ULB Faculté des Sciences Appliquées

Mécanique Rationnelle
2e candidature 2002-2003

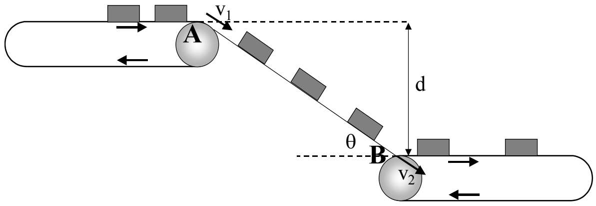
Examen de mécanique rationnelle du 08/01/2003

8h-12h

Seul le formulaire recto manuscrit est autorisé.
Répondre aux 3 questions sur des feuilles séparées.

---

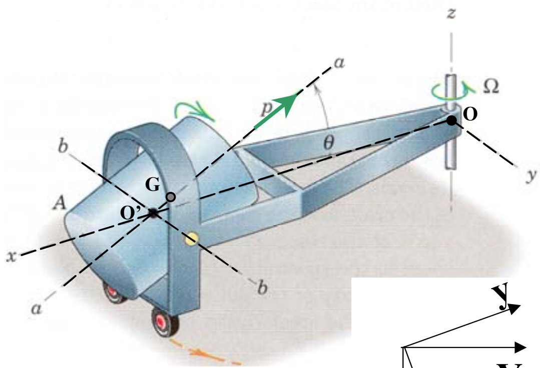
1. (6 points) Un système de convoyeurs de petits blocs métalliques est représenté sur la figure ci-contre. Il décharge les blocs avec une vitesse v_1 (0,4 m/s) sur une rampe reliée à un deuxième convoyeur ayant une vitesse v_2. La distance entre le convoyeur bas et le convoyeur haut est d=1,5 m.



Si le coefficient de frottement entre les blocs et la rampe est de 0,30, calculer l'angle d'inclinaison (θ) de la rampe avec l'horizontale afin que les blocs aient en B une vitesse v_2 égale à 0,14 m/s, ce qui permet un transfert sans glissement sur le convoyeur bas.

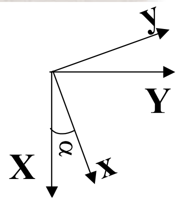
---

2. (7points) Un simulateur de vol est représenté sur la figure ci contre. La cabine cylindrique A tourne autour de l'axe relatif ***a-a*** lié à la cabine avec une vitesse angulaire constante p. La cabine est fixée sur l'axe ***b-b*** autour duquel elle subit une rotation de vitesse angulaire constante $d\theta/dt$. L'assemblage complet sur roulette est lié à l'axe z autour duquel il tourne à une vitesse angulaire constante Ω. (OO'=L)



Dans le repère Oxyz lié à la cabine

1) Ecrire la vitesse et l'accélération angulaires absolue ($\overline{\omega}$ et $\overline{\varepsilon}$) de la cabine de simulation de vol.
2) Ecrire la vitesse et l'accélération absolues que subit le point G (centre de masse de la personne à l'intérieur de la cabine) situé à h de l'axe b-b.



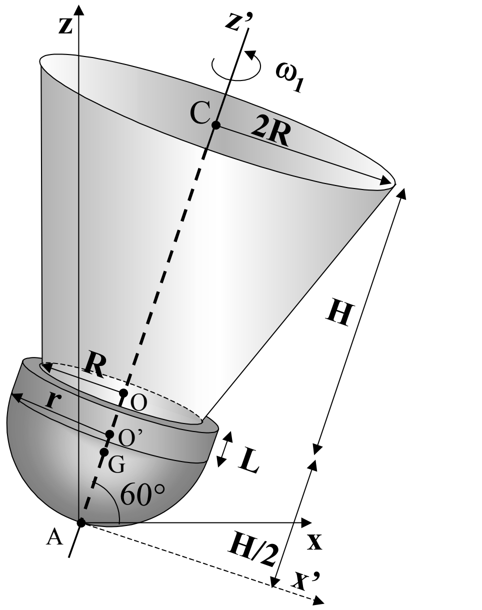
En déduire la vitesse et l'accélération absolues dans le repère fixe OXYZ.

---

3. (8 points) Un volant de badminton est représenté sur la figure ci-contre. Il est composé d'une **demi sphère pleine** de masse M_1 et de rayon r, sur laquelle est posé un **cylindre plein** de masse M_2 de hauteur L et de rayon r. La jupe du volant, de masse M_3 est représentée par un tronc de **surface conique** de hauteur H et de rayons respectifs $2R$ et R. Le centre de masse du tronc de cône est situé sur l'axe z' à une distance 5H/9 de O. ()

Dans les axes Ax'y'z': $\boldsymbol{I_{x'}} = \boldsymbol{I_{y'}}$ **=A,** $\boldsymbol{I_{z'}}$ **=C.**
Le volant tombe au sol en suivant une courbe parabolique. Le volant subit une rotation autour de z'=ω_1 et autour de y'=ω_2. La vitesse du point G vaut $\overline{v_G}= -v_G\,\overline{1_{z'}}$.

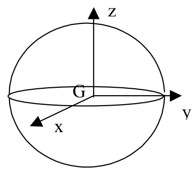
1) Calculer le moment cinétique du volant en A. Poser M=masse du volant. *(2 points)*
2) Calculer l'énergie cinétique du volant. *(2 points)*
3) Calculer le moment d'inertie du volant par rapport à l'axe z' et l'axe x' **en utilisant les données du formulaire ci-joint**. (Il est demandé de résoudre cet exercice sans calculer d'intégrale). *(3 points + 1 de bonus).*



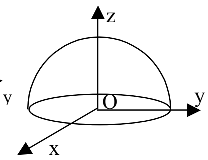
$L=r/3$; $H=4R$; $L+r=H/2=2R$; $\boldsymbol{z'_G=9r/10}$ pour le volant complet.

Formulaire : Si z = l'axe de révolution.

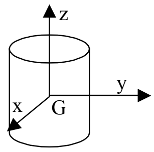
Pour une sphère pleine de rayon R (axes en **G**)
Moment d'inertie par rapport à l'axe z : I_z=2MR²/5 avec M=ρ4πR³/3



Pour une demi sphère pleine de rayon R (axes sur la base)
z_G(demi sphère)=3R/8.
Moment d'inertie par rapport au plan xy : I_{xy}= MR²/5



Pour un cylindre plein de rayon R et de hauteur h (G : centre de masse du cylindre)
Moment d'inertie par rapport à l'axe z : I_z=MR²/2 et
Moment d'inertie par rapport au plan xy : I_{xy}= Mh²/12



Pour une cône creux de rayon R et de hauteur h.
Moment d'inertie par rapport à l'axe z : I_z=MR²/2
Moment d'inertie par rapport au plan xy : $I_{xy}=\int z^2 dm$ =Mh²/2

avec M=ρπR$\sqrt{R^2+h^2}$