THEOREME GENERAUX

$$\frac{d}{dt}\overline{R}=\sum\overline{F}_{\text{e}}$$

$$\frac{d}{dt}\overline{M_A}=m\overline{v_G}\times\overline{v_A}+\overline{m}_{\text{e},A}\quad\text{avec}\quad\overline{M_A}=\overline{M_B}+\overline{AB}\times\overline{R}\quad\text{ou}\quad\overline{M}_A=m\overline{AG}\times\overline{v}_A+\overline{\overline{I}}_A.\overline{\omega}$$

$$\frac{d}{dt}T=\sum\overline{F}_h.\overline{v}_h\quad\text{avec}\quad T=\frac{mv_A^2}{2}+m\overline{v}_A.\left(\overline{\omega}\times\overline{AG}\right)+\frac{1}{2}\overline{\omega}.\overline{\overline{I}}_A.\overline{\omega}$$

Attention : Tous les systèmes d'axes peuvent être utilisés dans ces théorèmes mais il ne faut jamais oublier de dériver les axes variables.

$$\frac{d}{dt}\overline{R}=\overline{F}_{\text{e}}\ \text{avec}\ \begin{cases}\overline{R}=\sum_i\overline{R_i}\\ \overline{R_i}=m\overline{v}_{G_i}\\ \overline{v}_{G_i}=\overline{v}_{O_i}+\overline{\omega}_{S_i}\times\overline{OG_i}\ \text{avec}\ O_i\ \text{un point du solide}\ i\\ \overline{F}_e=\overline{R}_{\text{extérieures}}+\sum_i m_i\overline{g}\end{cases}$$

$$\frac{d}{dt}\overline{M_O}=\overline{m}_{\text{e},O}\ \text{avec}\ \begin{cases}\overline{M_O}=\sum_i\overline{M_{O_i}}\\ \overline{M_{O_i}}=\overline{M_{G_i}}+\overline{OG_i}\times\overline{R_i}\\ \overline{M_{G_i}}=\overline{\overline{I}}_{G_i}.\overline{\omega}_i\\ \overline{R_i}=m\overline{v}_{G_i}\\ \overline{m}_{\text{e},O}=\sum_i\overline{OG_i}\times m\overline{g}+\overline{OP_i}\times\overline{F}_{\text{extérieures}}+\overline{C}_{\text{extérieures}}\end{cases}$$

Conservation de la résultante cinétique

Pour un système particulier : $\frac{d}{dt}\overline{R}=0 \Rightarrow \overline{R}_{t_1}=\overline{R}_{t_2}$

1. Identifier les états du système entre lesquels il n'y a pas de forces extérieures pour pouvoir appliquer cette formule.
2. Calculer la résultante cinétique dans les deux états (pour un système : somme des résultantes de chaque solide)

Conservation du moment cinétique

Pour un système particulier : $\frac{d}{dt}\overline{M}_O=0 \Rightarrow \overline{M}_{O\,t_1}=\overline{M}_{O\,t_2}$

=> Pour une rotation autour d'un axe principal d :

$$\frac{d}{dt}\overline{M}_O=0 \Rightarrow \left[I_d.\omega\right]_{t_1}=\left[I_d.\omega\right]_{t_2} \Rightarrow I_{d\,t_1}.\omega_{t_1}=I_{d\,t_2}.\omega_{t_2}$$

Donc si I_d diminue entre le temps t_1 et t_2, la vitesse angulaire doit augmenter entre ces deux instants.

Pour le calcul : Les théorèmes généraux sont essentiellement utilisés pour déterminer des réactions de liaison.

3. Analyser quel théorème nous donnerait l'inconnue demandée
4. Avant de se lancer dans les calculs, énumérer rapidement les inconnues qui apparaitront dans l'équation.
5. Se placer dans le cas particulier de l'exercice : simplifier la formule (au centre de masse, en un point fixe…)
6. Calculer chaque terme $\overline{R}$ et $\overline{F}_{\mathrm{e}}$ ou $\overline{M_O}$ et $\overline{m}_{\mathrm{e},O}$. Dans le système d'axe le plus simple. => Faire le changement de base pour exprimer tous les termes dans un même repère au moment de l'égalité.
7. Pour calculer $\overline{M_O}$, utiliser la formule adéquate (le point appartient ou non au solide ? Le point est fixe ?)
8. Ne pas oublier de dériver les axes quand on dérive la résultante cinétique ou le moment cinétique.

Calcul des forces extérieures et moments extérieurs

Notons que le calcul de la dérivée de la résultante cinétique nous donne la somme des forces extérieures sans être obligé de faire un bilan de force. De la même manière, la dérivée du moment cinétique (en un point fixe ou au centre de masse) nous donne la somme des moments des forces éxtérieures appliqués au système.