1. a) Pour le système **{bloc + balle}**: $\frac{d}{dt}R_x = 0$ => $\Delta R_x = 0$: $mv_0 = mv_1 + Mv$ => $v = \frac{m}{M}\left(v_0 - v_1\right)$.

Rem : Toutes les forces internes au système ne sont pas prises en compte. On considère la variation de résultante cinétique entre l'instant t<0 où la balle n'a pas encore touché le bloc et l'instant t=0 où la balle a transpercé le bloc et lui a donné une vitesse initiale (v). Entre ces deux instants, on considère que le bloc ne bouge pas et donc les forces de frottements n'interviennent pas.

b) Pour le **bloc** seul (t>0), après le passage de la balle qui lui a donné une certaine vitesse initiale (v) :

$U = \Delta T$ car $F = ma = \frac{m}{2}\frac{dv^2}{dx}$ => $\int_{s_i}^{s_f} F_x dx = \Delta\left(\frac{m}{2}v^2\right)$

$-fMg(s-0) = \frac{M}{2}(0 - v^2)$ => $f = \frac{v^2}{2gs}$

AN : $v = 4m/s$ et $f = 0.302$

---

2. Origine de l'axe x : position de m lorsque le ressort a sa longueur libre.

Système {M, m} : $\frac{d}{dt}\bar{R} = \sum \bar{F}_e$ => suivant x : $M\ddot{X} + m(\ddot{X} + \ddot{x}) = -(M+m)g\sin\alpha$ (1)

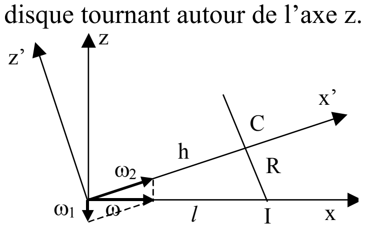
Système {m} : $\frac{d}{dt}\bar{R} = \sum \bar{F}_e$ => suivant x : $m(\ddot{X} + \ddot{x}) = -mg\sin\alpha - kx$ (2)

$$\begin{cases} (1) \Rightarrow \ddot{X} = -\ddot{x} - g\sin\alpha - \frac{k}{m}x \\ (2) \text{ dans } (1) \Rightarrow \ddot{x} + \frac{k}{M}\left(\frac{M}{m}+1\right)x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = d\cos\sqrt{\frac{k}{M}\left(\frac{M}{m}+1\right)}\,t \\ X = X_0 + d\frac{m}{m+M} - \frac{gt^2}{2}\sin\alpha - d\frac{m}{m+M}\cos\sqrt{\frac{k}{M}\left(\frac{M}{m}+1\right)}\,t \end{cases}$$

Le wagon commence par monter la pente si $\ddot{X}$ (t=0)>0, càd k d > M g sinα

---

3. Considérons les axes Ox'y'z' attaché au centre du disque tournant autour de l'axe z. ($l^2 = R^2 + h^2$)



$$\begin{cases} \left(\frac{d}{dt}\bar{R}\right)_z = \left(\mathrm{R}_e\right)_z \\ \left(\frac{d}{dt}\bar{\mathrm{M}}_O\right)_y = \left(\bar{m}_{e,O}\right)_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} R_{Oz} + R_{Iz} = mg \\ R_{Iz} = mg\frac{h^2}{l^2} - \frac{1}{l}\left(\frac{d}{dt}\bar{\mathrm{M}}_O\right)_y \end{cases}$$

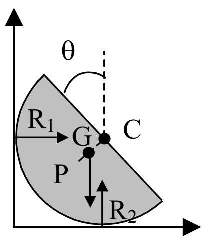
$$\bar{\mathrm{M}}_O = \frac{mR^2}{2}\omega\cos\alpha\,\bar{1}_{x'} + \left(\frac{mR^2}{4} + mh^2\right)\left(-\omega\sin\alpha\right)\bar{1}_{z'}$$

