Chapitre 5 :

LE MOTEUR ASYNCHRONE

Chapitre 5 :

LE MOTEUR ASYNCHRONE

5.1. PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

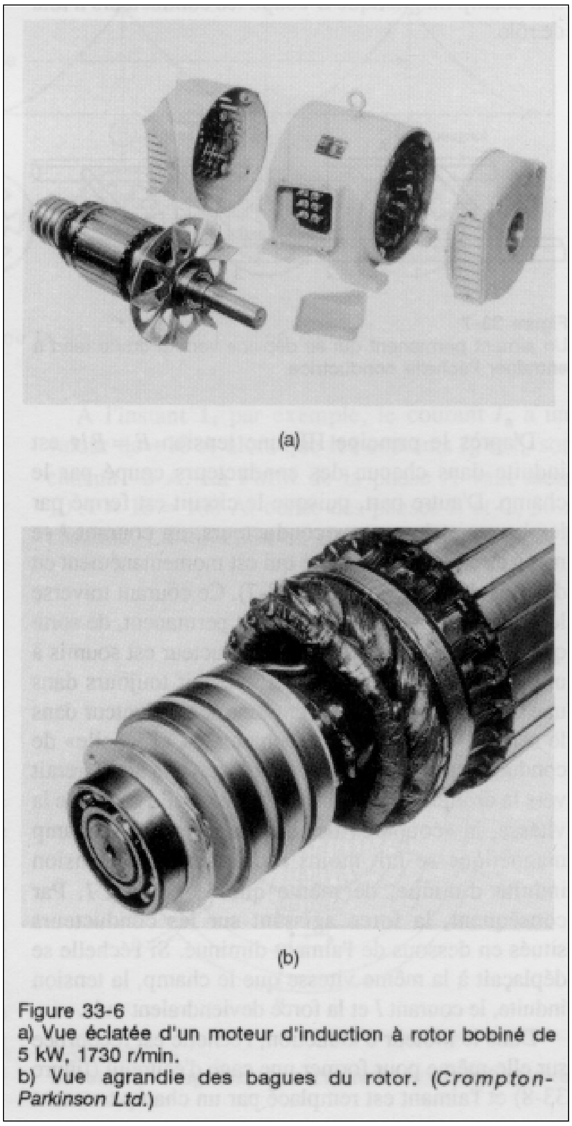


Figure 5.1-1

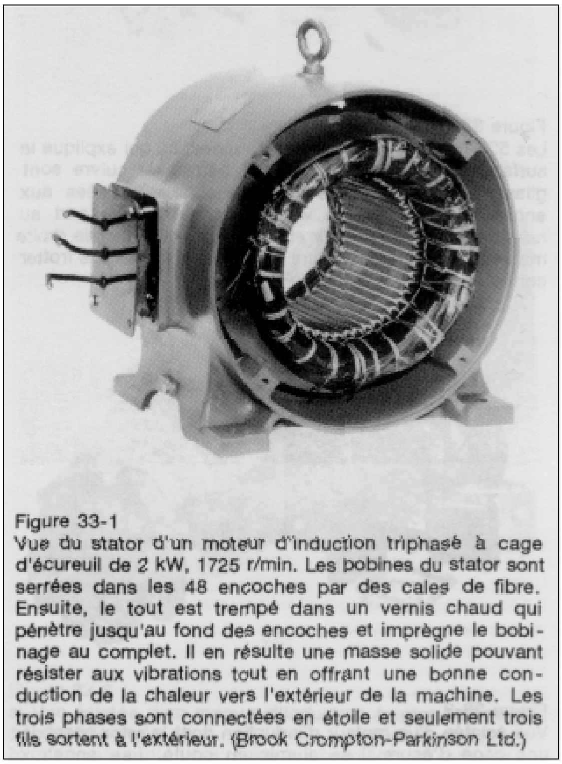


Figure 5.1-2

Considérons une machine à ***entrefer constant*** comportant 3 phases statoriques ***A, B, C*** comportant chacune N_1 spires effectives et 3 phases rotoriques ***a, b, c*** comportant chacune N_2 spires effectives (Figure 5.1-1 et Figure 5.1-2, extraites de [WIL02]). Ces enroulements sont connectés en **Y** ou en **Δ**. Les phases du stator sont alimentées par une source de tension triphasée équilibrée d'ordre direct et généralement parcourues par un système de courants équilibrés d'ordre direct (le stator est analogue à celui d'une machine synchrone, machine qui n'est pas étudiée dans ce cours).

Les connexions rotoriques sont ramenées à des bagues conductrices sur lesquelles reposent des balais fixes pour permettre le réglage des tensions rotoriques. Enfonctionnement normal, le **rotor** n'est relié à aucune alimentation extérieure (ni continue, ni alternative), il est fermé sur lui-même ; les trois phases sont donc en court-circuit.

Le **couple moteur** résulte de l'action du champ **tournant** (ce fait sera démontré au § suivant) du stator sur les courants **induits** par ce champ dans les conducteurs du rotor. C'est pourquoi, une autre terminologie est utilisée pour ce moteur : **moteur à induction (ou machine d'induction)**.

On montrera que la vitesse de rotation du rotor Ω_r n'est jamais égale à la vitesse de rotation du champ tournant statorique Ω_s . En effet, si nous avions les mêmes vitesses, nous n'aurions donc plus de **vitesse relative** de l'un par rapport à l'autre : nous n'aurions donc plus de courants induits et donc plus de couple. C'est la raison de l'appellation de ce type de machine : **asynchrone**.

Avant d'entrer dans les détails de fonctionnement de cette machine, il importe d'examiner plus avant la forme du champ magnétique dans l'entrefer, la disposition des conducteurs permettant d'obtenir une répartition spatiale sinusoïdale de l'induction. Ceci nous permettra d'utiliser efficacement les notions de **phaseur** dans l'étude des machines à courant alternatif. Cela permettra de formuler les expressions des inductances propres et mutuelles des enroulements. Il sera alors possible d'utiliser la méthode - plus systématique - des circuits, alors que, pour l'étude de la machine à courant continu, la méthode des champs avait été préférée pour son approche plus physique des phénomènes.

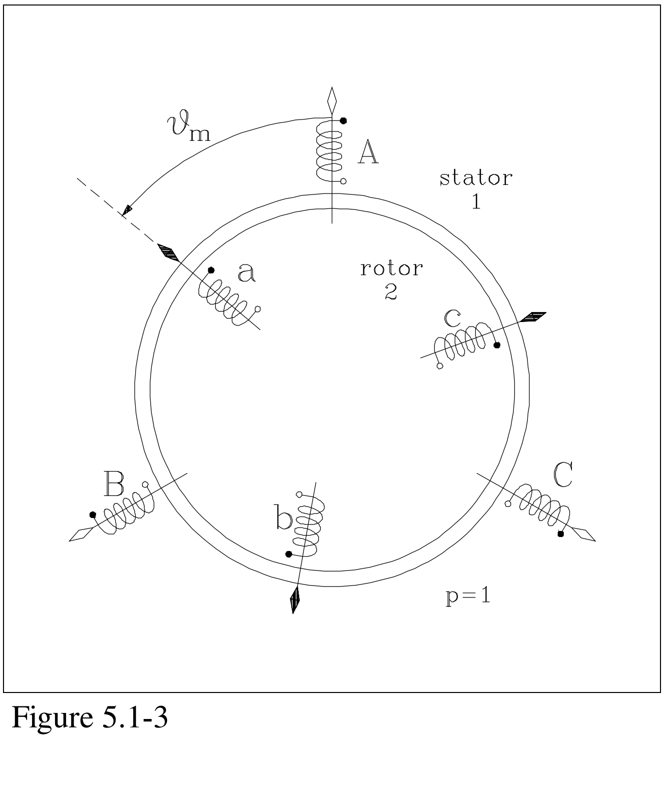


Figure 5.1-3

La structure de cette machine est électriquement identique à celle explicitée a la Figure 5.1-3.

5.2. CHAMPS FIXES ET CHAMPS TOURNANTS

5.2.1. Champ fixe

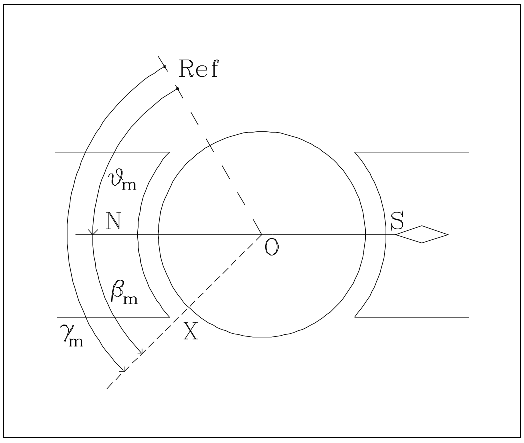


Figure 5.2-1

Dans la théorie élémentaire du § 2.4, comme dans les machines à courant continu, l'inducteur est localisé au **stator**.

Si la répartition de l'induction est **sinusoïdale** dans l'entrefer, définissons le vecteur **spatial** fixe $\overline{B}$ (noté ——<>) dont l'amplitude B^M est égale à la valeur maximale de l'induction et qui est aligné selon la direction de ce maximum, c'est-à-dire selon l'axe de la bobine inductrice ou des pôles ***NS***. L'induction en un point ***X***, repéré par la coordonnée angulaire β_m vaut :

$$\begin{aligned} B_X &= B^M \cos(p\beta_m) \\ &= B^M \cos\beta \qquad si\ on\ pose\ \beta = p\beta_m \end{aligned} \tag{5.2-1}$$

Si l'amplitude B^M est une constante en fonction du temps, la valeur de l'induction en chaque point ***X*** reste constante en fonction du temps.

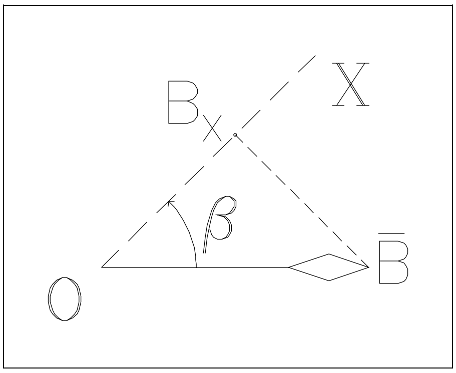


Figure 5.2-2

Grâce à l'hypothèse de sinusoïdalité de la répartition de l'induction, la valeur de B en un point X décalé de β_m par rapport à l'axe ***NS*** s'obtient par simple projection de $\overline{B}$ sur un axe décalé de $\beta = p\beta_m$ (Figure 5.2-2).

Pour généraliser cette notion, considérons un axe de référence quelconque. Par rapport à cette référence, l'axe ***NS*** d'un pôle est décalé mécaniquement de θ_m et électriquement de $\theta = p\theta_m$, alors que le point X est décalé mécaniquement de γ_m et électriquement de $\gamma = p\gamma_m$.

Il vient évidemment :

$$\begin{aligned} \beta_m &= \gamma_m - \theta_m \\ ou\quad \beta &= \gamma - \theta \end{aligned} \tag{5.2-2}$$

Il est intéressant de considérer le plan de la Figure 5.2-1 et de la Figure 5.2-2 comme un plan complexe où l'axe de référence est l'axe réel.

Dans ce cas, le **vecteur** $\overline{\boldsymbol{B}}$ est représenté par le nombre complexe

$$\overline{\boldsymbol{B}} \quad = \quad \boldsymbol{B}^{M} \; \boldsymbol{e}^{j\theta} \qquad (5.2\text{-}3)$$

La projection de $\overline{\boldsymbol{B}}$ sur l'axe $\boldsymbol{X}$ vaut

$$\boldsymbol{B}_X \quad = \quad \mathbb{R}\boldsymbol{e}\; (\overline{\boldsymbol{B}}\; \overline{\mathbf{1}}_X^{*}) \qquad (5.2\text{-}4)$$

en appelant $\overline{\mathbf{1}}_X$ le vecteur aligné selon l'angle électrique du rayon $\boldsymbol{OX}$:

$$\overline{\mathbf{1}_X} \quad = \quad \mathbf{1} \;\angle\gamma \qquad (5.2\text{-}5)$$

La relation s'écrit encore :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B}_X &= \mathbb{R}\boldsymbol{e}\; (\boldsymbol{B}^{M}\; \boldsymbol{e}^{j(\theta-\gamma)}) \\ &= \mathbb{R}\boldsymbol{e}\; (\boldsymbol{B}^{M}\; \boldsymbol{e}^{-j\beta}) \qquad (5.2\text{-}6) \\ &= \boldsymbol{B}^{M}\; \cos\; \beta \end{aligned}$$

Cette relation est identique à *(5.2-1)*.

Nous avons défini un champ fixe dont l'amplitude peut cependant être fonction du temps $\boldsymbol{B}^{M} = \boldsymbol{f(t)}$. Prenons l'exemple d'une variation sinusoïdale $\boldsymbol{B}^{M} = \boldsymbol{B}_{M} \cos\,(\omega t)$.

La relation *(5.2-1)* devient

$$\boldsymbol{B}_X \quad = \quad \boldsymbol{B}_M\; \cos\; \beta\; \cos(\omega t) \qquad (5.2\text{-}7)$$

En tout point $\boldsymbol{X}$, l'induction varie sinusoïdalement avec le temps. Elle a la même phase partout et son amplitude vaut

$$\boldsymbol{B}_{M,X} \quad = \quad \boldsymbol{B}_M\; \cos\; \beta \qquad (5.2\text{-}8)$$

c'est-à-dire la projection du vecteur $\overline{\boldsymbol{B}}$ sur l'axe $\boldsymbol{X}$.

La Figure 5.2-3 illustre cette variation sinusoïdale tant dans le temps que dans l'espace de l'induction. On constate l'existence de noeuds et de ventres.

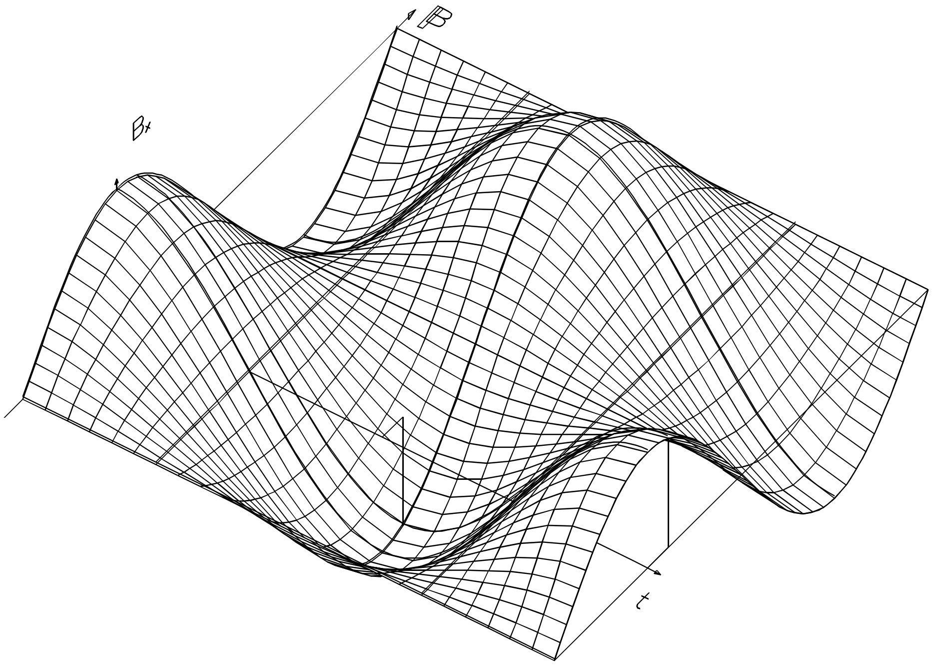


Figure 5.2-3

Si la répartition de l'induction est quelconque, il est possible d'utiliser un développement en série de Fourier. Du fait de la symétrie, seuls les harmoniques impairs existent :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B_X} &= \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{B_i^M} \ \mathbf{cos}\ [(2\boldsymbol{i}+1)\ \boldsymbol{p}\beta_{\boldsymbol{m}}] \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \boldsymbol{B_i^M} \ \mathbf{cos}\ [(2\boldsymbol{i}+1)\ \beta] \end{aligned} \qquad (5.2\text{-}9)$$

Pour l'harmonique de rang $n = 2i + 1$, la machine apparaît comme possédant $n\ p$ paires de pôles. L'amplitude d'un harmonique d'induction de rang n en un point X (décalé de $ß_m$) s'obtient encore par projection du vecteur $\overline{B_n}$ mais sur un axe décalé de $n\ ß = n\ p\ ß_m$.

