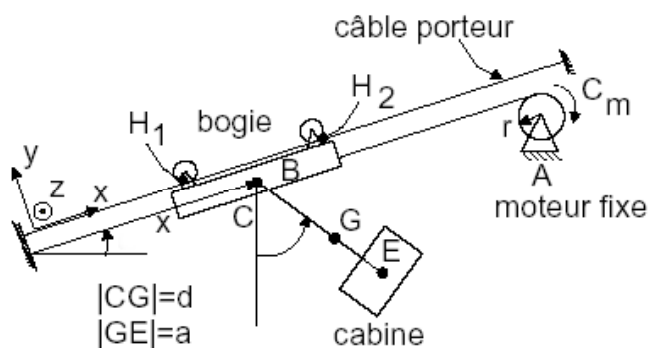


Un individu situé au milieu d'une trappe qui se dérobe sous lui, *commence-t-il par glisser ou ses pieds décollent-ils par rapport à la trappe qui tombe ?*

Pour répondre à cette question, la modélisation suivante est utilisée. Une tige supposée homogène  $OA$  de masse  $m$  et de longueur  $L$ , porte en son centre une masse considérée comme ponctuelle  $B$ , également de masse  $m$ . Le coefficient de frottement entre la tige et la masse vaut  $f$ . Initialement, la tige est maintenue horizontale grâce à un fil qui maintient la barre en  $A$  (Figure 1). Au temps  $t = 0$ , on coupe le fil.

1. Si on se place dans l'hypothèse où, durant la chute, la masse reste solidaire de la tige (Figure 2), on demande : (4 points)
  - a) d'exprimer l'équation différentielle du mouvement de l'ensemble (tige + masse);
  - b) d'exprimer les forces de liaison  $F_{lu}$  et  $F_{lv}$  exercées par la tige  $OA$  sur la masse  $B$  en fonction de l'angle  $\theta$  entre la tige et l'horizontale;
2. En déduire les conditions pour lesquelles il y aurait rupture d'équilibre entre la masse et la tige soit par glissement, soit par décollement. Pour chacun des cas, déterminer l'angle  $\theta_{max}$  correspondant. Préciser si l'individu va d'abord glisser ou décoller. (2 points)

2.  
6 points



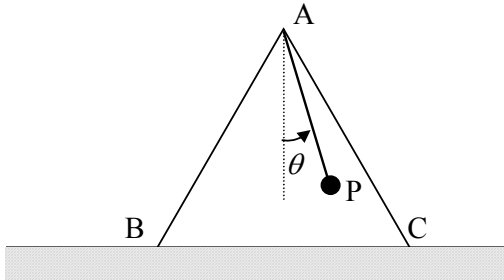
Un téléphérique comporte un bogie  $B$  de masse  $m$  et d'inertie  $I_C$  autour de son centre de gravité  $C$ . Les galets du bogie (dont les masses et les inerties sont négligeables) roulent sans glisser sur le câble porteur, faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale ( $H_1$  et  $H_2 \equiv$  points de contact galet/câble). Le bogie  $B$  est tracté via un second câble par le moteur fixe placé en  $A$ . Le moteur exerce un couple  $C_m$  sur une poulie de rayon  $r$  dont on néglige la masse et l'inertie.

L'ensemble  $T$ , composé de la cabine du téléphérique et de l'axe  $CE$ , de masse  $M$  et d'inertie  $I_E$  (autour du point  $E$ ), est articulé en  $C$  par rapport au bogie  $B$ . Le centre de gravité de l'ensemble  $T$  correspond au point  $G$ .  $|CG| = d$ ,  $|GE| = a$ .

On notera  $x$  l'avancement du bogie sur le câble porteur et  $\theta$  l'angle que fait l'axe du téléphérique par rapport à la verticale.

On demande d'établir les équations du mouvement.

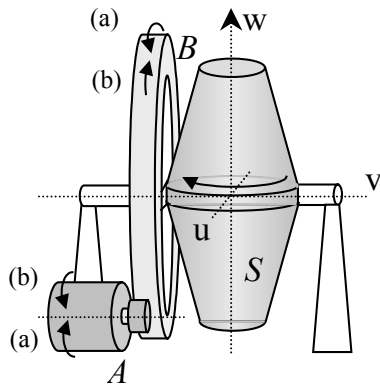
3.  
3 points



Un triangle est composé de 3 barres homogènes  $ABC$ , de côté  $L$ . Le triangle de masse  $M$  se déplace dans un plan vertical. Son côté  $BC$  glisse sans frottement sur une horizontale fixe. Au sommet  $A$  est suspendu un pendule simple de masse  $m$  et de longueur  $\ell$  qui oscille dans le plan  $ABC$ .

Écrire la(les) équation(s) de Lagrange et leur intégrale(s) première(s).

4.  
2 points

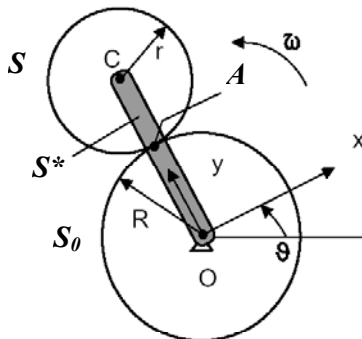


Rem : le roulis fait pivoter le bateau suivant son axe longitudinal.

Tout bateau est naturellement soumis au roulis. Un bateau comportant une installation médicale doit être stabilisé. Pour se faire, on se propose d'utiliser le dispositif ci-contre. Un gyroscope  $S$ , comprenant un solide en rotation tournant suivant  $-\bar{I}_W$  comme montré sur le dessin, est solidaire de la roue  $B$ . Cette dernière peut être entraînée par le moteur  $A$ .

- Comment placeriez-vous ce dispositif sur le bateau pour qu'il puisse contrer le roulis du bateau ?
- En fonction de votre réponse à la question a, déterminez pour chacune des deux directions de roulis le sens rotation du moteur  $A$  ?

5.  
3 points



Déterminez la résultante des forces extérieures et le moment des forces extérieures qui s'exercent sur le solide  $S$ , lors du mouvement. Le solide  $S$  roule sans glisser sur le solide  $S_0$ .

L'évolution de l'angle du bras  $\theta(t)$  est supposée connue. Les masses des différents solides homogènes sont  $m$  (pour  $S$ ),  $m^*$  (pour  $S^*$ ) et  $m_0$  (pour  $S_0$ ).