1. O = point appartenant à l'axe de rotation fixe.

	$\overline{\Re} = m\overline{v}_G$	$I_x = I_y + I_z$	$\overline{m}_O = -P_{xz}\omega\overline{1}_x - P_{yz}\omega\overline{1}_y + I_z\omega\overline{1}_z$	$T = \frac{1}{2} I_z \omega^2$
1	$-ma\omega\overline{1}_x$	$I_z = m(2a)^2/12 + ma^2$ $I_y = m(2b)^2/12 + mb^2$	$-mab\omega\overline{1}_y + \frac{4}{3} ma^2\omega\overline{1}_z$	$\frac{2}{3} ma^2\omega^2$
2	0	$I_z = m(2a)^2/12$ $I_y = m(2b)^2/12 + mb^2$	$\frac{ma^2}{3}\omega\overline{1}_z$	$\frac{1}{6} ma^2\omega^2$
3	$-mb\omega\overline{1}_x + ma\omega\overline{1}_y$	$I_y = m(2a)^2/12 + ma^2$ $I_x = m(2b)^2/12 + mb^2$ $I_z = I_x + I_y$	$\frac{4}{3} m(a^2+b^2)\omega\overline{1}_z$	$\frac{2}{3} m(a^2+b^2)\omega^2$
4	$-mb\omega\overline{1}_x$	$I_z = m(2b)^2/12 + mb^2$ $I_y = m(2a)^2/12 + ma^2$	$-mab\omega\overline{1}_y + \frac{4}{3} mb^2\omega\overline{1}_z$	$\frac{2}{3} mb^2\omega^2$
5	0	$I_z = m(2b)^2/12$ $I_y = m(2a)^2/12 + ma^2$	$\frac{mb^2}{3}\omega\overline{1}_z$	$\frac{1}{6} mb^2\omega^2$
6	0	* (1)	$\frac{1}{3} mab \frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\omega\overline{1}_y + \frac{2}{3} m \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}\omega\overline{1}_z$	$\frac{1}{3} m \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}\omega^2$

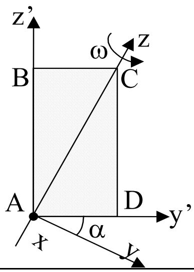
* (1)

$$I_z = \int y^2 dm = \int (\cos\alpha y' - \sin\alpha z')^2 dm$$

$$= \cos^2\alpha I_{z'} + \sin^2\alpha I_{y'} - 2\sin\alpha\cos\alpha P_{y'z'}$$

$$= \frac{a^2}{a^2+b^2}.\frac{4}{3}mb^2 + \frac{b^2}{a^2+b^2}.\frac{4}{3}ma^2 - 2mab.\frac{ab}{a^2+b^2}$$

$$= \frac{2}{3}\frac{ma^2b^2}{a^2+b^2}$$



2. Axe x (AB), y (AD), z (perpendiculaire au plan en A)

a) ! le vecteur de vitesse angulaire est négatif (-1_x)

$$\overline{\Re} = m\overline{v}_G = m\overline{v}_A = mL\dot{\theta}(-\cos\theta, -\sin\theta, 0)$$

$$T = \frac{1}{2}m\overline{v}_G^2 = \frac{1}{2}mL^2\dot{\theta}^2 \quad car \quad \overline{\omega} = 0 \quad (translation)$$

$$\overline{m}_G = 0;\ \overline{m}_A = \overline{m}_G + \overline{AG} \times \overline{\Re} = mL^2\dot{\theta}(-\sin\theta + \frac{1}{2}\cos\theta)\overline{1}_z$$

b)

$$\overline{\Re} = m\overline{v}_G = \frac{3}{2}mL\dot{\theta}(-1, 0, 0)$$

$$T = \frac{1}{2}m\overline{v}_G^2 + \frac{1}{2}\overline{\omega}.\overline{\overline{I}}.\overline{\omega}$$

$$T = \frac{1}{2}\left[m\frac{L^2+4L^2}{12} + m\left(\frac{3L}{2}\right)^2\right]\dot{\theta}^2 = \frac{4}{3}mL^2\dot{\theta}^2$$

$$\overline{m}_G = \begin{pmatrix} . & . & 0 \\ . & . & 0 \\ . & . & I_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \frac{5}{12}mL^2\dot{\theta}\overline{1}_z$$

$$\overline{m}_A = \overline{m}_G + \overline{AG} \times \overline{\Re} = \frac{7}{6}mL^2\dot{\theta}\overline{1}_z$$