5.2.2. Champ tournant - Conventions

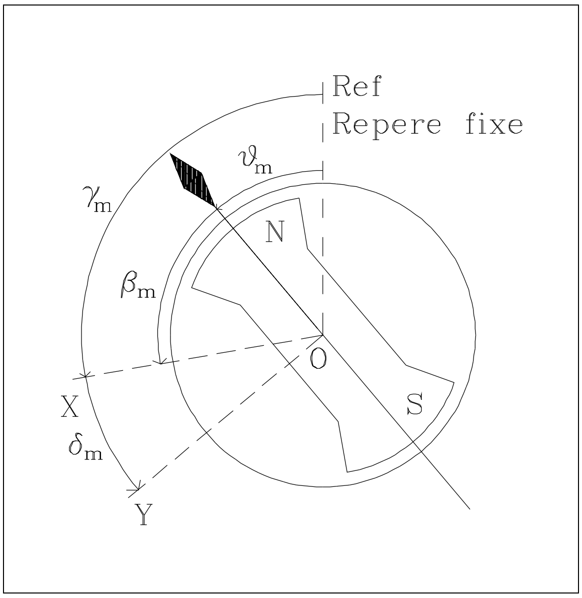


Figure 5.2-4

Dans les machines synchrones à courant alternatif, l'inducteur est localisé au rotor et l'induit au stator. Nous définissons donc de la même manière le vecteur spatial $\bar{\boldsymbol{B}}$ (noté ——◆) qui n'est plus fixe mais tournant et conduit à la notion de champ sinusoïdal **tournant** (*(5.2-9)*).

L'observateur embarqué sur le rotor voit un champ fixe, sinusoïdal dans l'espace.

- Le sens positif de rotation et celui des angles est le sens positif de la trigonométrie.
- L'angle $\boldsymbol{\gamma_m}$ repère le point ***X*** par rapport à un axe statorique fixe : coordonnée statorique.
- L'angle $\boldsymbol{\beta_m}$ repère le point ***X*** par rapport à l'axe ***N*** de l'inducteur : coordonnée rotorique.
- L'angle $\boldsymbol{\theta_m}$ repère l'axe ***N*** de l'inducteur par rapport à l'axe statorique de référence.
- L'induction allant du pôle ***N*** au pôle ***S*** est comptée positivement dans l'entrefer du rotor vers le stator (La convention inverse est utilisée dans les machines à courant continu).

5.2.3. Induction en un point fixe *X*

Si la répartition spatiale de l'induction est sinusoïdale, sa valeur en ***X*** vaut :

$$\boldsymbol{B_X = B^M \cos(p\ \beta_m) \quad ou \quad = B^M \cos\beta} \qquad (5.2\text{-}10)$$

Mais la coordonnée $\boldsymbol{\beta_m}$ n'est pas constante puisque le rotor tourne, supposons à **vitesse constante** $\boldsymbol{\Omega_r}$.

Il vient :

$$\boldsymbol{\theta_m = \Omega_r\ t + \theta_{m0}} \qquad (5.2\text{-}11)$$

si $\boldsymbol{\theta_{m0}}$ est la position du rotor à l'instant $\boldsymbol{t = 0}$

donc

$$\boldsymbol{\theta} \;=\; \boldsymbol{p}\ \boldsymbol{\theta}_m \;=\; \boldsymbol{p}\ \boldsymbol{\Omega}_r\ \boldsymbol{t} + \boldsymbol{p}\ \boldsymbol{\theta}_{m0} \;=\; \boldsymbol{\omega}\ \boldsymbol{t} + \boldsymbol{\theta}_0 \qquad (5.2\text{-}12)$$

en posant $\boldsymbol{\omega = p\ \Omega_r}$ et $\boldsymbol{\theta_0 = p\ \theta_{m0}}$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B_X} &= \mathbb{R}\boldsymbol{e}\ (\overline{\boldsymbol{B}}\ \overline{\mathbf{1}^*_X}) \\ &= \mathbb{R}\boldsymbol{e}\ (\boldsymbol{B}^{\,M}\ \boldsymbol{e}^{j(\theta-\gamma)}) \\ &= \mathbb{R}\boldsymbol{e}\ (\boldsymbol{B}^{\,M}\ \boldsymbol{e}^{j(\omega t+\theta_0-\gamma)}) \\ &= \boldsymbol{B}^{\,M}\ \mathbf{cos}\ (\boldsymbol{\omega t}+\boldsymbol{\theta}_0-\boldsymbol{\gamma}) \end{aligned} \qquad (5.2\text{-}13)$$

$\boldsymbol{B_X}$ varie sinusoïdalement dans le temps. Cette relation peut encore s'écrire :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{B_X} &= \mathbb{R}\boldsymbol{e}\ (\boldsymbol{B}^{\,M}\ \boldsymbol{e}^{j(\theta_0-\gamma)}\ \boldsymbol{e}^{j\omega t}) \\ &\equiv \mathbb{R}\boldsymbol{e}\ (\underline{\boldsymbol{B}}\ \sqrt{\mathbf{2}}\ \boldsymbol{e}^{j\omega t}) \end{aligned} \qquad (5.2\text{-}14)$$

en définissant le phaseur

$$\underline{\boldsymbol{B}} \;=\; \frac{\boldsymbol{B}^{\,M}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\ \boldsymbol{e}^{j(\theta_0-\gamma)} \qquad (5.2\text{-}15)$$

*En un point **Y**, décalé en **AV** d'un angle mécanique $\boldsymbol{\delta_m}$ et électrique $\boldsymbol{\delta = p\delta_m}$, l'induction a la même amplitude mais est décalée en **AR** de $\boldsymbol{\delta}$.*

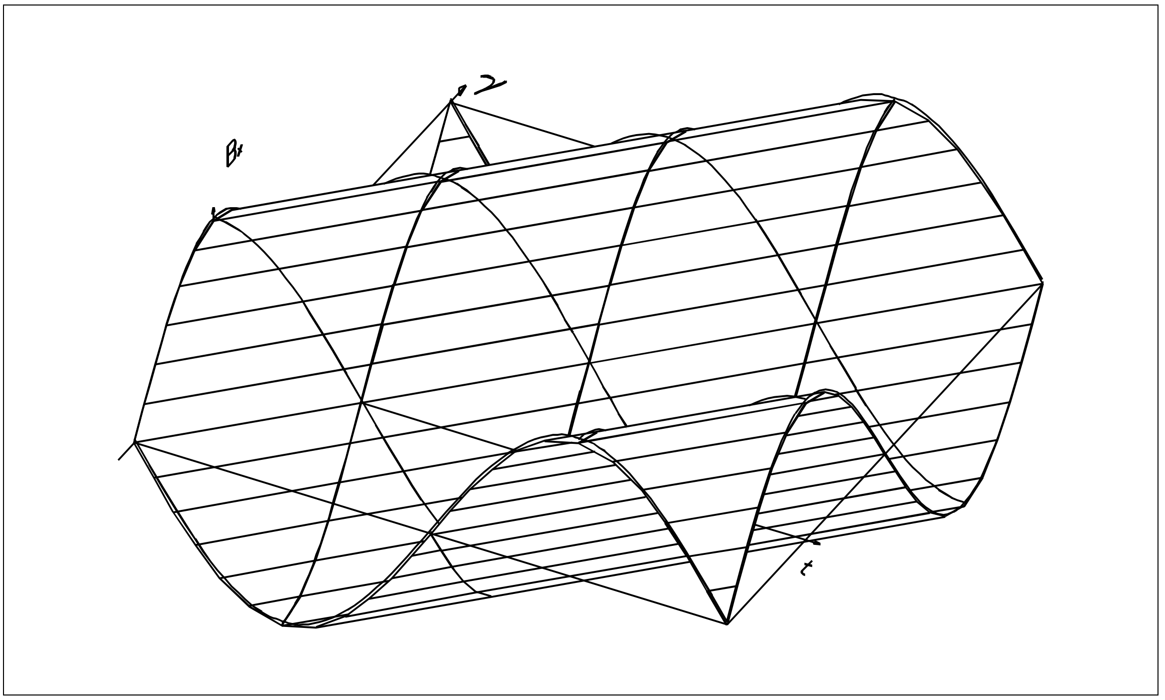


Figure 5.2-5

La Figure 5.2-5 illustre le fait que pour un observateur **rotorique** (= embarqué sur le rotor), la répartition spatiale de l'induction est **fixe** et représentée par une sinusoïde alors qu'un observateur **statorique** (= fixe) voit passer un **champ tournant** (= glissant pour la figure) et qu'il constate donc une variation sinusoïdale dans le temps de l'induction. Un observateur statorique placé à un autre endroit voit le même champ tournant donc une variation sinusoïdale dans le temps de l'induction de même amplitude mais déphasée.

Les relations *(5.2-10)* et *(5.2-14),* Figure 5.2-7, montrent que $\boldsymbol{B_X}$ et $\boldsymbol{B_Y}$ peuvent s'obtenir par deux raisonnements différents.

D'abord, en considérant que $\boldsymbol{B_X}$ et $\boldsymbol{B_Y}$ sont respectivement la projection sur $\boldsymbol{OX}$ et $\boldsymbol{OY}$, décalés de γ et $\gamma + \delta$ par rapport à un repère fixe, d'un vecteur $\overline{\boldsymbol{B}}$ tournant à la vitesse ω

ou bien en considérant les phaseurs

$$\underline{B_X} = \frac{B^M}{\sqrt{2}}\, e^{j(\theta_0 - \gamma)}$$
$$\text{et} \quad \underline{B_Y} = \frac{B^M}{\sqrt{2}}\, e^{j(\theta_0 - \gamma - \delta)} \qquad (5.2\text{-}16)$$

et en utilisant la notion de valeur instantanée complexe dans la représentation de FRESNEL (Il est habituel de considérer que l'amplitude d'un phaseur est donnée par la valeur efficace de la grandeur sinusoïdale). Les deux raisonnements étant très proches, il arrive fréquemment de confondre les deux notions de $\bar{\boldsymbol{B}}$ et $\underline{\boldsymbol{B}}$ (Figure 5.2-6). On constate cependant que le **vecteur** tournant est unique et est projeté sur l'un des axes ***OX*** ou ***OY*** considérés alors que les **phaseurs** sont dédoublés et que les valeurs instantanées s'obtiennent par projection des valeurs instantanées complexes sur un même axe de référence.

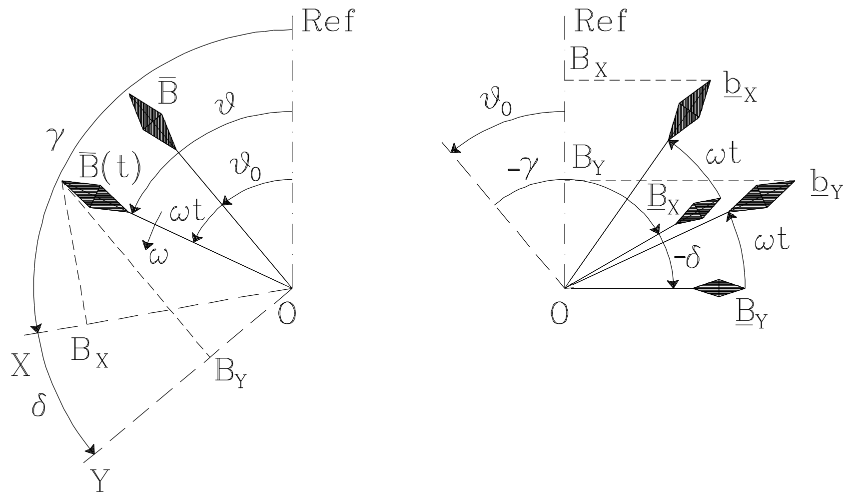


Figure 5.2-6

Les deux diagrammes se généralisent immédiatement pour un harmonique quelconque. Il suffit de multiplier tous les angles par le rang ***n*** de l'harmonique (***n = 2i + 1***).

5.3. LES F.E.M. ENGENDREES DANS LES ENROULEMENTS OUVERTS

Supposons $\boldsymbol{\theta_0 = 0}$.

5.3.1. Etoiles des encoches

Pour un conducteur ***1***, décalé de $\boldsymbol{\gamma_m}$, le calcul des phaseurs de tension est très simple tant pour le fondamental que pour les harmoniques puisque $\boldsymbol{e = B\, l\, v}$ (mouvement relatif) (Figure 5.3-1).

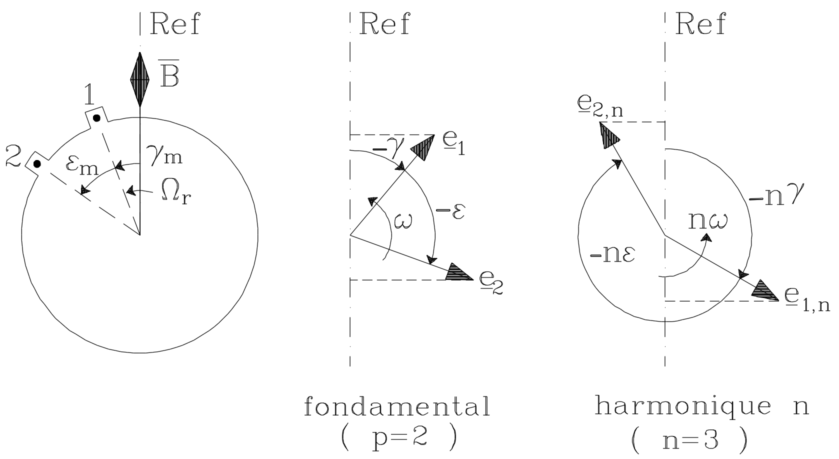


Figure 5.3-1

La tension aux bornes d'un conducteur ***2*** situé dans une encoche décalée en **avant** de ***1*** d'un angle $\boldsymbol{\varepsilon_m}$ est déphasée en **arrière** d'un angle $\boldsymbol{\varepsilon = p\varepsilon_m}$.

On remarque que l'étoile des encoches "tourne en sens inverse" du sens de parcours mécanique.

5.3.2. Etoiles des bobines - Raccourcissement du pas

Considérons une spire constituée d'un conducteur aller ***1*** et d'un conducteur retour ***1'***.

