Faculté des Sciences Appliquées

Mécanique Rationnelle **Semaine du 03/02 au 07/02/2003**

2ème candidature 2002-2003

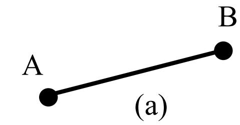
Séance n°9 : Lagrange (solide)

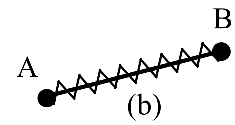
1. Deux points pesants A et B, de masse m chacun se déplacent sans frottement sur un plan horizontal Oxy.
Déterminer le nombre de degrés de liberté du système, choisir des coordonnées de lagrange, écrire la fonction Lagrangienne et déterminer le mouvement du système à partir des équation de Lagrange

a) si A et B sont reliés par une tige de masse négligeable et de longueur l.
b) si A et B sont reliés par un ressort linéaire de masse négligeable, de coefficient de rappel k et de longueur libre l.

En quoi le mouvement trouvé dans le a) change-t-il

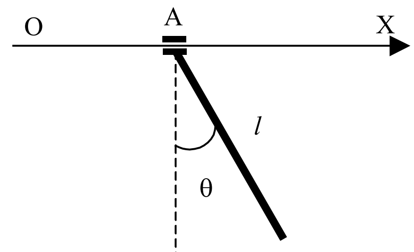
c) si les deux points sont remplacés par une tige de masse m et de longueur l ?
d) si le plan Oxy est vertical ?





---

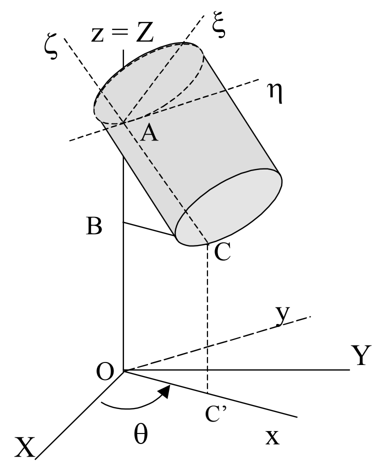
2. Une tige homogène, pesante, de longueur l, est articulée sur une glissière polie, A, qui peut se mouvoir librement sur une horizontale fixe. La tige reste constamment dans le plan vertical passant par le support de la glissière.
Ecrire les équations de Lagrange.



---

3. Un triangle isocèle, rectangle, ABC, tourne librement autour de son côté AB. (Glissière en B, articulation en A). Le long de AC est soudé un cylindre de rayon R et de hauteur AC=h.
L'assemblage est tel que l'axe du cylindre se trouve dans le plan du triangle. La masse du cylindre est M, celle du triangle est négligeable. En utilisant comme variable θ et Z = OA, écrire les équations de Lagrange du cylindre, supposé pesant, et les intégrer aussi loin que possible.
Considérer les cas suivant :

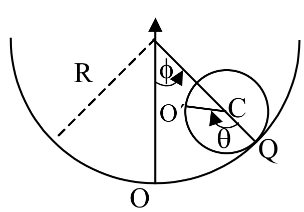
1. A est fixe (rotation uniquement, Z=constante)
2. A est animé d'une vitesse $\dot{Z}\,\overline{1}_z$ (rotation et translation)



---

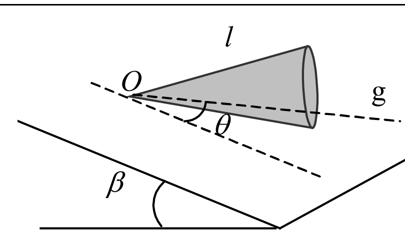
4. Un disque, pesant, homogène, de masse m et de rayon r, roule sans glisser à l'intérieur d'une circonférence de rayon R > r, situé dans un plan vertical.

a) Ecrire l'équation de Lagrange ainsi qu'une intégrale première.
b) Etudier les petits mouvements autour de la position d'équilibre.



---

5. Un cône circulaire homogène pesant de masse m, de longueur de génératrice l et d'angle au sommet 2α, roule sans glisser sur un plan incliné d'un angle β sur l'horizontale.
Ecrire l'équation de Lagrange en θ (angle entre la droite de plus grande pente du plan et la génératrice de contact g), ainsi qu'une intégrale première immédiate, si à l'instant initial $\theta=\theta_0$ et dθ/dt=0.



