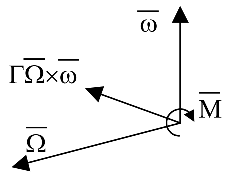
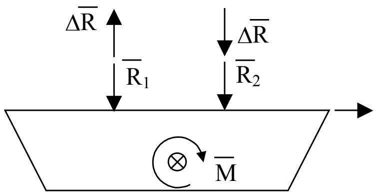
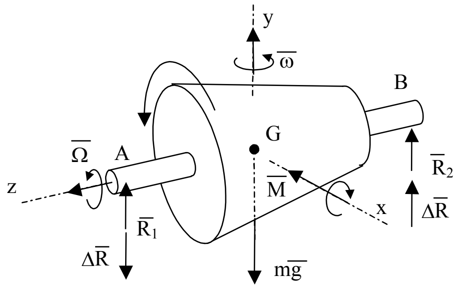
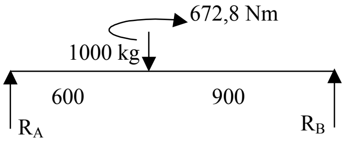






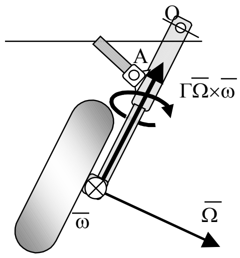
$M = \Gamma\Omega\omega$ où $\Gamma = mR^2 = 40$ kgm²; $\Omega = 523{,}6\ \mathrm{s}^{-1}$; $\omega = \dfrac{v}{R} = 0{,}032125$

=> $M = 672{,}8\ Nm$ tend à faire descendre l'avant du bateau.



$$\left.\begin{aligned}&0{,}6R_A + 672{,}8 - 0{,}9R_B = 0\\ &R_A + R_B = 9810\end{aligned}\right\} \Rightarrow R_A = 5426 \text{ et } R_B = 4384$$

2.



L'axe OA subit un moment de torsion de $\Gamma\Omega\omega$ où Γ=2,97 kgm² ; Ω= 148,15 s^{-1} ; ω= 0,5 s^{-1} => C = 220 Nm

3.1

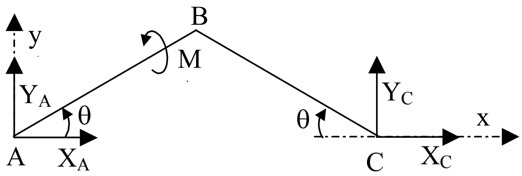
$$T = T_1 + T_2 + T_3 = \left(\frac{1}{2}\frac{ml^2}{3}\dot{\theta}^2\right) + \left(\frac{1}{2}mv_{G_2}^2 + \frac{1}{2}\overline{\omega}.\overline{\overline{I}}_{G_2}.\overline{\omega}\right) + \left(\frac{1}{2}mv_{G_3}^2\right)$$

$$T = \left(\frac{1}{2}\frac{ml^2}{3}\dot{\theta}^2\right) + \left(\frac{1}{2}m\frac{l^2}{4}\left(8\sin^2\theta + 1\right) + \frac{1}{2}\frac{ml^2}{12}\dot{\theta}^2\right) + \left(\frac{1}{2}m4l^2\sin^2\theta\dot{\theta}^2\right) \Rightarrow T = \frac{ml^2}{3}\dot{\theta}^2 + 3ml^2\sin^2\theta\dot{\theta}^2$$

$$Q_\theta = M - 2Fl\sin\theta$$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial T}{\partial\dot{\theta}} - \frac{\partial T}{\partial\theta} = Q_\theta \Rightarrow ml^2\ddot{\theta}\left(\frac{2}{3} + 6\sin^2\theta\right) + 6ml^2\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}^2 = M - 2Fl\sin\theta$$

3.2

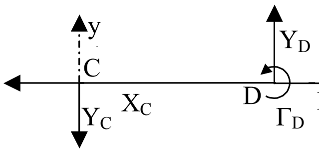


$$\frac{d}{dt}\overline{M}_A = \overline{m}_{e,A} = M(\theta) + 2l\cos\theta Y_C$$

où $\overline{M}_A = \overline{M}_{A1} + \overline{M}_{A2} = \left(\dfrac{ml^2}{3}\dot{\theta}\overline{1}_z\right) + \left(\overline{M}_{G2} + \overline{AG}_2 \times \overline{R}_2\right)$

$$\overline{M}_A = \left(\frac{ml^2}{3}\dot{\theta}\overline{1}_z\right) + \left(-\frac{ml^2}{12}\dot{\theta}\overline{1}_z + m\frac{3l^2}{4}\dot{\theta}\overline{1}_z\right) = ml^2\dot{\theta}\overline{1}_z$$

$$\Rightarrow Y_C = \frac{ml^2\ddot{\theta} - M(\theta)}{2l\cos\theta}$$



$$\frac{d}{dt}R_x = \sum F_{e,x} \quad \text{où} \quad R_x = mv_{G3,x} = -2ml\sin\theta\dot{\theta}$$

$$\Rightarrow X_C = F(\theta) + 2ml(\sin\theta\ddot{\theta} + \cos\theta\dot{\theta}^2)$$

ex3seance11.zip

4.