- **spire diamétrale** : $\measuredangle$***11' = π/p*** (Figure 5.3-2)

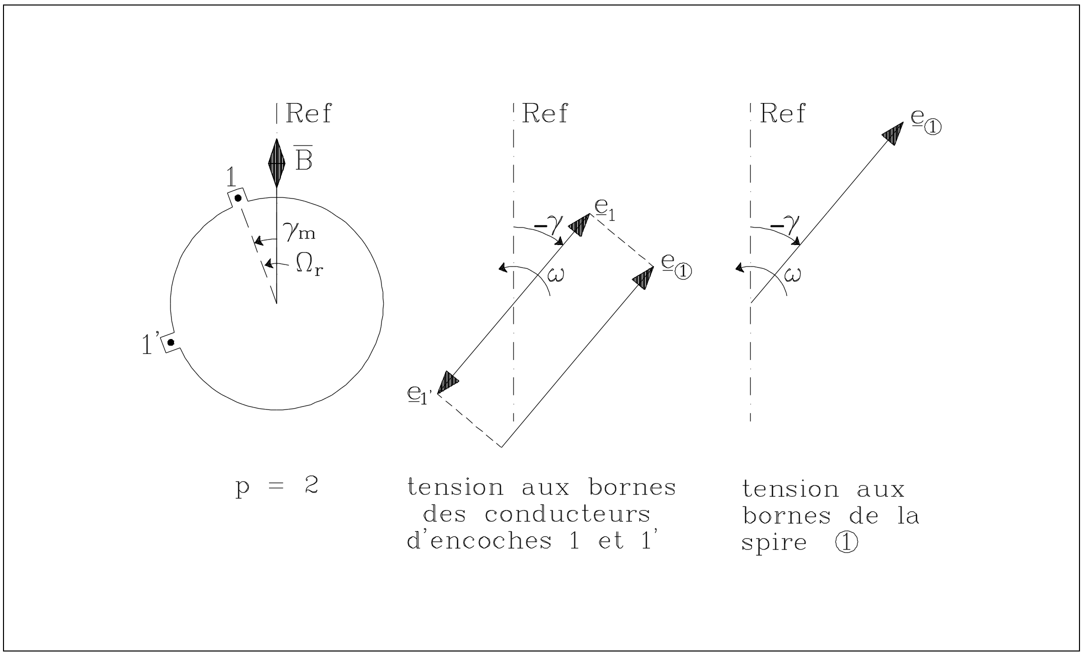


Figure 5.3-2

Il est aisé d'obtenir la tension aux bornes de la spire.

- **spire raccourcie** : $\measuredangle\boldsymbol{11'} = \boldsymbol{\pi/p} - \boldsymbol{\delta_m}$ (Figure 5.3-3)

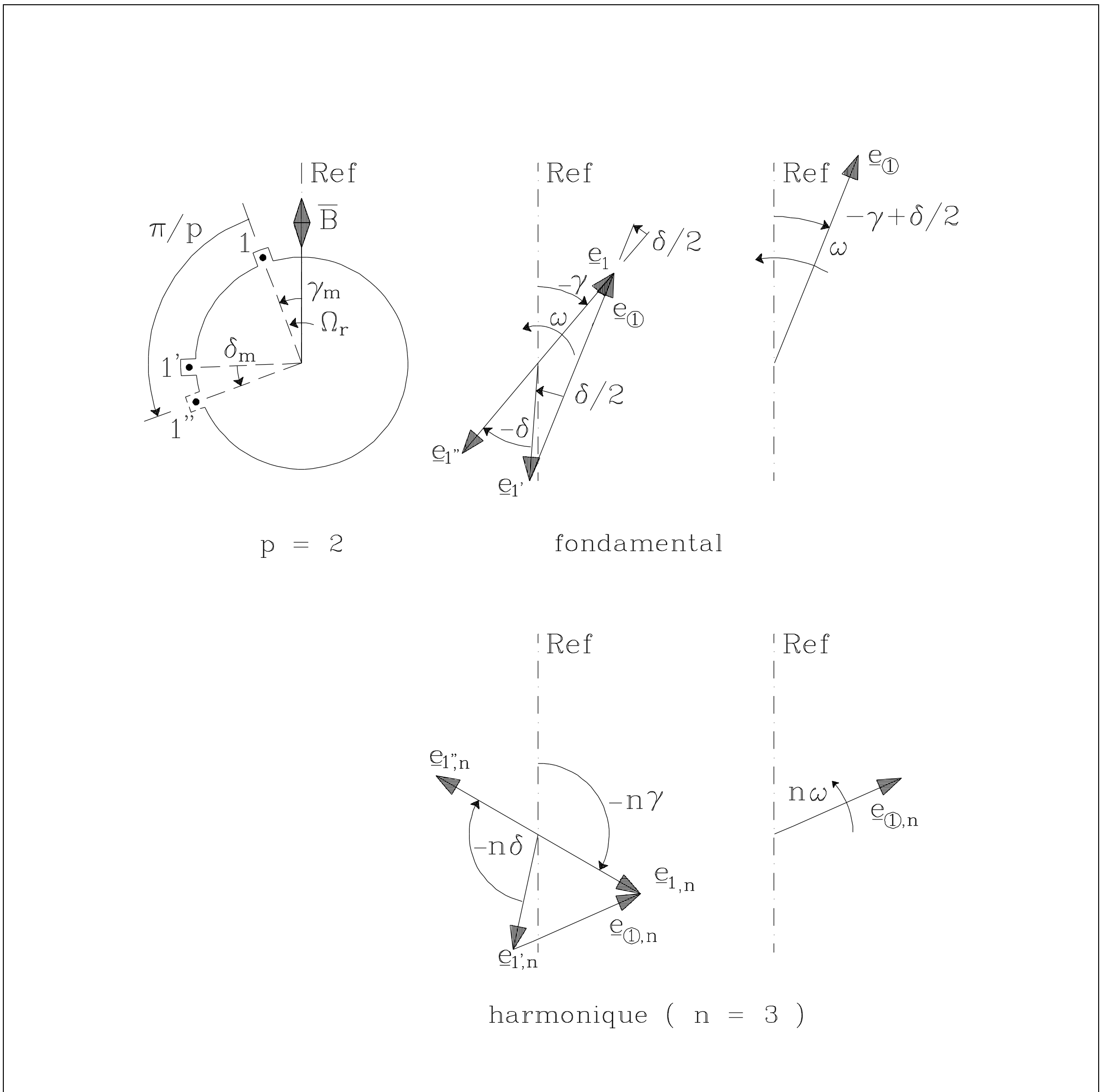


Figure 5.3-3

Considérons un conducteur ***1''***, décalé de $\boldsymbol{\delta_m}$ par rapport à ***1'***, tel que la spire ***11''*** soit diamétrale ($\measuredangle\boldsymbol{11''} = \boldsymbol{\pi/p}$). La tension engendrée dans le conducteur ***1'*** est déphasée de $\boldsymbol{n\, p\delta_m = n\delta}$ par rapport à celle engendrée dans le conducteur ***1''***, qui est égale et opposée à celle engendrée dans le conducteur ***1***.

La f.e.m. engendrée dans la spire s'obtient aisément : $\boldsymbol{e_{①} = e_1 - e_{1'}}$.

Cette f.e.m. est déphasée de $\boldsymbol{n\delta/2}$ par rapport à $\boldsymbol{e_1}$. Elle a donc la même phase qu'une spire

diamétrale de même axe que la spire ***11'***. Le conducteur d'entrée de cette spire diamétrale équivalente est, en effet, décalé d'un angle mécanique **négatif** égal à $\boldsymbol{-\delta_m/2}$ par rapport à ***1*** et le conducteur de retour d'un angle mécanique **positif** égal à $\boldsymbol{\delta_m/2}$ par rapport à ***1'*** (donc ce dernier est décalé d'un angle mécanique **négatif** égal à $\boldsymbol{-\delta_m/2}$ par rapport à ***1''*** qui constitue avec ***1*** une spire diamétrale).

La f.e.m. engendrée dans la spire réelle est obtenue en multipliant la f.e.m. engendrée dans la spire diamétrale équivalente par le **facteur de raccourcissement de pas** :

$$k_R = \cos\frac{n\delta}{2} = \cos\frac{np\delta_m}{2} \qquad (5.3\text{-}1)$$

Si $np\delta_m = \pi$, l'harmonique n existant dans le champ est supprimé dans la f.e.m. Par exemple, si $\delta = p\delta_m = 36\,°$, l'harmonique ***5*** est supprimé mais le fondamental est réduit à ***0,951*** par rapport au fondamental de la f.e.m. d'une spire diamétrale.

Remarque : Si l'encoche contient plusieurs conducteurs, il suffit de multiplier les f.e.m. par ce nombre.

5.3.3. Etalage des encoches

Considérons une bobine constituée par la mise en série de q spires diamétrales décalées d'un angle mécanique ε_m l'une par rapport à l'autre (*(5.3-1)*).

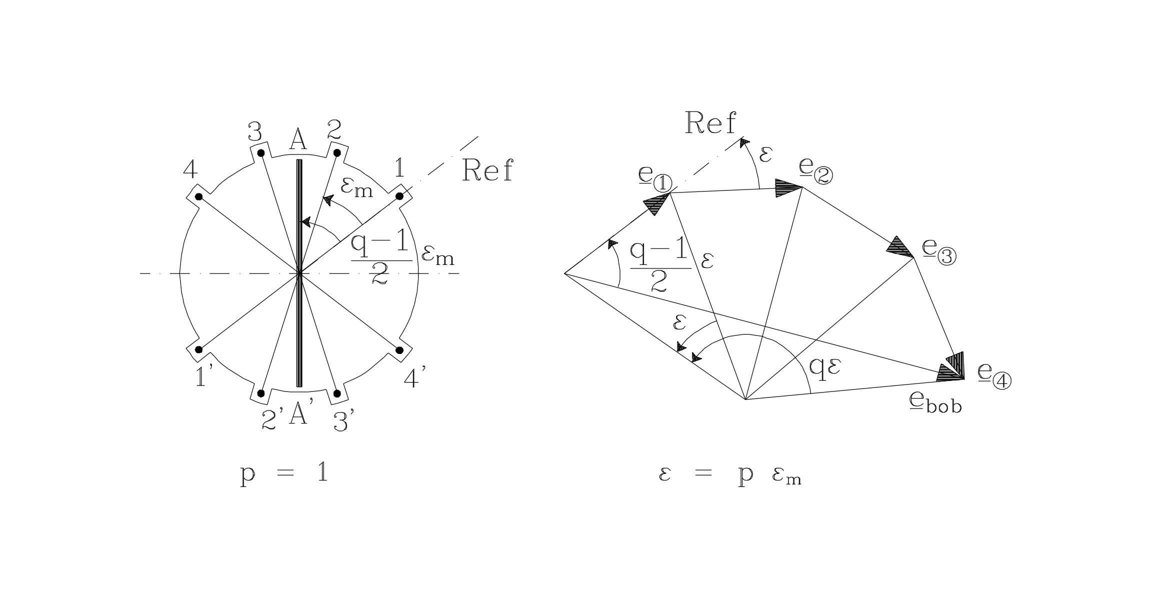


Figure 5.3-4

La tension aux bornes de la bobine est obtenue par sommation de la tension aux bornes de chaque spire.

Elle est déphasée de $(q-1)/2\ \varepsilon$ en arrière par rapport à la f.e.m. engendrée dans la spire ***1***. Cette phase est la même que celle de la tension d'une bobine constituée de spires diamétrales et dont l'axe serait le même que celui de la bobine réelle. L'amplitude de la f.e.m. engendrée dans la bobine réelle est obtenue en multipliant la f.e.m. engendrée dans la bobine diamétrale par le **facteur d'étalage** :

$$k_E = \frac{e_{bob}}{q\ e_{spire}} = \frac{\sin\left(\frac{nq\varepsilon}{2}\right)}{q\ \sin\left(\frac{n\varepsilon}{2}\right)} \qquad (5.3\text{-}2)$$

Si $n\ q\ \varepsilon/2 = \pi$, l'harmonique n existant dans le champ est supprimé dans la f.e.m. Par exemple, si $q = 5$, $\varepsilon = p\varepsilon_m = 24\ ^\circ$, l'harmonique ***3*** est supprimé. Le fondamental est réduit à ***0,835***. L'enroulement s'étend sur $4 * 24 = 96\ ^{\circ élect.}$.

Remarque : Si le décalage des encoches n'est pas régulier, le facteur d'étalage s'obtient par construction géométrique.

5.3.4. Obliquité des encoches

Au lieu d'être parallèles à l'axe de la machine, les encoches sont fréquemment inclinées (d'un angle ρ_m entre entrée et sortie) (Figure 5.3-5). La f.e.m. engendrée dans le conducteur est égale à la moyenne des tensions aux bornes de conducteurs "axiaux" occupant toutes les positions de ***A*** à ***B***. La phase de la tension réelle est égale à celle de la tension aux bornes d'un conducteur "axial" occupant la position moyenne. L'amplitude de la tension réelle est obtenue en multipliant la tension aux bornes du conducteur par le **facteur d'obliquité** :

$$k_O = \frac{\int_0^{n\rho/2} \cos a\ da}{n\rho/2} = \frac{\sin n\rho/2}{n\rho/2} \qquad (5.3\text{-}3)$$

L'obliquité des encoches est utile pour supprimer les harmoniques de denture.

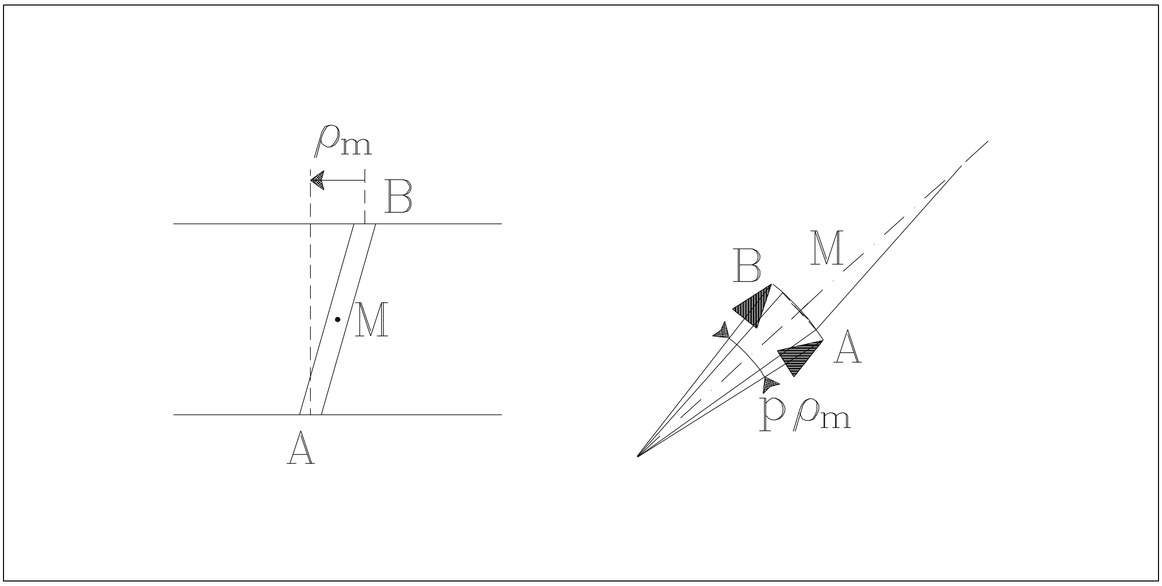


Figure 5.3-5

5.3.5. Tension aux bornes d’une bobine

En résumé, la tension aux bornes d'une bobine est obtenue en multipliant la tension aux bornes d'une bobine constituée d'un même nombre de spires diamétrales dont l'axe est celui de la bobine réelle, par le produit des facteurs d'obliquité, d'étalage et de raccourcissement de pas. Pour constituer un système triphasé, les axes des différentes bobines doivent être décalés de ***2π/3p***.

5.4. CHAMP MAGNETIQUE ET INDUCTANCE DANS LA MACHINE LINEAIRE A ENTREFER CONSTANT

But : établir la valeur des coefficients d'inductance propre et mutuelle entre les divers enroulements comme pour le transformateur. (Le flux commun est le flux dans l'entrefer). Dans ce paragraphe, la relation entre B et H est supposée linéaire et l'entrefer constant.

