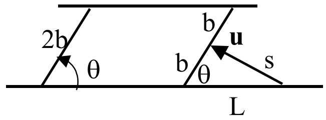
1



$$y = 2b\sin\theta$$
$$\dot{y} = 2b\cos\theta\,\dot{\theta}$$
$$s^2 = L^2 + b^2 - 2Lb\cos\theta$$
$$2s\dot{s} = 2bL\sin\theta\,\dot{\theta} \quad avec \;\; \dot{s} = v$$
$$\dot{\theta} = \frac{sv}{bL\sin\theta}$$
$$\dot{y} = 2b\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\frac{su}{Lb} = 2\frac{\sqrt{L^2+b^2-2Lb\cos\theta}}{L\,tg\theta}u$$

2

1.) Solide BC : $\overline{v}_B = \overline{v}_C + \overline{\Omega}_{BC}\times\overline{CB}$

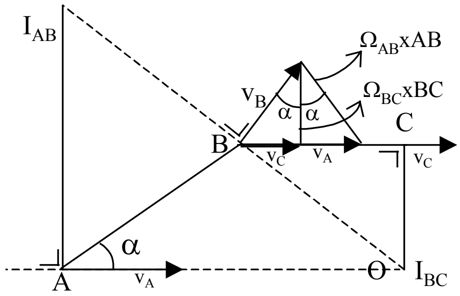
Solide AB : $\overline{v}_B = \overline{v}_A + \overline{\Omega}_{AB}\times\overline{AB}$

$$\overline{v}_C.\overline{1}_{AB} + \left(\overline{\Omega}_{BC}\times\overline{CB}\right).\overline{1}_{AB} = \overline{v}_A.\overline{1}_{AB}$$
$$0.6m/s\,\overline{1}_x.\overline{1}_{AB} - \Omega_{BC}\,0.4m\,\overline{1}_y.\overline{1}_{AB} = 1.2m/s\,\overline{1}_x.\overline{1}_{AB}$$
$$\Rightarrow \; \overline{\Omega}_{BC} = -2s^{-1}\overline{1}_z \;\; et \;\; \overline{\Omega}_{AB} = +2s^{-1}\overline{1}_z$$
$$tg\alpha = \frac{v_c}{|\Omega_{BC}|BC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \Omega_{BC} = 2s^{-1}$$

2.a) Analytiquement

$$\overline{v}_B = \overline{\Omega}_{BC}\times\overline{I}_{BC}\overline{B} = 0.6\,\overline{1}_x + 0.8\,\overline{1}_y \quad m/s$$
$$\overline{v}_C = \overline{\Omega}_{BC}\times\overline{I}_{BC}\overline{C} = 0.6\;m/s\;\overline{1}_x = 2(0.3-y)\overline{1}_x \Rightarrow y = 0 \;\; et \;\; x = 0$$
$$\overline{v}_B = \overline{\Omega}_{AB}\times\overline{I}_{AB}\overline{B}$$
$$\overline{v}_A = \overline{\Omega}_{AB}\times\overline{I}_{AB}\overline{A} = 1.2\;m/s\,\overline{1}_x = 2y' \Rightarrow y' = 0.6$$

2.b) Graphiquement



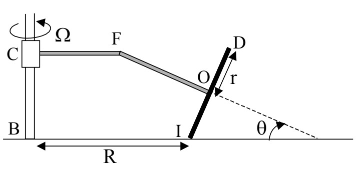
3

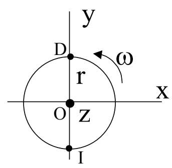
L'angle θ représente l'inclinaison de l'avion. Le point C se déplace horizontalement (v_C et a_C), le point B subit une rotation autour du point C ($v_{rel\text{-}C}$) et une translation horizontale ($v_{entr}=v_C$). Le point A possède une vitesse d'entraînement ($v_{entr}=v_B$) et une vitesse relative ($v_{rel\text{-}A}$).

