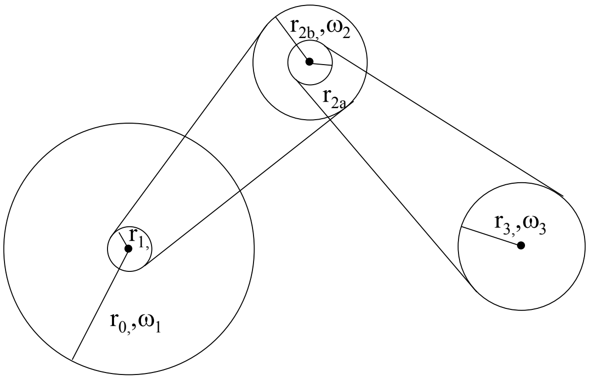
Faculté des Sciences Appliquées

Mécanique rationnelle
2e candidature 2002-2003
Corrigé de la séance 4

1.



$r_3\omega_3 = r_{2a}\omega_2$

$r_{2b}\omega_2 = r_1\omega_1$

$\omega_3 = \dfrac{r_1}{r_{2b}}\dfrac{r_{2a}}{r_3}\omega_1$

$v = 152\ miles/h = 244620\ m/h$

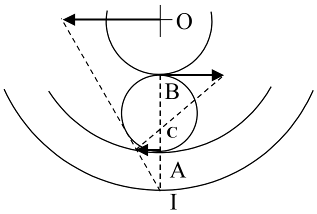
$Circonférence\ de\ la\ roue = 2\pi 0.235\ m = 1.476548m$

$\omega_1 = 244620/1.476548\ tours/h = 165670.1369\ tours/h$

$\omega_1 = 2761.1689\ tours/\min$

$\omega_3 = \dfrac{3}{10}\dfrac{3}{12}2761.1689\ tours/\min = 207.08\ tours/\min$

2.



Nous pouvons appliquer la formule de cinématique pour les solides.

Pour la bague extérieure (IA=d) : I=CIR

$\bar{v}_A = \bar{v}_I + \bar{\Omega}_{ext} \times \overline{IA} = \bar{\Omega}_{ext} \times \overline{IA} \Rightarrow v_A = \Omega_{ext} d$

$\bar{v}_O = \bar{v}_I + \bar{\Omega}_{ext} \times \overline{IO} = \bar{\Omega}_{ext} \times \overline{IO} \Rightarrow v_O = \Omega_{ext} c/2$

$\Rightarrow v_A = \dfrac{AI}{AO}v_0 = -\dfrac{d}{c/2}v\bar{1}_x$

Pour la bague intérieure :

$$\bar{v}_B = \bar{v}_{rel} + \bar{v}_{entr} = \bar{v}_0 + \bar{\Omega} \times \overline{OB} = \left(-v + \Omega\frac{a}{2}\right)\bar{1}_x$$

Pour la bille (C=CIR) :

$$\bar{v}_A = \bar{v}_B + \bar{\varpi} \times \overline{BA} \Rightarrow |v_A| = |v_B| - \omega|BA| \quad avec \quad \bar{\varpi} = -\omega\bar{1}_z$$

$$v_A + v_B = \omega\frac{b-a}{2} \Rightarrow \omega = 2\frac{v_A + v_B}{b-a}$$

$$\bar{\varpi} = -2\frac{\frac{2dv}{c} + \Omega\frac{a}{2} - v}{b-a}\bar{1}_z = -\left|\frac{-\frac{2b}{c}v + \Omega a}{b-a}\right|\bar{1}_z$$

---

3. 1.) Les axes xyz sont liés au mécanisme en C et subissent le vecteur ω_2 et ω_1.