5.4.1. Force magnétomotrice dans une machine à entrefer constant

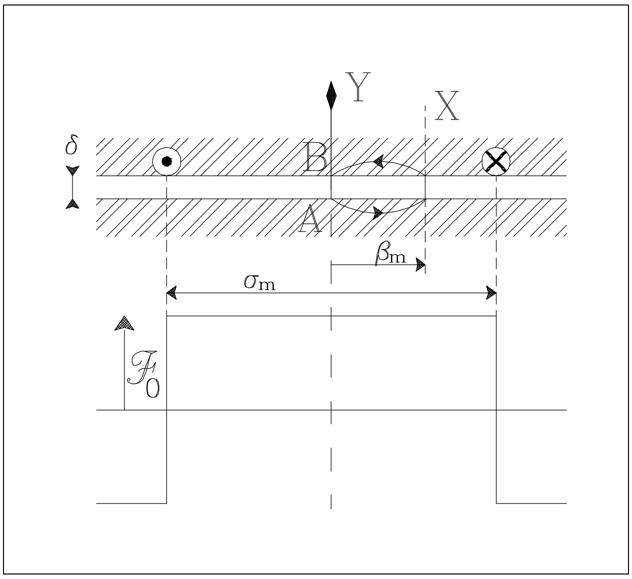


Figure 5.4-1

Considérons une bobine d'axe ***Y*** constituée de N_1 spires confondues situées à la périphérie de l'inducteur, par exemple, et parcourues par un courant ***i***. La largeur (angulaire) des spires vaut σ_m.

Un point ***X*** est repéré par sa coordonnée β_m par rapport à l'axe de la bobine.

La différence de potentiel magnétique entre stator et rotor dans l'axe de la bobine (de ***A*** à ***B***) vaut :

$$\Delta V_0 = H_{(0)}\,\delta \qquad (5.4\text{-}1)$$

Par abus de langage, il est fréquent d'utiliser la notation de force magnétomotrice $\mathscr{F}$ (qui est une intégrale de contour) en lieu et place de la différence de potentiel magnétique ΔV (qui est une intégrale de ligne, donc une fraction de l'intégrale de contour). Nous utiliserons dorénavant cette notation :

$$\mathscr{F}_0 = H_{(0)}\,\delta \qquad (5.4\text{-}2)$$

Par convention encore, la f.m.m. (en fait : la différence de potentiel magnétique) au point ***X*** (c'est à dire : $\mathscr{F}_{(\beta m)}$) désigne la f.m.m. entre les points ***A*** et ***B*** le long d'un chemin traversant l'entrefer au point ***X***.

La loi de f.m.m. donne :

$$\mathscr{F}_{(\beta_m)} - \mathscr{F}_0 \;=\; 0 \qquad si \;\; |\beta_m| < \sigma_m/2$$
$$= \; - Ni \quad si \;\; |\beta_m| > \sigma_m/2 \qquad (5.4\text{-}3)$$

($\mathscr{F}_0$ est pris avec le signe - puisque le contour passe de ***B*** à ***A***).

Par symétrie, il vient que $\mathscr{F}_0 = Ni/2$ et la courbe $\mathscr{F}_{(\beta m)}$ a l'allure indiquée à la Figure 5.4-0. Cette courbe subit une discontinuité de **+** ou **-** ***Ni*** au droit des conducteurs selon le sens des courants qui les parcourent (règle de la main droite). **Elle ne dépend pas d'une saturation éventuelle du fer.**

Si le fer est parfait (de réluctance nulle) et **si l'entrefer est constant**, le champ magnétique est donné par la relation :

$$H_{(\beta_m)} = \frac{\mathscr{F}_{(\beta_m)}}{\delta} = H_{(0)} = \frac{Ni}{2\delta} \qquad si \;\; |\beta_m| < \sigma_m/2$$
$$= - H_{(0)} = - \frac{Ni}{2\delta} \qquad si \;\; |\beta_m| > \sigma_m/2 \qquad (5.4\text{-}4)$$

et l'induction :

$$B_{(\beta_m)} = \mu_0 \, H_{(\beta_m)} \qquad (5.4\text{-}5)$$

Il est possible de réaliser une répartition spatiale sinusoïdale de f.m.m. par une disposition convenable des enroulements. Ainsi, l'inducteur d'une machine synchrone à pôles lisses peut être constitué à l'aide de bobines concentriques à nombre de spires différent, placées dans des encoches équidistantes, soit à l'aide de bobines concentriques à même nombre de spires parcourues par le même courant (Figure 5.4-2). En réalité, c'est une combinaison de ces deux méthodes qui est utilisée et qui tient compte de plus de la saturation pour obtenir une répartition aussi sinusoïdale que possible de l'induction.

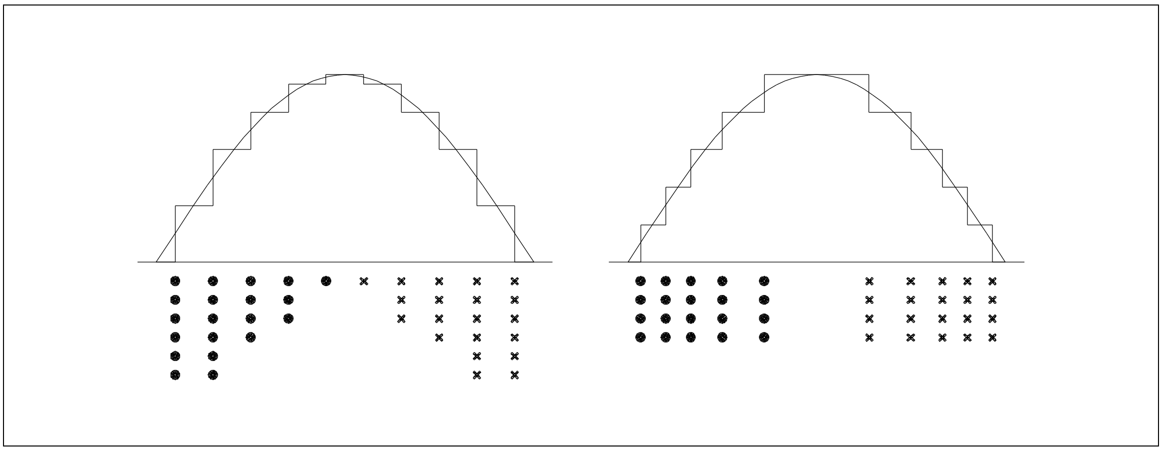


Figure 5.4-2

Les paragraphes suivants sont consacrés à l'étude de la répartition spatiale de l'induction créée par chacun des enroulements d'un système polyphasé statorique ou rotorique.

5.4.2. F.m.m. et champ magnétique créés par une bobine de N_f spires diamétrales parcourues par un courant i_f dans une machine à entrefer constant

Le diagramme de la Figure 5.4-1 reste valable si ce n'est que $\boldsymbol{\sigma_m = \pi/p}$. Le nombre de spires par paires de pôles est égal à $\boldsymbol{N_f/p}$.

La f.m.m. en un point de coordonnée $\boldsymbol{\beta_m}$ vaut :

$$\begin{aligned} \mathscr{F}_{(\beta_m)} &= \mathscr{F}_{(0)} = \frac{N_f\, i_f}{2p} && \textit{si } |p\beta_m| < \pi/2 \\ &= -\mathscr{F}_{(0)} = -\frac{N_f\, i_f}{2p} && \textit{si } |p\beta_m| > \pi/2 \end{aligned} \qquad (5.4\text{-}6)$$

Le développement en série de cette onde rectangulaire donne :

$$\begin{aligned} \mathscr{F}_{(\beta)} &= \frac{N_f\, i_f}{2p}\, \frac{4}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i\, \frac{\cos\,(2i+1)\beta}{2i+1} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \mathscr{F}^M_{2i+1}\, \cos\,(2i+1)\beta \\ \textit{en posant} \quad \mathscr{F}^M_{2i+1} &= \frac{N_f\, i_f}{2p}\, \frac{4}{\pi}\, \frac{(-1)^i}{2i+1} \\ &= \mathscr{F}_0\, \frac{4}{\pi}\, \frac{(-1)^i}{2i+1} \end{aligned} \qquad (5.4\text{-}7)$$

Si on suppose le fer parfait et l'entrefer constant, il vient :

$$H_0 = \frac{\mathscr{F}_0}{\delta} = \frac{N_f\, i_f}{2\delta p} \qquad (5.4\text{-}8)$$

et

$$\begin{aligned} H_{(\beta)} &= \frac{N_f\, i_f}{2p\delta}\,\frac{4}{\pi}\sum_{i=0}^{\infty}(-1)^i\,\frac{\cos\,(2i+1)\beta}{2i+1} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} H_{2i+1}^M \cos\,(2i+1)\beta \\ \textit{en posant}\quad H_{2i+1}^M &= \frac{N_f\, i_f}{2p\delta}\,\frac{4}{\pi}\,\frac{(-1)^i}{2i+1} \\ &= H_0\,\frac{4}{\pi}\,\frac{(-1)^i}{2i+1} \end{aligned} \qquad (5.4\text{-}9)$$

Remarques :

1. *Le rapport de l'amplitude d'un harmonique et celle du fondamental vaut :*

$$\left|\frac{H_n^M}{H_1^M}\right| = \frac{1}{n} \qquad (5.4\text{-}10)$$

Le taux d'harmonique est donc très élevé. (Ex. : $\left| H_3^M / H_1^M \right| = 1/3$*).*

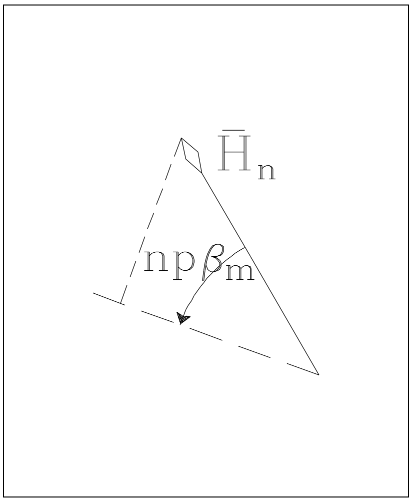


Figure 5.4-3

2. *Il est possible de reprendre à propos des f.m.m. et des champs magnétiques les mêmes définitions de* ***vecteurs*** *que pour* ***B***. *Ces vecteurs sont orientés selon l'axe* ***électrique*** *de la bobine, c'est-à-dire l'angle mécanique multiplié par* ***p n***.

3. *L'harmonique* ***n*** *du champ (: de la f.m.m.) au point de coordonnée* β_m *a pour valeur la projection du vecteur (spatial)* $\bar{H}_n$ *(:* $\bar{\mathscr{F}}_n$ *) décalé de* $np\beta_m$.

4. *L'effet de plusieurs spires s'obtient par sommation des vecteurs spatiaux de f.m.m. et, uniquement* ***si le milieu est linéaire****, de champ magnétique.*

5.4.3. Facteurs d'étalage, de raccourcissement, d'obliquité

Les diagrammes des vecteurs **spatiaux** de f.m.m. ressemblent exactement aux diagrammes des **phaseurs** définis pour les tensions. On peut utiliser les mêmes techniques pour réduire ou supprimer les harmoniques du champ.

Exemple : 4 spires diamétrales (1) ou étalées (2) (Figure 5.4-4)

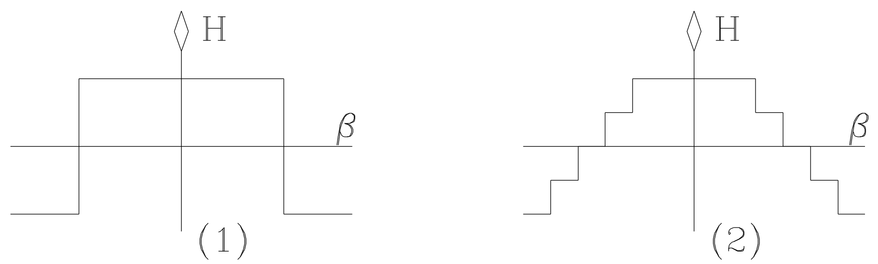


Figure 5.4-4

L'allure de la courbe (2) apparaît nettement plus "sinusoïdale" que celle de la courbe (1).

Par un choix judicieux des facteurs d'étalage, de raccourcissement, d'obliquité, le champ est rendu pratiquement sinusoïdal. Cette hypothèse sera pratiquement toujours d'application pour la suite du cours.

Limité à son fondamental, le champ a pour expression :

$$\boldsymbol{H_{(\beta)} = k_E k_R k_O \frac{N_f\, i_f}{2\delta p} \frac{4}{\pi} \cos\beta} \qquad (5.4\text{-}11)$$

Nous définissons N_{sf} : **nombre effectif de spires**

$$\boxed{\boldsymbol{N_{sf} \triangleq \frac{4}{\pi} k_E k_R k_O N_f}} \qquad (5.4\text{-}12)$$

de sorte que

$$\boldsymbol{H_{(\beta)} = \frac{N_{sf}\, i_f}{2\delta p} \cos\beta} \qquad (5.4\text{-}13)$$

On note généralement $k_f = k_E\, k_R\, k_O$ le facteur de correction global.

5.4.4. Inductance propre d'une bobine dans une machine à entrefer constant

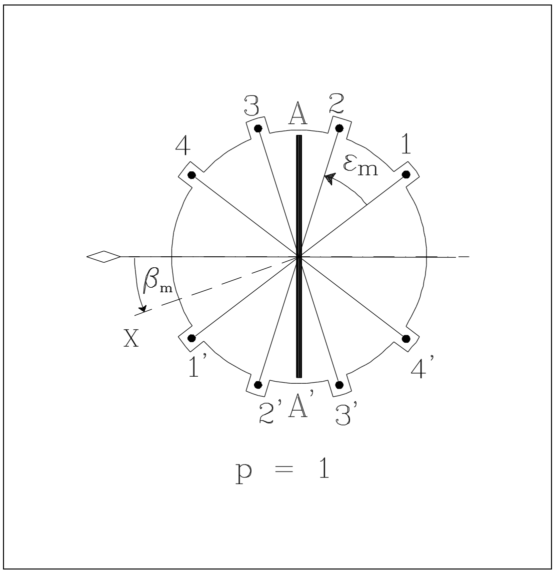


Figure 5.4-5

Reprenons le cas de la machine où q spires diamétrales sont décalées de ε_m l'une par rapport à l'autre (voir § 5.2.3.) ((5.4-13)).

Sous l'effet du courant i_f, le **fondamental** du champ vaut au point X de coordonnée β_m

$$H_{(\beta)} = k_E \frac{N_f\, i_f}{2\delta p} \frac{4}{\pi} \cos \beta \qquad (5.4\text{-}14)$$

d'où la valeur de l'induction

$$B_{(\beta)} = \mu_0\, H_{(\beta)} \qquad (5.4\text{-}15)$$

qui a donc une répartition spatiale sinusoïdale, dont le maximum se trouve dans l'axe de la bobine.

Le flux coupé par la spire ① vaut :

$$\begin{aligned}
\Phi_{①} &= \int_{-\frac{\pi}{2p} - \frac{q-1}{2}\varepsilon_m}^{\frac{\pi}{2p} - \frac{q-1}{2}\varepsilon_m} B_{(\beta_m)}\, l\, R\, d\beta_m \\
&= \int_{-\frac{\pi}{2} - \frac{q-1}{2}\varepsilon}^{\frac{\pi}{2} - \frac{q-1}{2}\varepsilon} B_{(\beta)}\, l\, R\, \frac{d\beta}{p} \\
&= \frac{\mu_0 l R}{2p^2\delta} \left(\frac{4}{\pi} k_E N_f\right) i_f \left[\sin \beta\right]_{-\frac{\pi}{2} - \frac{q-1}{2}\varepsilon}^{\frac{\pi}{2} - \frac{q-1}{2}\varepsilon} \\
&= \frac{\mu_0 l R}{p^2\delta} \left(\frac{4}{\pi} k_E N_f\right) i_f \cos \frac{q-1}{2}\varepsilon
\end{aligned} \qquad (5.4\text{-}16)$$

$\phi_{①}$ apparaît comme la valeur de projection sur l'axe de la spire du flux $\phi_{\perp}$ coupé par une spire identique mais dont l'axe serait celui de la bobine **ou encore** comme le flux coupé par la spire diamétrale après que l'on ait interverti les axes de la bobine et de la spire (Figure 5.4-6).

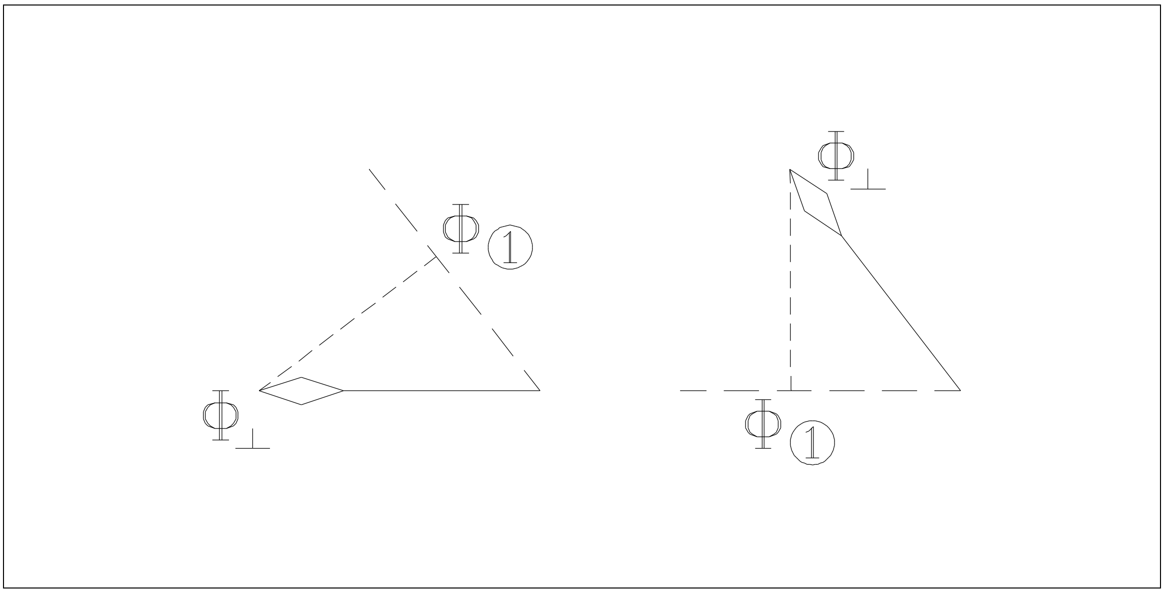


Figure 5.4-6

Dans ces conditions :

$$\varphi_{\perp} = \frac{\mu_0 l R}{p^2 \delta} \left(\frac{4}{\pi} \, k_E \, N_f \right) i_f \qquad (5.4\text{-}17)$$

Le flux totalisé pour l'ensemble de N_f / p spires d'une paire de pôles s'obtient par une construction identique à celle exposée plus haut. Ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \psi_{2\ pôles} &= k_E \frac{N_f}{p} \varphi_{\perp} \\ &= \frac{1}{p} \left(k_E \, N_f \right) \frac{\mu_0}{p^2 \delta} \, l \, R \left(\frac{4}{\pi} \, k_E \, N_f \right) i_f \end{aligned} \qquad (5.4\text{-}18)$$

donc pour l'ensemble des p paires de pôles (spires mises en séries) :

$$\psi = \left(\frac{4}{\pi} \, k_E \, N_f \right)^2 \frac{\pi}{4} \, \frac{\mu_0 \, l \, R}{p^2 \delta} \, i_f \qquad (5.4\text{-}19)$$

Un raisonnement identique permettrait d'incorporer k_O et k_R dans l'expression pour obtenir finalement :

$$
\begin{aligned}
\psi \;&=\; i_f\, N_{sf}^2\, \mathcal{P}_m \\
&\;\;\vdots \\
\textit{avec } N_{sf} \;&=\; \textit{nombre effectif de spires} \\
\mathcal{P}_m \;&=\; \frac{\pi}{4}\,\frac{\mu_0\, l\, R}{p^2 \delta} \\
&=\; \textit{perméance du circuit magnétique} \\
&.\;\; (\textit{mise en série de } 2p \textit{ entrefers})
\end{aligned}
\qquad (5.4\text{-}20)
$$

Cette expression ne concerne que le flux dans l'entrefer (flux utile, commun). Il y a lieu de tenir compte du flux qui se referme directement autour des conducteurs sans traverser l'entrefer, notamment, autour des encoches et aux connexions d'extrémité (Figure 5.4-7).

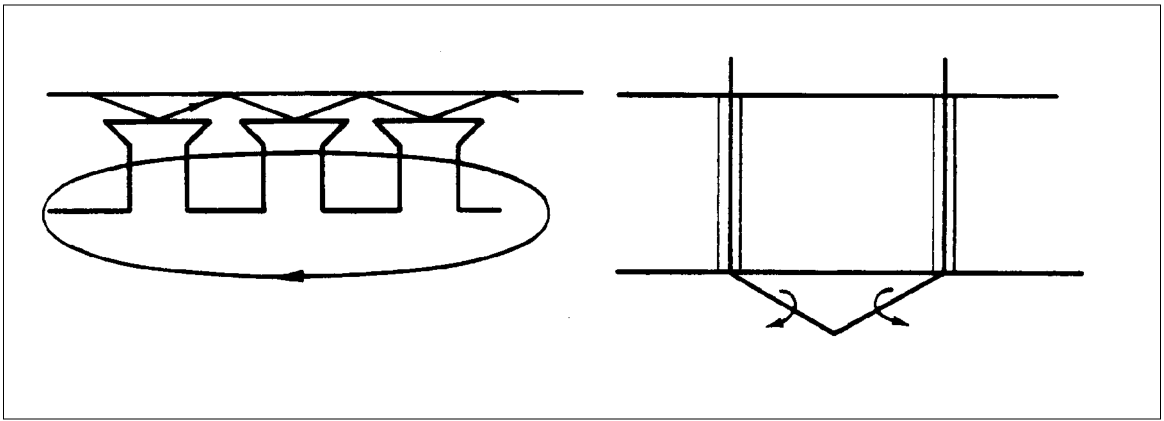


Figure 5.4-7

D'où l'expression de l'inductance **linéaire** de la bobine pour le **fondamental** du champ.

$$
L_f \;=\; l_f + N_{sf}^2\, \mathcal{P}_m \qquad (5.4\text{-}21)
$$

Cette expression est semblable à celle obtenue pour les transfos. Elle n'est pas influencée par la position du rotor ($\boldsymbol{\delta}$ = cte).

Il faut remarquer que le rapport l_f/L_f *qui est de l'ordre de* ***0,001*** *pour un transfo, vaut environ* ***0,05*** *pour une machine d'induction et* ***0,10*** *à* ***0,20*** *pour une machine synchrone dont l'entrefer est plus important.*

5.4.5. Inductance mutuelle entre une bobine statorique et une bobine rotorique dans une machine à entrefer constant

Considérons un enroulement statorique $\boldsymbol{A}$ et un enroulement rotorique $\boldsymbol{f}$ dont les axes sont décalés d'un angle χ_m.

En suivant un raisonnement semblable à celui suivi au § précédent, on établit que le flux coupé par une spire rotorique diamétrale d'axe $\boldsymbol{f}$, pour un courant $\boldsymbol{i_A}$ parcourant l'enroulement statorique vaut :

$$\begin{aligned} \varphi_\chi &= \varphi_\perp \cos\chi \qquad \textit{avec}\ \chi = p\,\chi_m \\ \varphi_\perp &= \frac{\mu_0 l R}{p^2\delta}\left(\frac{4}{\pi}\,k_A\,N_A\right) i_A \end{aligned} \tag{5.4-22}$$

donc le flux totalisé coupé par l'enroulement $\boldsymbol{f}$ vaut :

$$\begin{aligned} \psi_{fA} &= k_f\,N_f\,\varphi_\chi \\ &= i_A\left(\frac{4}{\pi}\,k_f\,N_f\right)\left(\frac{4}{\pi}\,k_A\,N_A\right)\frac{\pi}{4}\,\frac{\mu_0 l R}{p^2\delta}\cos\chi \\ &= i_A\,N_{sf}\,N_{sA}\,\mathcal{P}_m\cos\chi \end{aligned} \tag{5.4-23}$$

Le flux d'entrefer (= commun) créé et coupé par l'enroulement $\boldsymbol{A}$ vaut :

$$\psi_{AA} = i_A\,N_{sA}^2\,\mathcal{P}_m \tag{5.4-24}$$

On constate que l'on peut passer de l'expression du flux ψ_{AA} à celle de ψ_{fA} en multipliant par :
- le rapport des nombres effectifs de spires N_{sf}/N_{sA}
- **cos** χ, c'est à dire en projetant l'alignement de l'enroulement $\boldsymbol{A}$ (émetteur) sur celui de $\boldsymbol{f}$ (récepteur).

L'expression de la mutuelle entre les deux enroulements est :

$$\begin{aligned} M_{fA} &= N_{sf}\,N_{sA}\,\mathcal{P}_m\cos\chi \\ &= M_{fA}^M\cos\chi \end{aligned} \tag{5.4-25}$$

en posant M_{fA}^M la valeur maximale de M_{fA} (obtenue pour $\chi = 0$).

5.4.6. Inductance mutuelle entre deux bobines statoriques dans une machine à entrefer constant

La mutuelle entre deux phases d'un système triphasé peut se déduire de la formule précédente dans laquelle on poserait $\chi = 2\pi / 3$ (projection de l'alignement de ***A*** sur celui de ***B***). Il existe, cependant, un terme supplémentaire provenant du flux de dispersion d'une phase qui, s'il ne traverse pas l'entrefer, atteint, néanmoins, l'autre phase. Il vient donc :

$$\begin{aligned} M_{AB} &= l_A' + N_1^2 \mathcal{P}_m \cos \frac{2\pi}{3} \\ &= l_A' - \frac{1}{2} N_1^2 \mathcal{P}_m \end{aligned} \qquad (5.4\text{-}26)$$

avec : l'_A = une fraction (en général négative) de l_A

N_1 = nombre effectif de spires de chaque phase statorique

Des expressions semblables s'obtiennent pour le rotor.

5.4.7. Matrice des coefficients d'inductance pour une machine linéaire à entrefer constant comportant 3 enroulements *ABC* au stator et 3 enroulements *abc* au rotor

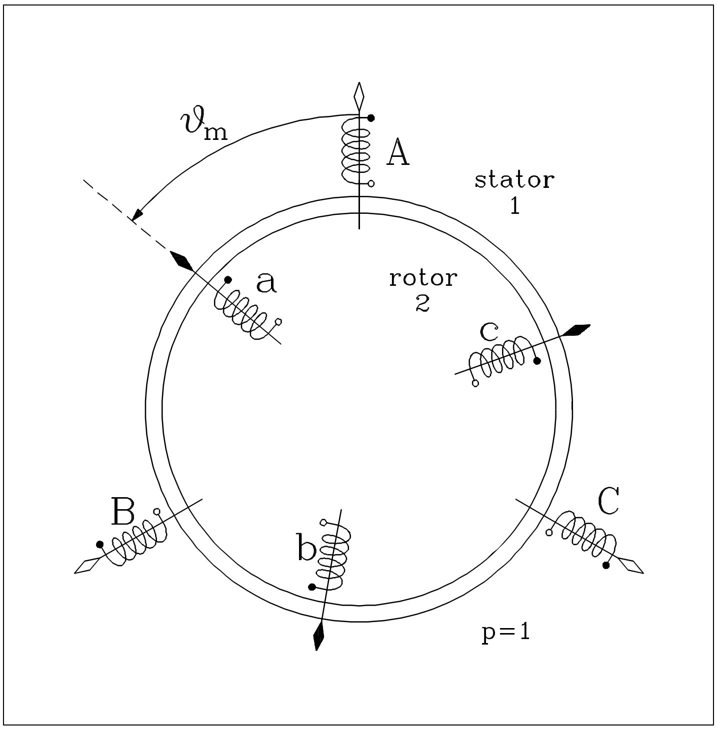


Figure 5.4-8

Désignons par :

- θ_m le décalage entre l'axe de la phase ***A*** du stator et l'axe de la phase ***a*** du rotor
- un indice ***1*** les grandeurs statoriques
- un indice ***2*** les grandeurs rotoriques
- N_1 le nombre effectif de spires par phase au stator
- N_2 le nombre effectif de spires par phase au rotor

L'inductance propre d'une phase statorique vaut :

$$L_A = l_A + N_1^2 \, \mathcal{P}_m \tag{5.4-27}$$

L'inductance mutuelle entre deux phases statoriques vaut :

$$M_{AB} = l_A' - \frac{1}{2} N_1^2 \, \mathcal{P}_m \tag{5.4-28}$$

L'inductance propre d'une phase rotorique vaut :

$$L_a = l_a + N_2^2 \, \mathcal{P}_m \tag{5.4-29}$$

L'inductance mutuelle entre deux phases rotoriques vaut :

$$M_{ab} = l_a' - \frac{1}{2} N_2^2 \, \mathcal{P}_m \tag{5.4-30}$$

L'inductance mutuelle entre la phase A du stator et la phase a du rotor vaut :

$$\begin{aligned} M_{Aa} &= N_1 \, N_2 \, \mathcal{P}_m \cos\theta \quad ou \\ &= M^M \cos\theta \qquad en\ posant \quad M^M = N_1 \, N_2 \, \mathcal{P}_m \end{aligned} \tag{5.4-31}$$

De la même manière :

$$\begin{aligned} M_{Ab} &= M^M \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{Ac} &= M^M \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{Ba} &= M^M \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{Bb} &= M^M \cos\theta \\ M_{Bc} &= M^M \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{Ca} &= M^M \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{Cb} &= M^M \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ M_{Cc} &= M^M \cos\theta \end{aligned} \tag{5.4-32}$$

d'où la relation matricielle :

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \\ \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_A & M_{AB} & M_{AB} & M^M \cos\theta & M^M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ M_{AB} & L_A & M_{AB} & M^M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos\theta & M^M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ M_{AB} & M_{AB} & L_A & M^M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos\theta \\ M^M \cos\theta & M^M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & L_a & M_{ab} & M_{ab} \\ M^M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos\theta & M^M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_{ab} & L_a & M_{ab} \\ M^M \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & M^M \cos\theta & M_{ab} & M_{ab} & L_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \\ i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{5.4-33}$$

que l'on peut encore écrire sous forme condensée :

$$[\psi_{Aa}] = [L_{Aa}][i_{Aa}] \tag{5.4-34}$$

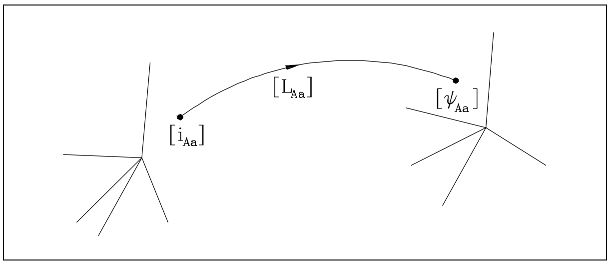


Figure 5.4-9

La matrice **[L_{Aa}]** applique l'espace à 6 dimensions **[i_{Aa}]** (3 coordonnées statoriques $\boldsymbol{i_A}$, $\boldsymbol{i_B}$, $\boldsymbol{i_C}$ et 3 coordonnées rotoriques $\boldsymbol{i_a}$, $\boldsymbol{i_b}$, $\boldsymbol{i_c}$) dans l'espace à 6 dimensions **[ψ_{Aa}]**. Il y a bien entendu couplage entre stator et rotor et ce couplage dépend de la position du rotor.