6. **<u>Exercice Facultatif (sera résolu lors du séminaire du 7/2/2002)</u>**

On demande d'évaluer l'accélération maximale qu'a subi la capsule Appolo à son retour de la Lune.

On considère qu'à 80 km d'altitude, lorsque Appolo touche les premières couches hautes de l'atmosphère, sa vitesse est de 11 000 m/s et son angle d'attaque est de 6.5 degrés.

On montrera que des angles d'attaques plus élevés donnent lieu à des accélérations insupportables pour le corps humain (10 g) et pour la structure mécanique. On expliquera le pourquoi de la forme de la capsule.

On considère une rentrée balistique (c'est-à-dire non pilotée à l'inverse de ce qui se fait pour la navette spatiale) : la seule force à laquelle est soumise la capsule est la traînée (L'engin de rentrée se dispose dans une configuration d'équilibre avec le vecteur vitesse suivant l'axe aérodynamique stable du corps de rentrée. La traînée sera donc la seule force aérodynamique, la portance est nulle). La rentrée va donner lieu à des décélérations de plusieurs dizaines de g, ce qui autorise à négliger la pesanteur devant la traînée. Son seul effet – négligé ici - sera d'incurver légèrement la trajectoire.

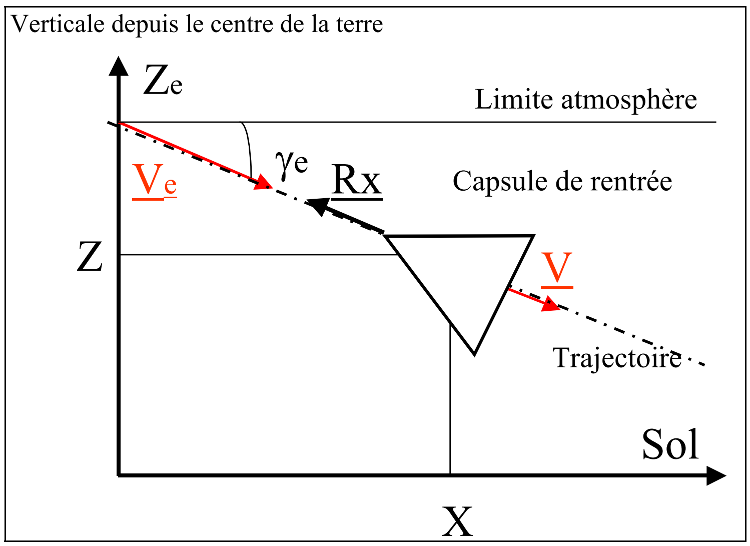
La traînée est donnée par : $R_x = \frac{1}{2}\rho(Z) S C_x V^2$ avec

$\rho = \rho_0 e^{\frac{Z}{H}}$ avec $\begin{Bmatrix} \rho_0 = 1.735\ kg/m^3 \\ H = 6700\ m \end{Bmatrix}$ pour $5 \le Z \le 80\ km$ (résultat de la thermodynamique des gaz parfaits en présence de la pesanteur)

La capsule Appolo est caractérisée par un coefficient CxS/M=0.0032 MKSA (S= surface du satellite, Cx, coefficient de trainée et M, masse d'Appolo)

L'angle de rentrée doit être supérieur à 6°.

NB: Pour les rentrées sous des angles faibles, il existe une théorie particulière appelée rentrée de Chapman



Permanence pour les projets Matlab :

Une permanence est organisée mercredi 5/2/2003 à 18h à la salle de réunion du service de mécanique analytique. Toutes les questions peuvent aussi être posées par mail (emmanuelle.vin@ulb.ac.be) ou à Charles Cuvelliez le vendredi 17h45 en UA6.219

Laboratoire en mécanique rationnelle :

Chaque groupe de **5** étudiants devra faire 3 manipulations différentes en 6 semaines.

Vous avez deux semaines pour faire vos groupes de 5 étudiants (réalisés à l'intérieur d'une même série) et m'envoyer la composition de votre groupe par mail emmanuelle.vin@ulb.ac.be.

Le **17/02/2003**, je grouperai les étudiants restant. La liste des manipulations de chaque groupe sera affichée le 31/02/2003.

Permanence de mécanique rationnelle : Changement d'horaire
Mardi de 13h à 14h à la salle de réunion
11/02/2003
25/02/2003
11/03/2003