Rem : le vecteur de Darboux à utiliser pour dériver les axes dur repère : $-\omega_1 1_z$

$$\left(\frac{d}{dt}\bar{\mathrm{M}}_O\right)_y = \omega_1\sin\alpha \mathrm{M}_{Oz'} - \omega_1\cos\alpha\mathrm{M}_{Ox'} = \omega\sin\alpha\left(\mathrm{tg}\alpha\mathrm{M}_{Oz'} - \mathrm{M}_{Ox'}\right) = -m\omega^2\frac{R^3}{hl^2}\left(\frac{3}{2}h^2 + \frac{R^2}{4}\right)$$

$$\begin{cases} R_{Iz} = mg\frac{h^2}{l^2} - m\omega^2\frac{R^3}{hl^3}\left(\frac{3}{2}h^2 + \frac{R^2}{4}\right) > 0 \quad \text{pas de décollement en I} \\ R_{Oz} = mg\left(1 - \frac{h^2}{l^2}\right) - m\omega^2\frac{R^3}{hl^3}\left(\frac{3}{2}h^2 + \frac{R^2}{4}\right) \geq 0 \quad \text{pour garder le contact en O} \end{cases} \Rightarrow \omega^2_{\lim} = g\frac{lh}{R\left(\frac{3}{2}h^2 + \frac{R^2}{4}\right)}$$

4.



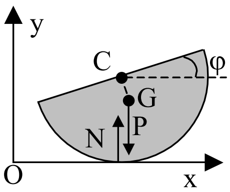
1ere phase du mouvement : rotation autour de C :

- Th de la rés. cinétique => $R_1 = m\ddot{x}_G$ => $R_1 = \frac{3}{8}mR\left(\sin\theta\ddot{\theta} + \cos\theta\dot{\theta}^2\right)$ (1)

  avec $\dot{x}_G = \frac{3}{8}mR\sin\theta\dot{\theta}$

- Th du mom. cinétique en C => $\frac{2}{5}mR^2\ddot{\theta} = \frac{3}{8}mgR\cos\theta$ => $\dot{\theta}^2 = \frac{15}{8}\frac{g}{R}\sin\theta$ (2)

(2) dans (1) => $R_1 = \frac{135}{128}mgR\sin\theta\cos\theta$ s'annule pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ d'où $v_G(\frac{\pi}{2}) = \frac{3}{16}\sqrt{\frac{15gR}{2}}$



2eme phase du mouvement :

- Th. rés. cinétique => $m\ddot{x}_G = 0$ => $\dot{x}_G = \frac{3}{16}\sqrt{\frac{15gR}{2}}$
- T+V=E$_0$ => $I_G = \frac{2}{5}MR^2 - M\left(\frac{3}{8}R\right)^2 = \frac{83}{320}MR^2$

$$\frac{1}{2}m(\dot{x}_G{}^2+\dot{y}_G{}^2)+\frac{1}{2}\frac{83}{320}mR^2\dot{\varphi}^2 - mg\frac{3}{8}R\cos\varphi = \frac{1}{2}m(\dot{x}_{G0}{}^2+\dot{y}_{G0}{}^2)+\frac{1}{2}\frac{83}{320}mR^2\dot{\varphi}_0{}^2 - mg\frac{3}{8}R$$

avec $\dot{y}_G = \frac{3}{8}R\sin\varphi\dot{\varphi}$; $\dot{y}_{G0}=0$; $\varphi_0 = 0$; $\dot{\varphi}_0{}^2 = \frac{15}{8}\frac{g}{R}$ => $\dot{\varphi}^2 = 0$ pour $\cos\varphi = \frac{45}{128}$

Permanence pour les projets Matlab :
Une permanence est organisée mercredi 5/2/2003 à 18h à la salle de réunion du service de mécanique analytique. Toutes les questions peuvent aussi être posées par mail (emmanuelle.vin@ulb.ac.be) ou à Charles Cuvelliez le vendredi 17h45 en UA6.219

Laboratoire en mécanique rationnelle :
Chaque groupe de 5 étudiants devra faire 3 manipulations différentes en 6 semaines. La liste sera affichée dès que les groupes auront été faits.
Vous avez deux semaines pour faire vos groupes (réalisé à l'intérieur d'une même série). Si je n'ai pas reçu la liste de chaque groupe de 5 étudiants (envoyé par une personne du groupe sur mon mail emmanuelle.vin@ulb.ac.be) avant le **17/02/2003**, je grouperai les étudiants restant.

Permanence de mécanique rationnelle : Changement d'horaire
Mardi de 13h à 14h à la salle de réunion
11/02/2003
25/02/2003
11/03/2003