

Séance d'exercices n°10

Equations différentielles ordinaires

Exercice 1 Problème de Cauchy

Calculez une solution approchée du problème de Cauchy :

$$\begin{aligned} y'(x) &= f(x, y(x)) = -5/y^2(x) + x & 0 \leq x \leq 15 \\ y(0) &= -1 \end{aligned}$$

Posez $x_0 = 0$ et $x_n = x_0 + n.h$ ($n = 1, 2, \dots, N_h$), puis appliquez les méthodes suivantes en prenant comme pas d'intégration $h = 0.60, 0.50, 0.30, 0.25, 0.15, 0.10, 0.05$:

la méthode d'Euler explicite, la méthode d'Euler implicite, la méthode de Heun (Runge-Kutta à deux paramètres) et la méthode de Crank-Nicholson. Organisez vos programmes pour pouvoir représenter les diverses solutions obtenues sur une même figure. Comparez et commentez les résultats obtenus dans les quatre cas et calculez une solution approchée à l'aide de *ode45*.

Exercice 2

Résolvez numériquement le problème de Cauchy :

$$\begin{aligned} y'(x) - y(x) &= 2.\cos(2x) - \sin(2x) & 0 \leq x \leq L \\ y(0) &= 0 \end{aligned}$$

au moyen des procédures *ode45*, *ode15s*, *ode113*, ... de Matlab, pour $L = 5, 10, 15, 20$.

Comparez les résultats à la solution analytique et à ceux que fournissent les méthodes d'Euler explicite et implicite pour un pas d'intégration $h = 10^{-5}$. Que constatez-vous ? Comment expliquer ce constat ?