On peut appliquer la théorie des circuits à l'étude des machines comme indiqué au chap. 1.

En appelant **[r_{Aa}]** la matrice diagonale des résistances de chacun des enroulements, il vient :

$$\begin{aligned}
\left[v_{Aa} \right] &= \left[r_{Aa} \right]\left[i_{Aa} \right] + \frac{d}{dt}\left[\psi_{Aa} \right] \\
&= \left[r_{Aa} \right]\left[i_{Aa} \right] + \frac{d}{dt}\left\{ \left[L_{Aa} \right]\left[i_{Aa} \right] \right\} \\
&= \left[r_{Aa} \right]\left[i_{Aa} \right] + \left[L_{Aa} \right]\frac{d\left[i_{Aa} \right]}{dt} + \frac{\partial \left[L_{Aa} \right]}{\partial \theta}\frac{d\theta}{dt}\left[i_{Aa} \right] \\
&= \left[Z_{Aa} \right]\left[i_{Aa} \right] \\
\textit{en appelant } \left[Z_{Aa} \right] &= \left[r_{Aa} \right] + \left[L_{Aa} \right]\frac{d}{dt} + \frac{\partial \left[L_{Aa} \right]}{\partial \theta}\frac{d\theta}{dt} \qquad (5.4\text{-}35)
\end{aligned}$$

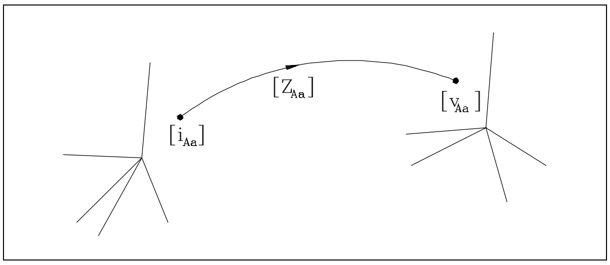


Figure 5.4-10

La matrice **[Z_{Aa}]** applique l'espace à 6 dimensions **[i_{Aa}]** dans l'espace à 6 dimensions **[v_{Aa}]**. Le fait que des coefficients de la matrice d'inductance ne soient pas constants rend cette application très lourde. Pour la simplifier, l'idée d'utiliser une transformation linéaire (c'est à dire un changement d'axes de référence) vient immédiatement à l'esprit.

Rappelons que la détermination de la matrice d'inductances est basée sur les hypothèses suivantes :

- *les harmoniques spatiaux du champ magnétique, de l'induction et de la f.m.m. sont éliminés ou négligés*
- *l'entrefer est constant*
- *les non-linéarités magnétiques sont négligées.*

*Rappelons également que toutes les relations précédentes sont valables en valeurs **instantanées**.*

5.5. CHAMPS PULSANTS ET CHAMPS TOURNANTS

Pour introduire progressivement les difficultés, considérons d'abord les f.m.m. créées par plusieurs bobines, puisque, pour ces grandeurs, le principe de superposition reste valable même en présence de non-linéarités magnétiques et d'un entrefer variable.

5.5.1. Les champs créés par une bobine unique

Considérons une bobine d'axe f parcourue par un courant i_f. Avec les notations définies au § 5.1.2, la f.m.m. au point X de coordonnée β_m vaut :

$$\mathcal{F}_{(\beta)} = \frac{N_f\, i_f}{2p}\, \frac{4}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i\, \frac{\cos\,(2i+1)\beta}{2i+1} \qquad (5.5\text{-}1)$$

dont le **fondamental** seul nous intéresse :

$$\mathcal{F}_{(\beta)} = \frac{N_f\, i_f}{2p}\, \frac{4}{\pi}\, \cos\,\beta \qquad (5.5\text{-}2)$$

Le vecteur $\overline{\mathcal{F}}$ est aligné selon l'axe électrique de la bobine et son amplitude vaut

$$\mathcal{F}^M = \frac{4}{\pi}\, \frac{N_f\, i_f}{2p} \qquad (5.5\text{-}3)$$

Ce module est proportionnel à la valeur **instantanée** du courant i_f .
On définit un **vecteur** courant $\overline{i_f} = i_f\, e^{j\theta}$. Ce vecteur est proportionnel au vecteur f.m.m. $\overline{\mathcal{F}}$.
Dans une machine à une paire de pôles, il a le même alignement.

Cas particuliers

* Si la bobine est **fixe** et le courant **constant,** la f.m.m. est constante dans le temps et a une répartition sinusoïdale dans l'espace. La valeur de la f.m.m. en un point X s'obtient par projection du vecteur $\overline{\mathcal{F}}$ sur l'alignement OX (*(5.5-3)*).

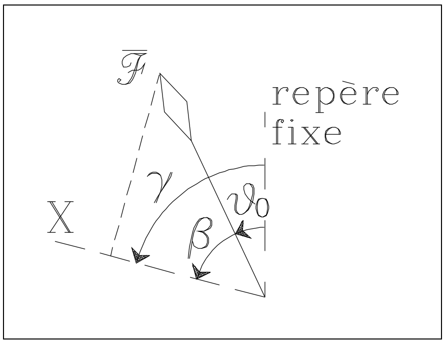


Figure 5.5-1

$$\begin{aligned}
\overline{\mathcal{F}} &= \frac{4}{\pi}\, \frac{N_f\, i_f}{2p}\, e^{j\theta_0} \\
\overline{i_f} &= i_f\, e^{j\theta_0} \\
\mathcal{F}_{(X)} &= \mathbb{R}e\,(\overline{\mathcal{F}}\ \overline{1^*_X}) \\
&= \mathcal{F}^M \cos\,(\theta_0 - \gamma)
\end{aligned} \qquad (5.5\text{-}4)$$

* Si la bobine est **tournante** (à la vitesse ω_r/p) et le courant **constant**, la f.m.m. est dite **tournante** (voir § 5.1.3).

L'extrémité du vecteur $\overline{\mathscr{F}}$ et celle du vecteur $\overline{i_f}$ décrivent chacune une circonférence. Au point X, la f.m.m. est sinusoïdale dans le temps, de pulsation ω_r.

$$\begin{aligned}
\overline{\mathscr{F}} &= \frac{4}{\pi}\,\frac{N_f\, i_f}{2p}\, e^{j(\omega_r t\, +\, \theta_0)} \\
\overline{i_f} &= i_f\, e^{j(\omega_r t\, +\, \theta_0)} \\
\mathscr{F}_{(X)} &= \mathbb{R}e\,(\overline{\mathscr{F}}\ \overline{1_X^*}) \\
&= \mathbb{R}e\,(\mathscr{F}^M\, e^{j(\omega_r t\, +\, \theta_0\, -\, \gamma)}) \\
&= \mathbb{R}e\,(\mathscr{F}^M\, e^{j(\theta_0\, -\, \gamma)}\, e^{j\omega_r t}) \\
&= \mathscr{F}^M \cos\,(\omega_r t + \theta_0 - \gamma)
\end{aligned} \qquad (5.5\text{-}5)$$

* Si la bobine est **fixe** et le courant **sinusoïdal** $i_f = I_{Mf} \cos\,(\omega t + \xi_f)$, la f.m.m. est dite **pulsante** : elle a une répartition sinusoïdale dans l'espace et, à chaque endroit, elle est sinusoïdale dans le temps.

$$\begin{aligned}
\overline{\mathscr{F}} &= \frac{4}{\pi}\,\frac{N_f}{2p}\, i_f\, e^{j\theta_0} \\
&= \frac{4}{\pi}\,\frac{N_f}{2p}\, I_{Mf} \cos\,(\omega t + \xi_f)\, e^{j\theta_0} \\
&= \frac{4}{\pi}\,\frac{N_f}{2p}\, I_{Mf}\, \mathbb{R}e\,(e^{j(\omega t\, +\, \xi_f)})\, e^{j\theta_0} \\
&= \frac{4}{\pi}\,\frac{N_f}{2p}\, I_{Mf}\, \frac{e^{j(\omega t\, +\, \xi_f)} + e^{-j(\omega t\, +\, \xi_f)}}{2}\, e^{j\theta_0} \\
&= \frac{4}{\pi}\,\frac{N_f}{2p}\,\frac{I_{Mf}}{2}\left(e^{j(\omega t\, +\, \xi_f\, +\, \theta_0)} + e^{j(-\omega t\, -\, \xi_f\, +\, \theta_0)}\right)
\end{aligned} \qquad (5.5\text{-}6)$$

et de même

$$\overline{i_f} = \frac{I_{Mf}}{2}\left(e^{j(\omega t\, +\, \xi_f\, +\, \theta_0)} + e^{j(-\omega t\, -\, \xi_f\, +\, \theta_0)}\right) \qquad (5.5\text{-}7)$$

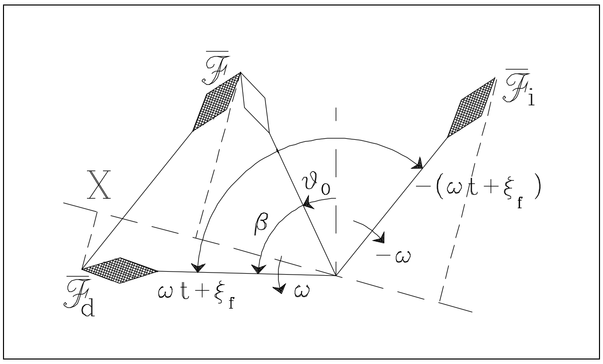


Figure 5.5-2

*Ce qui montre que **tout champ pulsant est la somme de deux champs tournants de même amplitude, de même vitesse mais de sens contraire.** Celui qui tourne dans le sens positif est appelé champ **direct**. Celui qui tourne dans le sens négatif est appelé champ **inverse**. Leur amplitude est égale et vaut la moitié de l'amplitude du champ* *pulsant. Leur vitesse de rotation est égale à la pulsation du courant.*

Remarques :

. Pour obtenir la valeur de la f.m.m. au point X, on peut projeter le vecteur pulsant sur OX (décalé d'un angle ß) **ou bien** projeter chacun des vecteurs tournants puis sommer les projections.

. Le décalage à l'instant $t = 0$ du vecteur tournant d'ordre direct est égal à l'argument du phaseur courant.

* Si la bobine est **tournante** (à la vitesse ω_r/p) et le courant **sinusoïdal** $i_f = I_{M\,f} \cos(\omega t + \xi_f)$, il suffit de remplacer ß par $ß = \gamma - \theta_0 - \omega_r t$ dans l'expression précédente qui devient :

$$\overline{\mathscr{F}} = \frac{4}{\pi}\frac{N_f}{2p}\frac{I_{Mf}}{2}\left(e^{j((\omega_r+\omega)t\ +\ \xi_f\ +\ \theta_0)} + e^{j((\omega_r-\omega)t\ -\ \xi_f\ +\ \theta_0)}\right) \qquad (5.5\text{-}8)$$

Le champ résultant est la somme de deux champs tournants de même amplitude, l'un tournant à $\omega_r + \omega$, l'autre à $\omega_r - \omega$.

Si $\omega_r = \omega$, un des champs tourne à 2ω, l'autre est **fixe**.

5.5.2. Champs créés par un système de *m* bobines

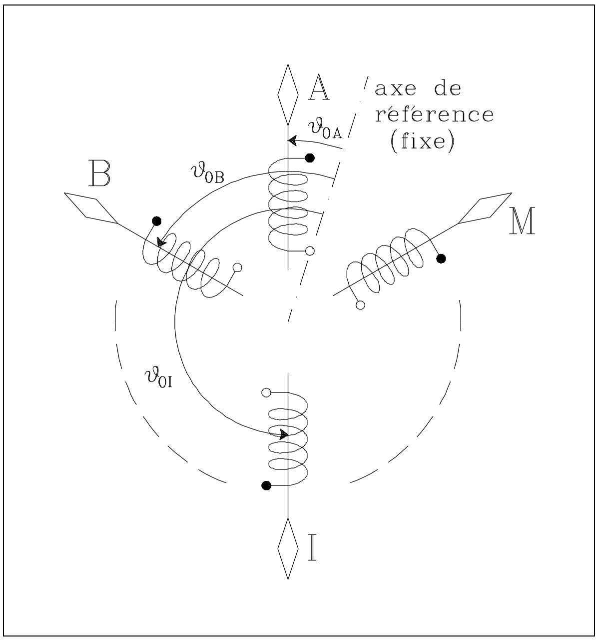


Figure 5.5-3

Soit un système de m bobines **fixes** d'axes $A, B, \ldots I, \ldots M$, décalés électriquement respectivement de $\theta_{0A}, \theta_{0B}, \ldots \theta_{0I}, \ldots \theta_{0M}$ par rapport à un repère fixe (Figure 5.5-3). Chaque bobine est parcourue par un courant dont la variation temporelle peut être quelconque.

a) Variations quelconques des courants

Sous l'effet du courant qui la parcourt, chaque bobine développe une répartition spatiale sinusoïdale de f.m.m. qui peut être représentée par le vecteur :

$$\overline{\mathscr{F}_I} = \frac{4}{\pi}\,\frac{N_I\, i_I}{2p}\, e^{j\theta_{0I}} \tag{5.5-9}$$

La f.m.m. résultante est la somme des f.m.m. développées par chaque enroulement :

$$\overline{\mathscr{F}} = \sum_1^m \overline{\mathscr{F}_I} \tag{5.5-10}$$

Lorsque les enroulements sont *identiques* mais *décalés*, il est intéressant de définir le **vecteur** courant résultant :

$$\begin{aligned} \bar{i} &= \sum_1^m \bar{i}_I \\ &= \sum_1^m i_I\, \overline{1_I} \\ &= \sum_1^m i_I\, e^{j\theta_{0I}} \end{aligned} \tag{5.5-11}$$

Ce vecteur résultant est proportionnel au vecteur $\overline{\mathscr{F}}$.

Cas particulier

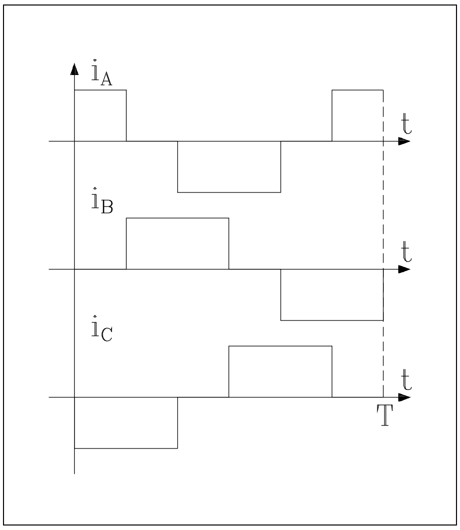


Figure 5.5-4

Considérons le cas d'un système triphasé symétrique (***m=3***, $\boldsymbol{\theta_{0A}=0}$, $\boldsymbol{\theta_{0B}=2\pi/3}$, $\boldsymbol{\theta_{0C}=4\pi/3}$) pour lequel les courants se présentent sous forme d'ondes rectangulaires décalées dans le temps (Figure 5.5-4).

La variation dans l'espace et dans le temps de la f.m.m. créée par chaque enroulement ainsi que la f.m.m. résultante est présentée à la Figure 5.5-5. Ce champ résultant a une allure "tournante" comme la Figure 5.5-6 le laisse entrevoir et comme le raisonnement suivant va le montrer.

