

Université Libre de Bruxelles
Faculté des Sciences appliquées

Nom, Prénom:
Numéro:

Analyse complexe
Examen du 13 juin 2012
Partie I: Théorie

Remarques importantes

- Répondez à chaque question sur la ou les feuilles (recto et verso) blanches qui suivent directement cette question.
- Indiquez votre nom et le numéro placé sur votre table sur chaque feuille.
- Ne dégrafez pas les feuilles.
- L'examen de théorie dure 60 minutes.

Nom, Prénom:

Numéro:

1. Soit un système linéaire permanent stable décrit par sa fonction de transfert $H(p)$. Ce système est soumis à l'entrée $u(t) = \beta \sin \alpha t$ où α et β sont des réels positifs.
 - (a) Indiquez l'expression de la sortie $y(t)$ pour cette entrée.
 - (b) Démontrez cette expression en 20 lignes au maximum en justifiant chaque étape.

Nom, Prénom:

Numéro:

Nom, Prénom:

Numéro:

2. Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausses ? Justifiez chaque réponse en 20 lignes au maximum.
 - (a) Soit une fonction $x(t)$ vérifiant les conditions de Dirichlet, et soit $X(i\omega)$ sa transformée de Fourier. Un décalage dans le temps de $x(t)$ n'influence que l'argument de $X(i\omega)$.
 - (b) Toute fonction d'une variable complexe $f(z)$ qui est dérivable en $z_0 \in \mathbb{C}$ est analytique en z_0 .
 - (c) Soit $H(p)$ la fonction de transfert d'un système linéaire permanent causal. Si $H(p)$ est une fraction rationnelle et qu'elle possède un pôle à partie réelle positive, alors le système est instable.

Nom, Prénom:

Numéro:

Nom, Prénom:

Numéro:

Nom, Prénom:

Numéro:

Nom, Prénom:

Numéro:

3. Soit $f(z)$ une fonction analytique et non nulle sur un chemin admissible simple fermé C orienté dans le sens positif. En outre $f(z)$ est analytique dans \mathcal{D} , le domaine intérieur à C . Elle possède un seul zéro intérieur à C , noté z_0 . Ce zéro est de multiplicité α . Montrez que:

$$\oint_C \frac{f'(z)}{f(z)} dz = 2\pi i \alpha$$

Nom, Prénom:

Numéro:

Nom, Prénom:

Numéro: