

## Séance 2:

### Théorèmes de l'algèbre de Boole

#### 1. Codes pondérés

- Comment se représentent les chiffres 0 ... 9 dans le code auto complémentaire 1224 ?
- Effectuer l'opération  $199 + 124$  après avoir représenté les nombres en BCD.

#### 2. Détection d'erreurs

Les 4 mots suivants de 4 bits sont transmis : 1011, 1001, 1011, 1101

Le bit le moins significatif de chaque mot est un bit de parité (impair). Le dernier mot est composé de bits de parité (paire) portant sur les bits de même position des mots précédemment transmis.

Une erreur s'est-elle produite lors de la transmission ? Si oui, corrigez-la.

#### 3. En utilisant les axiomes prouver les théorèmes suivants (les preuves de T5 et T6 peuvent être faites avec des tables):

$$A1a : x \in B, y \in B \rightarrow x + y \in B$$

$$A1b : x \in B, y \in B \rightarrow x \cdot y \in B$$

$$A2a : x + 0 = x$$

$$A2b : x \cdot 1 = x$$

$$A3a : x \cdot (y + z) = x \cdot y + x \cdot z$$

$$A3b : x + yz = (x + y)(x + z)$$

$$A4a : x + y = y + x$$

$$A4b : x \cdot y = y \cdot x$$

$$A5a : x + \bar{x} = 1$$

$$A5b : x \cdot \bar{x} = 0$$

$$A6 : \exists x, y \in B : x \neq y$$

$$T1a : x + x = x$$

$$T1b : x \cdot x = x$$

$$T2a : x + 1 = 1$$

$$T2b : x \cdot 0 = 0$$

$$T3a : x + y \cdot x = x$$

$$T3b : x \cdot (x + y) = x$$

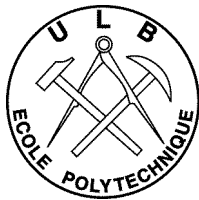
$$T4 : \overline{(\bar{x})} = x$$

$$T5a : (x + y) + z = x + (y + z)$$

$$T5b : x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$$

$$T6a : \overline{(x + y)} = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

$$T6b : \overline{(x \cdot y)} = \bar{x} + \bar{y}$$



1.

a)

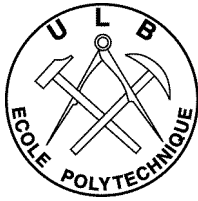
| Dec | Code 1224 |
|-----|-----------|
| 0   | 0000      |
| 1   | 1000      |
| 2   | 0100      |
| 3   | 1100      |
| 4   | 0001      |
| 5   | 1110      |
| 6   | 0011      |
| 7   | 1011      |
| 8   | 0111      |
| 9   | 1111      |

b)

|     |          |          |                  |                  |
|-----|----------|----------|------------------|------------------|
| 199 | 0001     | 1001     | 1001             |                  |
| 124 | 0001     | 0010     | 0100             |                  |
|     | 0010     | 1011     | 1101             | >9 corr. (+0110) |
|     |          |          | 0110             |                  |
|     |          | 1100     | >9 corr. (+0110) | 0011             |
|     |          | 0110     |                  |                  |
|     | 0011 (3) | 0010 (2) | 0011 (3)         |                  |

2.

|    |        |    |    |            |
|----|--------|----|----|------------|
| 1  | 0      | 1  | 1  | imp        |
| 1  | 0      | 0  | 1  | pair->err. |
| 1  | 0      | 1  | 1  | imp        |
| 1  | 1      | 0  | 1  |            |
| ok | erreur | ok | Ok |            |



$$T1a : x + x = x$$

$$x + x = (x + x) \cdot 1, A2b$$

$$= (x + x)(x + \bar{x}), A5a$$

$$= x + x \cdot \bar{x}, A3b$$

$$= x + 0, A5b$$

$$= x, A2a$$

$$T2a : x + 1 = 1$$

$$x + 1 = (x + 1) \cdot 1, A2b$$

$$= (x + 1)(x + \bar{x}), A5a$$

$$= x + 1 \cdot \bar{x}, A3b$$

$$= x + \bar{x}, A2b$$

$$= 1, A5a$$

$$T3a : x + x \cdot y = x$$

$$x + x \cdot y = x \cdot 1 + x \cdot y, A2b$$

$$= x \cdot (1 + y), A3a$$

$$= x \cdot 1, T2a$$

$$= x, A2b$$

$$T1b : x \cdot x = x$$

$$x \cdot x = x \cdot x + 0, A2a$$

$$= x \cdot x + x \cdot \bar{x}, A5b$$

$$= x(x + \bar{x}), A3a$$

$$= x \cdot 1, A5a$$

$$= x, A2b$$

$$T2b : x \cdot 0 = 0$$

$$x \cdot 0 = x \cdot 0 + 0, A2a$$

$$= x \cdot 0 + x \cdot \bar{x}, A5b$$

$$= x \cdot (0 + \bar{x}), A3a$$

$$= x \cdot \bar{x}, A2a$$

$$= 0, A5b$$

$$T3b : x \cdot (x + y) = x$$

$$x \cdot (x + y) = (x + 0) \cdot (x + y), A2a$$

$$= x + (0 \cdot y), A3b$$

$$= x + 0, T2b$$

$$= x, A2a$$

T6a

| x | y | $\overline{(x + y)}$   | $\bar{x} \cdot \bar{y}$ |
|---|---|------------------------|-------------------------|
| 0 | 0 | $0+0=0, \Rightarrow 1$ | $1*1=1$                 |
| 0 | 1 | $0+1=1, \Rightarrow 0$ | $1*0=0$                 |
| 1 | 0 | $1+0=1, \Rightarrow 0$ | $0*1=0$                 |
| 1 | 1 | $1+1=1, \Rightarrow 0$ | $0*0=0$                 |

T6b

| x | y | $\overline{(x \cdot y)}$ | $\bar{x} + \bar{y}$ |
|---|---|--------------------------|---------------------|
| 0 | 0 | $0*0=0, \Rightarrow 1$   | $1+1=1$             |
| 0 | 1 | $0*1=0, \Rightarrow 1$   | $1+0=1$             |
| 1 | 0 | $1*0=0, \Rightarrow 1$   | $0+1=1$             |
| 1 | 1 | $1*1=1, \Rightarrow 0$   | $0+0=0$             |