Le courant résultant a comme expression :

$$\bar{i} \ = \ i_A \ \overline{\mathbf{1}_A} \ + i_B \ \overline{\mathbf{1}_B} \ + i_C \ \overline{\mathbf{1}_C} \qquad (5.5\text{-}12)$$

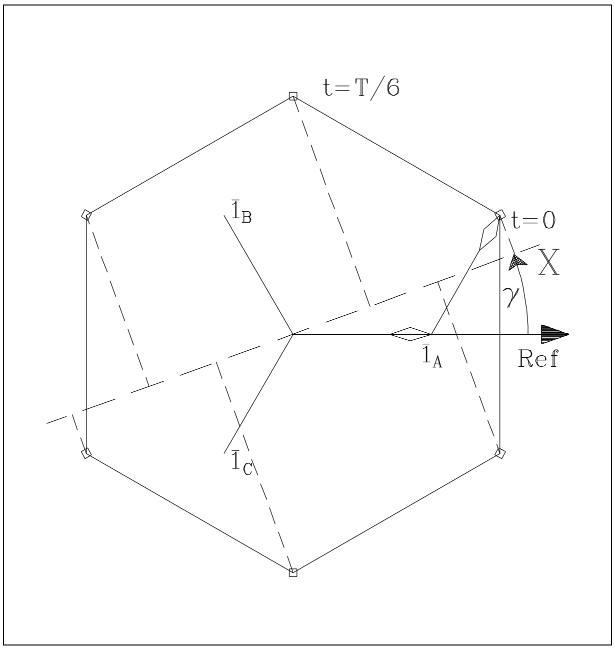


Figure 5.5-5

Le vecteur $\bar{i}$ tourne dans le sens direct en parcourant les sommets d'un hexagone où il reste fixe sur chacun d'eux pendant 1/6ème de la période $\boldsymbol{T}$ (Figure 5.5-5). Il y a donc moyen de créer un champ tournant à l'aide de bobines fixes. Cette conclusion est très importante. Elle sera particularisée au cas des courants sinusoïdaux dans le temps mais est valable pour une forme d'onde quelconque. Elle est, par exemple utilisée pour la commande des moteurs pas à pas ou celles des moteurs asynchrones à vitesse variable.

Géométriquement, le plan du courant peut être rapporté à deux axes : $\overline{\mathbf{1}}_\alpha$, identique à $\overline{1}_A$, et $\overline{\mathbf{1}}_\beta$ qui lui est perpendiculaire.

Le vecteur courant s'écrit

$$\begin{aligned} \bar{i} \ &= \ i_\alpha \ \overline{\mathbf{1}_\alpha} \ + i_\beta \ \overline{\mathbf{1}_\beta} \\ &= \ i_\alpha \ + j \ i_\beta \end{aligned} \qquad (5.5\text{-}13)$$

avec

$$\begin{aligned} i_\alpha \ &= \ \mathbb{R}e \ (\ \bar{i} \ ) \ = \ i_A \ - \ \frac{1}{2} \ i_B \ - \ \frac{1}{2} \ i_C \\ i_\beta \ &= \ \mathbb{I}m \ (\ \bar{i} \ ) \ = \ \frac{\sqrt{3}}{2} \ i_B \ - \ \frac{\sqrt{3}}{2} \ i_C \end{aligned} \qquad (5.5\text{-}14)$$

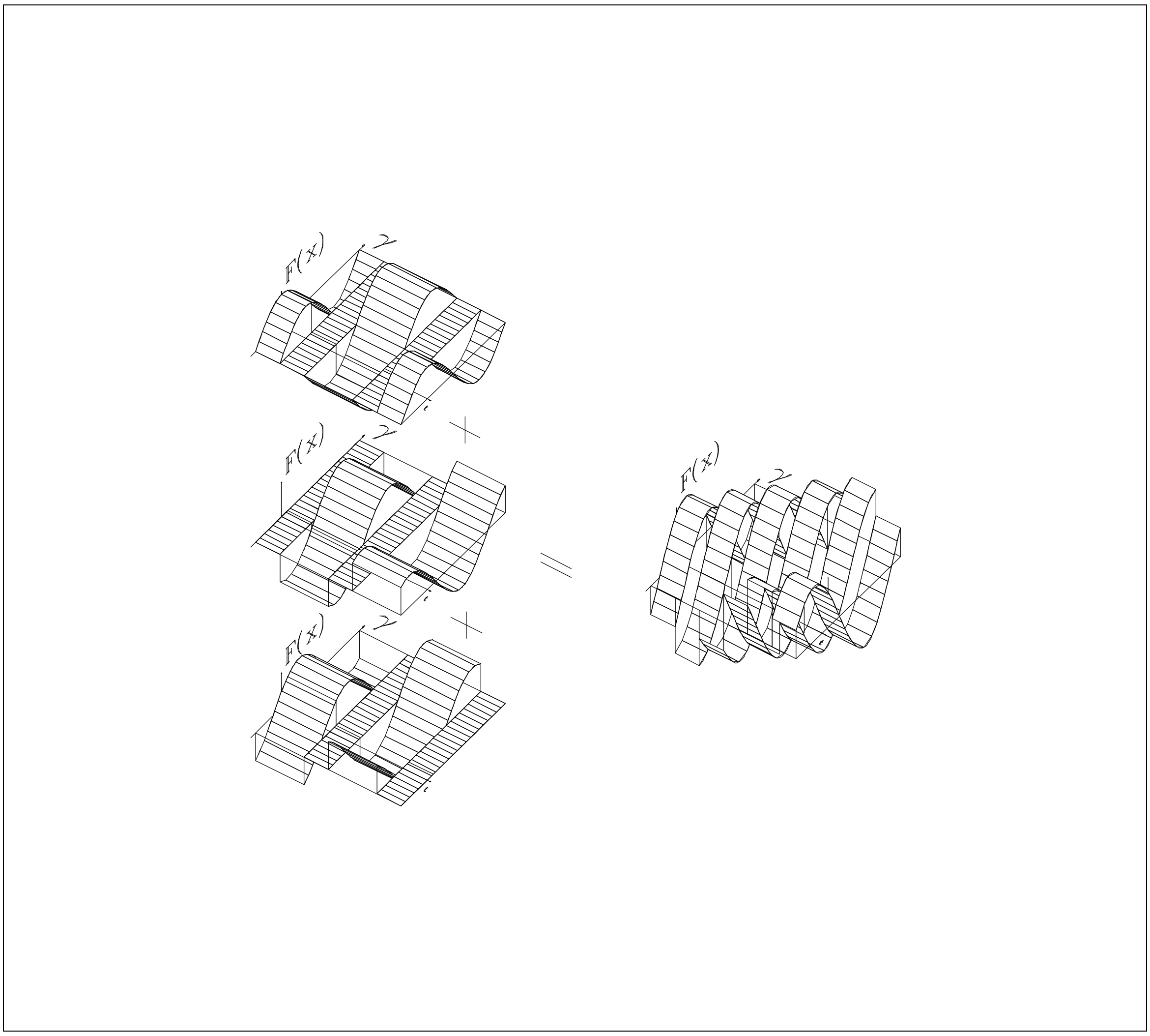


Figure 5.5-6

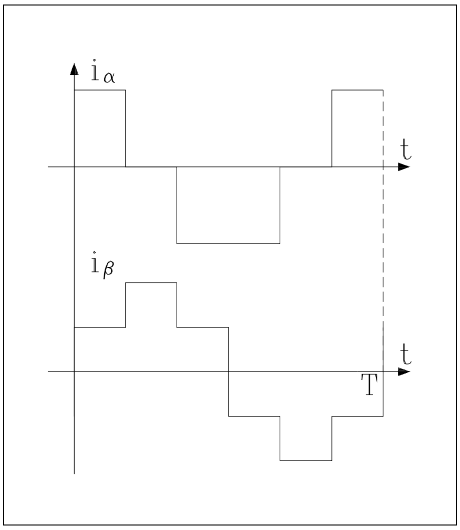


Figure 5.5-7

La Figure 5.5-7 indique l'allure des courants $\boldsymbol{i_\alpha}$ et $\boldsymbol{i_\beta}$.

Il est aisé de comprendre que ces courants parcourent **deux** enroulements perpendiculaires **α** et **ß**. La machine à trois enroulements ***A, B, C*** est donc remplacée par une machine strictement équivalente au point de vue f.m.m. à deux enroulements **α** et **ß**. Il en résulte une simplification des équations.

Remarque :

La valeur de la f.m.m. résultante dans l'axe de la bobine $\boldsymbol{A}$ par exemple, est donnée par la projection du vecteur résultant sur l'axe de cette bobine :

$$\mathscr{F}_{(X=A)} = \mathbb{R}e\left(\overline{\mathscr{F}}\ \overline{\mathbf{1}_A^*}\right) \tag{5.5-15}$$

Considérons plutôt le courant résultant :

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{i}_{(X=A)} &= \mathbb{R}e\left(\bar{\boldsymbol{i}}\ \overline{\mathbf{1}_A^*}\right) \\
&= \mathbb{R}e\left(\boldsymbol{i}_A + \underline{\boldsymbol{\alpha}}\ \boldsymbol{i}_B + \underline{\boldsymbol{\alpha}^2}\ \boldsymbol{i}_C\right) \\
&= \boldsymbol{i}_A + (\underline{\boldsymbol{\alpha}} + \underline{\boldsymbol{\alpha}^2})\ \frac{\boldsymbol{i}_B}{2} + (\underline{\boldsymbol{\alpha}^2} + \underline{\boldsymbol{\alpha}})\ \frac{\boldsymbol{i}_C}{2} \\
&= \boldsymbol{i}_A - \frac{\boldsymbol{i}_B}{2} - \frac{\boldsymbol{i}_C}{2} \\
&= \frac{3}{2}\left(\boldsymbol{i}_A - \boldsymbol{i}_h\right)
\end{aligned} \tag{5.5-16}$$

en appelant $\boldsymbol{i}_h = (\ \boldsymbol{i}_A + \boldsymbol{i}_B + \boldsymbol{i}_C\ )/3$ = composante homopolaire instantanée.

Il apparaît que la composante homopolaire d'un système triphasé ne contribue pas à la répartition spatiale de la f.m.m.. Ceci peut se comprendre ***physiquement*** *(puisque la composante homopolaire de courant ne peut créer qu'un flux de dispersion qui ne traverse pas l'entrefer) et* ***géométriquement*** *puisque la relation (5.5-12) projette l'espace à 3 dimensions ($\boldsymbol{i}_A$, $\boldsymbol{i}_B$, $\boldsymbol{i}_C$) dans le plan du courant résultant. La description de l'espace par le seul plan $\bar{\boldsymbol{i}}$ n'est donc pas suffisante.*

b) Variations sinusoïdales des courants

Considérons le même système de $\boldsymbol{m}$ bobines fixes mais, cette fois, parcourues par des courants sinusoïdaux :

$$\boldsymbol{i}_l = \boldsymbol{I}_{Ml} \cos\left(\omega t + \xi_l\right) = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{I}_{Ml}\ e^{j(\omega t + \xi_l)} + \boldsymbol{I}_{Ml}\ e^{-j(\omega t + \xi_l)}\right) \tag{5.5-17}$$

Le vecteur f.m.m. résultante vaut (Figure 5.5-8)[1] :

$$
\begin{aligned}
\overline{\mathscr{F}} &= \sum_{1}^{m} \overline{\mathscr{F}_I} \\
&= \frac{\mathscr{F}_A^M}{2}\, e^{j(\omega t + \xi_A + \theta_{0A})} + \frac{\mathscr{F}_A^M}{2}\, e^{j(-\omega t - \xi_A + \theta_{0A})} \\
&+ \frac{\mathscr{F}_B^M}{2}\, e^{j(\omega t + \xi_B + \theta_{0B})} + \frac{\mathscr{F}_B^M}{2}\, e^{j(-\omega t - \xi_B + \theta_{0B})} \\
&+ \underbrace{\;\cdots\cdots\;}_{\text{champ tournant résultant d'ordre direct}} + \underbrace{\;\cdots\cdots\;}_{\text{champ tournant résultant d'ordre inverse}} \\
&= \mathscr{F}_d^M\, e^{j(\omega t + \xi_d)} + \mathscr{F}_i^M\, e^{j(-\omega t + \xi_i)}
\end{aligned}
\qquad (5.5\text{-}18)
$$

Ces deux champs tournent à une vitesse égale à la pulsation des courants.

L'extrémité du vecteur $\overline{\mathscr{F}}$ décrit une ellipse de grand axe

$$
(\mathscr{F}_d^M + \mathscr{F}_i^M)\ \angle \frac{\xi_d + \xi_i}{2} \qquad (5.5\text{-}19)
$$

et de petit axe

$$
|\mathscr{F}_d^M - \mathscr{F}_i^M|\ \angle \frac{\xi_d + \xi_i + \pi}{2} \qquad (5.5\text{-}20)
$$

On parle de champ **elliptique**. Il est direct si $\mathscr{F}_d^M > \mathscr{F}_i^M$, inverse dans le cas contraire.

Remarque : Avec une seule bobine, l'ellipse dégénère en un segment de droite $\mathscr{F}_d^M = \mathscr{F}_i^M$!!

[1] Le changement de notation de F en $\mathscr{F}$ n'a pas encore été effectué dans toutes les **figures.**

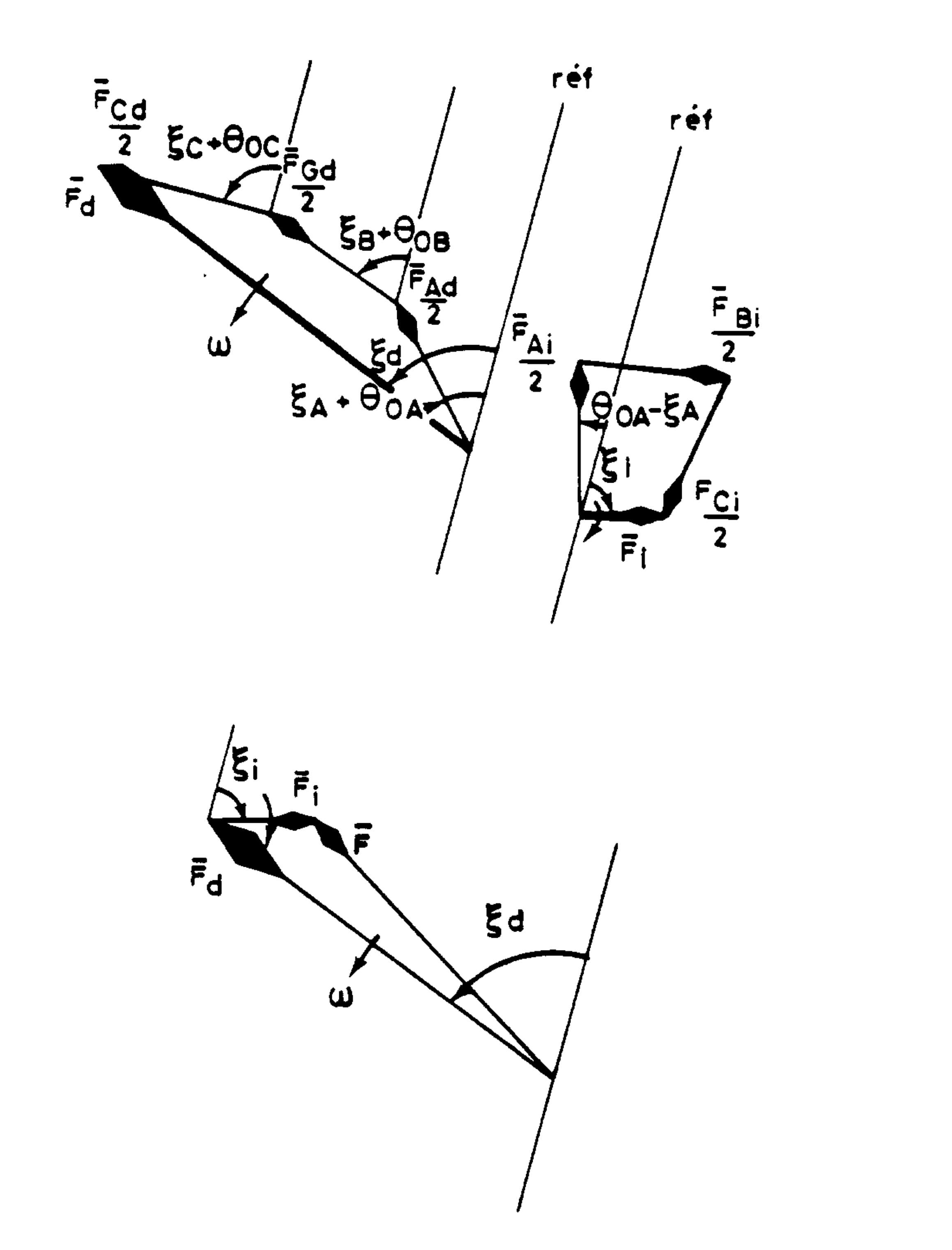

réf
réf
$\frac{\bar{F}_{Cd}}{2}$
$\xi_C + \theta_{OC}$
$\frac{\bar{F}_{Gd}}{2}$
$\bar{F}_d$
$\xi_B + \theta_{OB}$
$\frac{\bar{F}_{Ad}}{2}$
ω
ξ_d
$\xi_A + \theta_{OA}$
$\frac{\bar{F}_{Ai}}{2}$
$\frac{\bar{F}_{Bi}}{2}$
$\theta_{OA} - \xi_A$
ξ_i
$\frac{F_{Ci}}{2}$
$\bar{F}_i$
ξ_i
$\bar{F}_i$
$\bar{F}$
$\bar{F}_d$
ξ_d
ω