$$T = ml^2\dot{\theta}^2\left(\frac{3}{2} - \sin\frac{\theta}{2}\right) \quad \text{et} \quad V = -mgl\left(\frac{5}{2}\sin\theta - 2\cos\frac{\theta}{2}\right) - \Gamma\frac{\theta}{2}. \quad \mathrm{V}(\Gamma) : \mathrm{d}V = -\mathrm{d}\tau = -(\mathrm{M}(\varphi)\mathrm{d}\varphi) = -(-\Gamma\mathrm{d}\varphi)$$

Comme l'angle φ diminue lorsque le moment Γ travail, le travail est négatif. dθ=-2dφ => $\mathrm{d}V = -\Gamma\dfrac{d\theta}{2}$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial\theta} = ml^2 3\ddot{\theta} - 2ml^2\ddot{\theta}\sin\frac{\theta}{2} - \frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2\cos\frac{\theta}{2} - \frac{5}{2}mgl\cos\theta - mgl\sin\frac{\theta}{2} - \frac{\Gamma}{2} = 0$$

R_C (1 composante inconnue) : Th. mom. cinétique en O pour l'ensemble du système
ou Th. mom. cinétique en A pour la tige AB seule.
R_O (2 composantes inconnues) : Th. rés. cinétique et connaissant R_C
R_A (2 composantes inconnues) : Th. rés. cinétique pour OA seule (avec R_O connue)

ex4seance11.zip

---

5. Energie cinétique : $T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} \bar{\omega}.\bar{\bar{I}}_G.\bar{\omega}$

$$\frac{1}{2}\bar{\omega}.\bar{\bar{I}}_G.\bar{\omega} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} -\omega\cos\theta & \omega\sin\theta & \dot{\theta} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & m\frac{l^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & m\frac{l^2}{12} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -\omega\cos\theta \\ \omega\sin\theta \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} m \frac{l^2}{12}\left(\dot{\theta}^2 + \omega^2 \sin^2\theta\right)$$

$$\overline{AG} = \left(\frac{l}{2} + \frac{l}{4}\sin\theta\right)\bar{1}_x - \frac{l}{4}\cos\theta\,\bar{1}_y$$

$$v_G = \frac{l}{4}\cos\theta\dot{\theta}\bar{1}_x + \frac{l}{4}\sin\theta\dot{\theta}\bar{1}_y + \bar{\omega}\times\overline{AG} \Rightarrow v_G^2 = \frac{l^2}{16}\dot{\theta}^2 + \frac{l^2}{4}\omega^2\left(1 + \frac{1}{2}\sin\theta\right)^2$$

$$T = \frac{7}{48} m l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{24} m l^2 \omega^2 \sin^2\theta + m\omega^2 \frac{l^2}{8}\left(1 + \frac{1}{2}\sin\theta\right)^2$$

Energie potentielle : $V = -mg\frac{l}{4}\cos\theta$

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial\dot{\theta}} - \frac{\partial L}{\partial\theta} = \frac{7}{96} m l^2 \ddot{\theta} - \frac{1}{12} m l^2 \omega^2 \sin\theta\cos\theta - m\omega^2\frac{l^2}{8}\left(1 + \frac{1}{2}\sin\theta\right)\cos\theta + mg\frac{l}{4}\sin\theta = 0$$

Lorsque CD est en équilibre relatif, θ = constante et $\dot{\theta} = 0$

$$\frac{7}{12} m l \omega^2 \sin\theta\cos\theta + m\omega^2\frac{l}{2}\cos\theta = mg\sin\theta$$

ex5seance11b.zip

Projets Matlab : Toutes les questions peuvent aussi être posées par mail (emmanuelle.vin@ulb.ac.be) ou à Charles Cuvelliez le vendredi 17h45 en UA6.219

Permanence de mécanique rationnelle
Mardi 11/03/2003 de 13h à 14h à la salle de réunion

Erratum S9-E1.b

$$L = m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{m}{4}\left(\dot{\eta}^2 + \eta^2\dot{\theta}^2\right) - \frac{k}{2}(\eta - l)^2 \Rightarrow \begin{cases} x: \ \ddot{x} = 0 \ \Rightarrow \ x = \dot{x}_0 t + x_0 \\ y: \ \ddot{y} = 0 \ \Rightarrow \ y = \dot{y}_0 t + y_0 \\ \theta: \ \frac{m}{2}\frac{d}{dt}\left(\eta^2\dot{\theta}\right) = 0 \ \Rightarrow \eta^2\ddot{\theta} + 2\eta\dot{\eta}\dot{\theta} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{m}{2}\eta^2\dot{\theta} = C \\ \eta: \ \frac{m}{2}\ddot{\eta} - \frac{m}{2}\eta\dot{\theta}^2 + k(\eta - l) = 0 \ \Rightarrow \ \frac{m}{2}\ddot{\eta} - \frac{2C^2}{m\eta^3} + k(\eta - l) = 0 \end{cases}$$

La 4ième équation peut aussi s'obtenir avec le théorème de la conservation de l'énergie : $T + V = E_0$

$$\frac{d(T+V)}{dt} = m(2\dot{x}\ddot{x} + 2\dot{y}\ddot{y}) + \frac{m}{4}\left(2\dot{\eta}\ddot{\eta} + 2\eta\dot{\eta}\dot{\theta}^2 + 2\eta^2\dot{\theta}\ddot{\theta}\right) + k(\eta - l)\dot{\eta} = 0 \Rightarrow \frac{m}{2}\ddot{\eta} - m\eta 2\left(\frac{C}{m\eta^2}\right)^2 + k(\eta - l) = 0$$
