

Séance d'exercices n°9

Intégration numérique

Exercice 1

Calculez l'intégrale définie $\int_0^{\pi/4} \arctan(u) du$ par la méthode des trapèzes. Donnez un majorant de l'erreur commise et déterminez le nombre d'intervalles de division du domaine d'intégration pour que l'erreur soit de l'ordre de 10^{-8} .

Exercice 2

Calculez l'approximation $S_3(16)$ (Romberg) de l'intégrale définie $\int_0^1 \sin \frac{\pi \varphi^2}{2} d\varphi$ et comparez les résultats à ceux que vous obtenez grâce à la procédure *quad*.

Exercice 3

Ecrivez un programme pour calculer une valeur approchée de l'intégrale définie $\int_a^b f(x) dx$

- a) par la méthode des trapèzes;
- b) par la méthode de Simpson;
- c) par la méthode de Romberg.

Utilisez ces programmes pour tabuler l'intégrale de Fresnel $C(u) = \int_0^u \cos \frac{\pi \varphi^2}{2} d\varphi$ dans l'intervalle $[0, 5]$.

Exercice 4

Calculez une approximation de l'intégrale de l'exercice 1 en appliquant la méthode de Gauss-Legendre à 5 points.

NB : les poids et abscisses sont

X_i	W_i
-0.906179845938664	0.236926885056189
-0.538469310105683	0.478628670499366
0.000000000000000	0.568888888888889
0.538469310105683	0.478628670499366
0.906179845938664	0.236926885056189