$\bar{\varpi} = -\omega_1\bar{1}_x + \omega_2\bar{1}_Y + \omega_3\bar{1}_z$

$\bar{\varepsilon} = \omega_2\omega_3\bar{1}_x + (\dot{\omega}_2 + \omega_1\omega_3)\bar{1}_Y + \omega_1\omega_2\bar{1}_z$

$\bar{v}_A = \bar{v}_C + \bar{\varpi} \times \overline{CA} = -R\omega_3\bar{1}_x - (b\omega_2 + R\omega_1)\bar{1}_z$

$\bar{j}_A = \bar{j}_C + \bar{\varepsilon} \times \overline{CA} + \bar{\varpi} \times (\bar{v}_A - \bar{v}_C)$

$= -(b\omega^2{}_2 + 2R\omega_1\omega_2)\bar{1}_x - R(\omega^2{}_1 + \omega^2{}_3)\bar{1}_y + (2R\omega_2\omega_3 - b\dot{\omega}_2)\bar{1}_z$

2.) $\bar{v}_C.\bar{\varpi} = -b\omega_2\omega_3$

a) si $\omega_2 \neq 0\ et\ \omega_3 \neq 0$: mouvt. hélicoïdal inst. (HI) = mvt. de rot. et de transl. ;

$\bar{\varpi} = -\omega_1\bar{1}_x + \omega_2\bar{1}_y + \omega_3\bar{1}_z$

Axe HI// $\bar{\varpi}$ par Q tel que $\overline{CQ} = \dfrac{(-b\omega^2{}_2, -b\omega_1\omega_2, 0)}{\omega^2{}_1 + \omega^2{}_2 + \omega^2{}_3}$

$\bar{v}_Q = -b\omega_2\omega_3\dfrac{(-\omega_1, \omega_2, \omega_3)}{\omega^2{}_1 + \omega^2{}_2 + \omega^2{}_3}$

b) si $\omega_2 = 0\ et\ \omega_3 \neq 0$: Rot. inst. (en t) autour de l'axe // $\bar{\varpi}$ passant par C avec $\bar{\varpi} = (-\omega_1, 0, \omega_3)$.

<u>Cas part</u>. :

si $\dot{\omega}_2 = 0$ rot. continue (m $\bar{\varpi}$, m axe de rot. ∀t)

si $\omega_1 = 0$ rot. inst. (en t) de $\bar{\varpi} = (0, 0, \omega_3)$ autour de C_z

c) si $\omega_3 = 0\ et\ \omega_2 \neq 0$: Rot. inst. de $\bar{\varpi} = (-\omega_1, \omega_2, 0)$

<u>Cas part</u>. : si $\omega_1 = 0$ rot. cont. autour de Oy. Si en plus $\dot{\omega}_2 = 0$: rot. cont. uniforme

d) si $\omega_2 = \omega_3 = 0$: Rot. inst. de $\bar{\varpi} = (-\omega_1, 0, 0)$ autour de Ox.

<u>Cas part</u>. :

si $\dot{\omega}_2 = 0$ rot. cont. (m $\bar{\varpi}$, m axe)

si $\omega_1 = 0$ Solide immobile à cet instant.

Si Q et Q' sont deux points distincts de l'axe hélicoïdal instantané (v_Q et $v_{Q'}$ // ω)

$\bar{j}_{Q'} = \bar{j}_Q + \bar{\varepsilon} \times \overline{QQ'} \Rightarrow \bar{j}_{Q'} = \bar{j}_Q$

$\Leftrightarrow \bar{\varepsilon} \times \overline{QQ'} = 0 \quad ou \quad \bar{\varepsilon} \times \bar{\varpi} = 0$

$$\begin{cases} (\dot{\omega}_2 + \omega_1\omega_3)\omega_3 = \omega_1\omega^2{}_2 \\ \omega_2(\omega^2{}_1 + \omega^2{}_3) = 0 \\ \omega^2{}_2\omega_3 = -\omega_1(\dot{\omega}_2 + \omega_1\omega_3) \end{cases}$$

$\Leftrightarrow \omega_1 = \omega_3 = 0 \quad ou \quad \omega_2 = 0 \quad et \quad \dot{\omega}_2 = -\omega_1\omega_3$

Les corrigés mis à jour sont sur le site de méca : http://cfao.ulb.ac.be/cfao/ aller dans Teaching>Tps>mécaII et sélectionner les TP 2002-2003. (Login : Student, mot de passe : Newton)

La liste des numéros de binômes et du sujet attribué pour le projet Matlab est aux valves ainsi que dans Teaching>Groups. En cas de problème, je suis joignable par mail : emmanuelle.vin@ulb.ac.be