$$\overline{\omega} = \omega\overline{1}_z = \dot{\theta}\overline{1}_z, \;\; \overline{\alpha} = \dot{\omega}\overline{1}_z$$
$$\overline{r} = L\overline{1}_x, \;\; \overline{v}_{rel} = \dot{L}\overline{1}_x, \;\; \overline{a}_{rel} = \ddot{L}\overline{1}_x$$

$$\overline{v}_C = v_C(\cos\theta\overline{1}_x - \sin\theta\overline{1}_y)$$
$$\overline{a}_C = a_C(\cos\theta\overline{1}_x - \sin\theta\overline{1}_y)$$
$$\overline{v}_B = \overline{v}_C + \overline{\omega}\times\overline{CB} = \overline{v}_C + \omega\overline{1}_z\times h\overline{1}_y = (v_C\cos\theta - \omega h)\overline{1}_x - v_C\sin\theta\overline{1}_y$$
$$\overline{a}_B = \overline{a}_C + \dot{\overline{\omega}}\times\overline{CB} + \overline{\omega}\times\left(\overline{\omega}\times\overline{CB}\right) = \left(a_C\cos\theta - \alpha h\right)\overline{1}_x - \left(a_C\sin\theta + h\omega^2\right)\overline{1}_y$$
$$\overline{v}_A = \overline{v}_B + \overline{\omega}\times\overline{BA} + \overline{v}_{rel} = (v_C\cos\theta - \omega h + \dot{L})\overline{1}_x + \left(\omega L - v_C\sin\theta\right)\overline{1}_y$$
$$\overline{a}_A = \overline{a}_B + \dot{\overline{\omega}}\times\overline{BA} + \overline{\omega}\times\left(\overline{\omega}\times\overline{BA}\right) + 2\left(\overline{\omega}\times\overline{v}_{rel}\right) + \overline{a}_{rel}$$
$$\overline{a}_A = \left(a_C\cos\theta - \alpha h - L\omega^2 + \ddot{L}\right)\overline{1}_x + \left(-a_C\sin\theta - h\omega^2 + L\alpha + 2\omega\dot{L}\right)\overline{1}_y$$

4





1.) Axe instantané de rotation : droite IQ avec
I=Pt de contact entre le disque et le plan
Q=intersection des droites OF et CB car OQ peut être considéré comme appartenant au solide étudié (tige+disque) et v_Q=0 car Q appartient à l'axe de rotation de Ω.

$$\overline{\omega} = \overline{\Omega} + \overline{\omega}_{rel} = \Omega\cos\theta\overline{1}_y + (\Omega\sin\theta + \omega_{rel})\overline{1}_z \quad avec \;\; \Omega = p$$

Condition de roulement sans glissement

$$\overline{v}_I = 0 = \overline{v}_O + \overline{\omega}\times\overline{OI}$$
$$\overline{OI} = -r\overline{1}_y$$
$$\overline{v}_O = \overline{\Omega}\times\overline{OC} = -\Omega(R + r\sin\theta)\overline{1}_x$$
$$\overline{v}_I = 0 = -\Omega(R + r\sin\theta)\overline{1}_x + (r\Omega\sin\theta + r\omega_{rel})\overline{1}_x$$
$$\omega_{rel} = \frac{R}{r}\Omega$$

$$\overline{\omega} = \Omega\cos\theta\overline{1}_y + \Omega(\sin\theta + \frac{R}{r})\overline{1}_z$$

ω=vecteur libre à dériver : produit vectoriel avec le vecteur de vitesse angulaire agissant sur ce vecteur ω.

$$\overline{\varepsilon} = \overline{\Omega}\times\overline{\omega} = \left(\Omega(\sin\theta + \frac{R}{r})\Omega\cos\theta - \Omega\cos\theta.\Omega\sin\theta\right)\overline{1}_x$$
$$\overline{\varepsilon} = \frac{R}{r}\Omega^2\cos\theta\overline{1}_x$$

2.)

$$\overline{v}_D = \overline{\omega}\times\overline{ID}$$
$$\overline{v}_D = \left(\Omega\cos\theta\overline{1}_y + \Omega(\sin\theta + \frac{R}{r})\overline{1}_z\right)\times 2r\overline{1}_y$$
$$\overline{v}_D = -2r\Omega(\sin\theta + \frac{R}{r})\;\overline{1}_x$$
$$\overline{a}_D = \overline{a}_Q + \overline{\varepsilon}\times\overline{QD} + \overline{\omega}\times\overline{v}_D \quad avec \;\; \overline{a}_Q = 0 \;\; (!\,\overline{a}_I \neq 0)$$
$$\overline{a}_D = -r\Omega^2\left(\left(\frac{R}{r}\right)^2 + 2\sin^2\theta + 3\frac{R}{r}\sin\theta\right)\overline{1}_y + r\Omega^2\left(3\frac{R}{r}\cos\theta + 2\cos\theta\sin\theta\right)\overline{1}_z$$

La liste des numéros de binômes et du sujet attribué pour le projet Matlab est dans Teaching>Groups. En cas de problème, je suis joignable par mail : emmanuelle.vin@ulb.ac.be