

Séance d'exercices n°4

Exercice 1

Terminer les exercices de la séance 3.

Exercice 2

Résoudre les systèmes suivants par la méthode de Newton–Raphson :

$$\begin{aligned}f(x,y) &= x^3 - y^5 + 31 = 0 \\g(x,y) &= 2x^5 - y^4 + 14 = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}f(x,y) &= \sin^2 x - 2 + y^4 = 0 \\g(x,y) &= [1 - \sin^2(7x/10 + \pi/3)]^3 + 5(1 - y) = 0\end{aligned}$$

La méthode de Newton–Raphson est la généralisation de la méthode de Newton (ou de la tangente) :

- 1) On se donne un couple (x_1, y_1) « proche » d'une solution du système
- 2) On calcule $\mathbf{X}_{n+1} = \mathbf{X}_n + \Delta\mathbf{X}_n$ pour $n = 1, 2, 3, \dots$

où $\mathbf{X}_n$ est le vecteur colonne $(x_n, y_n)'$ et où le terme correctif $\Delta\mathbf{X}_n$ est obtenu en résolvant le système

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}_n) \Delta\mathbf{X}_n = -\mathbf{F}(\mathbf{X}_n)$$

$\mathbf{J}$ étant la matrice jacobienne formée des dérivées partielles de $\mathbf{F}$, vecteur colonne constitué des fonctions f et g données.

NB : la procédure s'étend aisément à un système de N équations non linéaires à N inconnues.

Exercice 3

Résoudre les systèmes de l'exercice 2, sans calculer les dérivées partielles des fonctions f et g , en remplaçant la matrice jacobienne par une approximation.