3. Dans les axes principaux Oxyz tel que précisé sur le dessin.

$$\overline{m}_O = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \dot{\varphi}\sin\alpha - \dot{\phi} \\ 0 \\ \dot{\varphi}\cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A\left(\dot{\varphi}\sin\alpha - \dot{\phi}\right) \\ 0 \\ B\dot{\varphi}\cos\alpha \end{pmatrix}$$

$$où \quad A = \frac{MR^2}{2};\ B = M\frac{R^2}{4} + ML^2 + \frac{mL^2}{3}$$

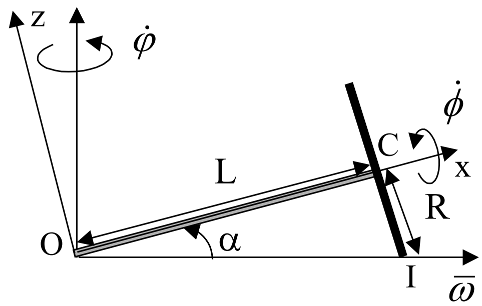
$$B = I_{disque}\left(= I_{diamètre} + Md_{(diamètre-axe\ Z)}\right) + I_{tige}$$

v_C = vitesse C $\in$ tige = vitesse C $\in$ disque.

$$L\cos\alpha\dot{\varphi} = \overline{\omega} \times \overline{CI} \ => \ \sqrt{R^2+L^2}\dot{\varphi} = R\dot{\phi} \ => \ \dot{\phi} = \frac{\dot{\varphi}}{\sin\alpha}$$

$$\overline{m}_O = -A\dot{\varphi}\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\overline{1}_x + B\dot{\varphi}\cos\alpha\overline{1}_z$$

$$\frac{d\overline{m}_O}{dt} = -A\ddot{\varphi}\frac{\cos^2\alpha}{\sin\alpha}\overline{1}_x - \dot{\varphi}^2\cos\alpha\sin\alpha(B + A\text{cotg}^2\alpha)\overline{1}_y + B\ddot{\varphi}\cos\alpha\overline{1}_z$$



4. $\overline{m}_A = \overline{\overline{I}}_A.\overline{\omega} + M\overline{AG} \times \overline{v}_A$

$o\grave{u}\ \ \overline{\omega} = \dot{\theta}\dfrac{\sqrt{2}}{2}(\overline{1}_\xi + \overline{1}_\varsigma);$

Axes (η', ξ, ς') *centrés au centre de la base* $(\eta'^2 + \xi'^2 = r^2)$

$$I_{\varsigma' G} = \rho\int_0^R rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h d\varsigma'(\eta'^2 + \xi'^2) = \rho\frac{\pi}{2}R^4 h = \frac{MR^2}{2};\ \ I_\varsigma = \frac{MR^2}{2} + MR^2 = \frac{3}{2}MR^2$$

$$I_{\eta'} = I_\xi = \rho\int_0^R rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h d\varsigma'(\varsigma'^2 + \eta'^2) = \frac{I_{\varsigma' G}}{2} + \rho\int_0^R rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h d\varsigma'\,\varsigma'^2 = \frac{MR^2}{4} + \frac{Mh^2}{3}$$

$$P_{\xi\eta} = \rho\int_0^R rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h d\varsigma'(\xi\eta') = 0;$$

$$P_{\xi\varsigma} = \rho\int_0^R rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h d\varsigma'\left((\xi'_G + R)\varsigma'\right) = P_{\xi'\varsigma'} + \rho\int_0^R rdr \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^h d\varsigma'\varsigma' R = -\frac{MRh}{2}$$

$$M\overline{AG} \times \overline{v}_A = -\frac{\sqrt{2}}{2}M(R + \frac{h}{2})\dot{z}\overline{1}_\eta$$

$$\overline{m}_A = \frac{M\sqrt{2}}{24}\dot{\theta}\left[\left(3R^2 + 4h^2 + 6Rh\right)\overline{1}_\xi + \left(18R^2 + 6Rh\right)\overline{1}_\varsigma\right] - \frac{\sqrt{2}}{2}M(R + \frac{h}{2})\dot{z}\overline{1}_\eta$$

Les corrigés mis à jour sont sur le site de méca : http://cfao.ulb.ac.be/cfao/ aller dans Teaching>Tps>mécaII et sélectionner les TP 2002-2003. (Login : Student, mot de passe : Newton)

La liste des numéros de binômes et du sujet attribué pour le projet Matlab est aux valves ainsi que dans Teaching>Groups. En cas de problème, je suis joignable par mail : emmanuelle.vin@ulb.ac.be