Figure 5.5-8

<u>Cas particuliers</u>

m = 3 système triphasé équilibré

$\boldsymbol{i_{MA} = i_{MB} = i_{MC} \rightarrow \mathcal{F}_A^M = \mathcal{F}_B^M = \mathcal{F}_C^M}$

$\boldsymbol{\theta_{0A} = 0}$: l'axe de la phase ***A*** sert de référence

$\boldsymbol{\theta_{0B} = 2\pi/3}$, $\boldsymbol{\theta_{0C} = -2\pi/3}$

$\boldsymbol{\xi_A = 0}$: la phase du courant ***A*** sert de référence

$\boldsymbol{\xi_B = -2\pi/3}$, $\boldsymbol{\xi_C = 2\pi/3}$: le système est triphasé équilibré d'ordre direct

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{F}_d} &= \frac{3}{2}\,\overline{\mathcal{F}_A} \\ \overline{\mathcal{F}_i} &= 0 \end{aligned} \qquad (5.5\text{-}21)$$

Seul, le champ **tournant direct** existe si le système est équilibré d'ordre direct.

Remarque importante :

On peut créer un champ tournant :

- *par une bobine tournante parcourue par un courant constant*
- *par un système de* ***m*** *(≥**2**) bobines disposées symétriquement et parcourues par des courants constituant un système polyphasé équilibré.*

5.6. LA MACHINE ASYNCHRONE A ROTOR BOBINE EN REGIME

Reprenons la machine étudiée au § 5.4.7.

L'expression du flux totalisé coupé par la phase **A** était donnée par :

$$\begin{aligned}\psi_A &= L_A i_A + M_{AB} i_B + M_{AB} i_C + M^M [i_a \cos\theta + i_b \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) + i_c \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})] \\ &= l_A i_A + N_1^2\, \mathcal{P}_m i_A + l'_A i_B - \frac{1}{2} N_1^2\, \mathcal{P}_m i_B + l'_A i_C - \frac{1}{2} N_1^2\, \mathcal{P}_m i_C \;+\; M^M[...]\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}1)$$

Comme, en régime équilibré, la somme des courants vaut 0 à tout instant :

$$\psi_A \;=\; l_1 i_A \;+\; \frac{3}{2} N_1^2\, \mathcal{P}_m i_A \;+\; M^M[...] \qquad (5.6\text{-}2)$$

en posant $\mathbf{l_1 = l_A - l'_A}$: inductance de dispersion effective d'une phase statorique

Le flux totalisé se compose de trois termes :

$$\begin{aligned}\psi_A \;&=\; l_1 i_A && \textit{flux de dispersion} \\ &+\; \frac{3}{2} N_1^2\, \mathcal{P}_m i_A && \textit{flux commun d'entrefer dû au stator} \\ &+\; M^M[...] && \textit{flux commun d'entrefer dû au rotor}\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}3)$$

De la même manière s'obtiennent les expressions du flux coupé par une phase rotorique:

$$\begin{aligned}\psi_a &= L_a i_a + M_{ab} i_b + M_{ab} i_c + M^M [i_A \cos\theta + i_B \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + i_C \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})] \\ &= l_2 i_a \;+\; \frac{3}{2} N_2^2\, \mathcal{P}_m i_a \;+\; M^M[...]\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}4)$$

en posant $\mathbf{l_2 = l_a - l'_a}$: inductance de dispersion effective d'une phase rotorique

5.6.1. Alimentation symétrique d'ordre direct - machine à l'arrêt

A. ALIMENTATION PAR LE STATOR - ROTOR OUVERT

Le stator est alimenté par un système de trois tensions équilibrées.

Puisque le rotor est ouvert, $\mathbf{i_2 = 0}$ $\mathbf{(= i_a = i_b = i_c = 0)}$.

L'expression des flux et tension de la phase **A** s'obtient aisément :

$$\begin{aligned} \psi_A &= l_1\, i_A + \frac{3}{2} N_1^2\, \mathcal{P}_m\, i_A \\ v_A &= r_1\, i_A + \left(l_1 + \frac{3}{2} N_1^2\, \mathcal{P}_m\right) \frac{di_A}{dt} \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}5)$$

Sous l'effet du système de tensions équilibrées circule au stator un système de 3 courants équilibrés d'ordre direct. On peut donc écrire :

$$\underline{V_1} = (r_1 + j\omega l_1)\, \underline{I_1} + j\left(\omega\, \frac{3}{2}\, N_1^2\, \mathcal{P}_m\right) \underline{I_1} \qquad (5.6\text{-}6)$$

en désignant par

$\underline{V_1}$: le phaseur de la composante directe de tension

$\underline{I_1}$: le phaseur de la composante directe de courant

$x_1 = \omega l_1$ la réactance de dispersion statorique

$\underline{z_1} = r_1 + jx_1$

$X_{1m} = 3/2\ \omega\ N^2_1\ P_m$: la réactance de magnétisation statorique. Sa valeur dépend de l'état magnétique.

Cette relation s'écrit encore

$$\underline{V_1} = (r_1 + j\, x_1)\, \underline{I_1} + j\, X_{1m}\, \underline{I_1} \qquad (5.6\text{-}7)$$

et conduit au schéma équivalent de la Figure 5.6-1.

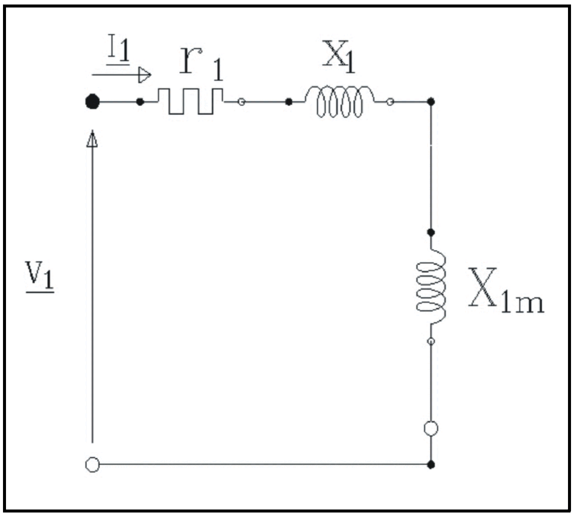


Figure 5.6-1

Le phaseur de la composante directe du flux rotorique vaut :

$$\underline{\psi_2} = M^M \left[\underline{I_A} \cos\theta + \underline{I_B} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + \underline{I_C} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \right] \qquad (5.6\text{-}8)$$

avec

$$\begin{aligned} \underline{i_A} &= I_1 \sqrt{2}\, e^{j(\omega t + \xi_I)} = \underline{I_1} \sqrt{2}\, e^{j\omega t} \\ \underline{I_A} &= \underline{I_1} \\ \underline{I_B} &= \underline{I_1}\, e^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ \underline{I_C} &= \underline{I_1}\, e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}9)$$

et

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \frac{1}{2} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) &= \frac{1}{2} \left(e^{j(\theta - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\theta - \frac{2\pi}{3})} \right) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) &= \frac{1}{2} \left(e^{j(\theta + \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\theta + \frac{2\pi}{3})} \right) \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}10)$$

d'où

$$\underline{\Psi_2} = \frac{1}{2} M^M \underline{I_1} [e^{j\theta} + e^{-j\theta} + e^{j(\theta + \frac{2\pi}{3})} + e^{-j\theta} + e^{j(\theta - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j\theta}]$$
$$= \frac{3}{2} N_1 N_2 \mathcal{P}_m \underline{I_1} e^{-j\theta} \qquad (5.6\text{-}11)$$

Donc la tension appliquée au rotor vaut :

$$\underline{V_2} = j\omega\underline{\Psi_2} = j\ \omega \frac{3}{2} N_1 N_2 \mathcal{P}_m \underline{I_1} e^{-j\theta}$$
$$= j [\frac{N_2}{N_1}] X_{1m} \underline{I_1} e^{-j\theta} \qquad (5.6\text{-}12)$$

Comme pour les transformateurs, on posera :

$$\mu = \frac{N_1}{N_2} \quad \textit{rapport de transformation stator - rotor} \qquad (5.6\text{-}13)$$

donc

$$\mu\underline{V_2} = j X_{1m} \underline{I_1} e^{-j\theta} \qquad (5.6\text{-}14)$$

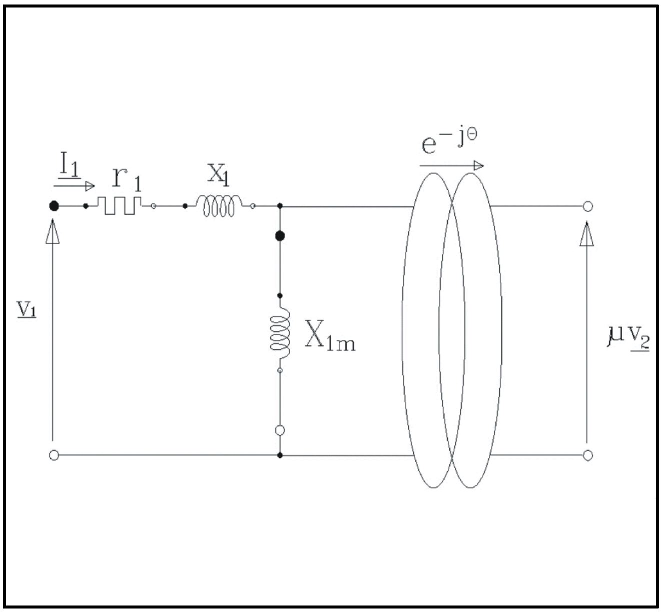


Figure 5.6-2

Le schéma équivalent d'une machine d'induction à l'arrêt, rotor ouvert est donné à la Figure 5.6-2.

Sous l'effet du système triphasé d'ordre direct des tensions $\underline{V_1}$, circule un système symétrique d'ordre direct de courant $\underline{I_1}$. Nous avons vu au § précédent qu'il en résultait un champ tournant d'ordre direct en phase avec $\underline{I_1}$. Ce champ tournant induit au rotor un système symétrique de tensions déphasées en arrière de θ puisque la phase a du rotor est décalée en avant de θ_m par rapport à la phase A du stator.

B ALIMENTATION PAR LE ROTOR - STATOR OUVERT

En suivant un raisonnement identique, on obtient dans ce cas le schéma équivalent de la Figure 5.6-3 dans lequel :

$$X_{2m} = \frac{3}{2}\,\omega\,N_2^2\,\mathcal{P}_m = \frac{X_{1m}}{\mu^2} \qquad (5.6\text{-}15)$$

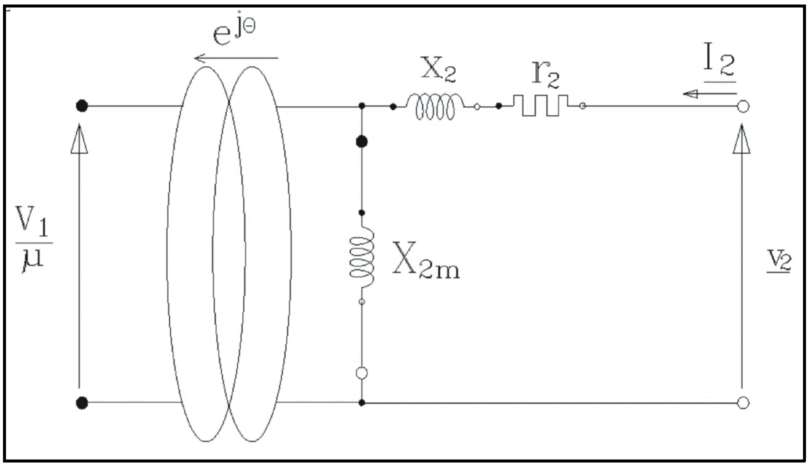


Figure 5.6-3

Ce schéma se transforme en multipliant les tension par μ , les courants par $1/\mu$, les impédances par μ^2 et en inversant le sens du déphaseur (Figure 5.6-4).

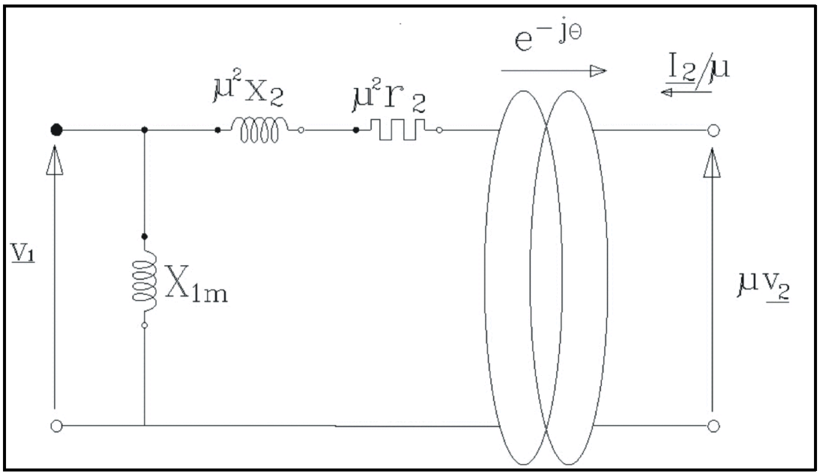


Figure 5.6-4

C. ALIMENTATION PAR LE STATOR ET LE ROTOR

Le schéma équivalent d'une machine d'induction **à l'arrêt** s'obtient en superposant l'effet des courants statoriques et rotoriques. Ce schéma est évidemment très semblable à celui obtenu pour le transformateur. Il faut remarquer que la réactance de magnétisation est nettement plus faible (en grandeur réduite) pour une machine asynchrone que pour un transformateur à cause de la présence de l'entrefer.

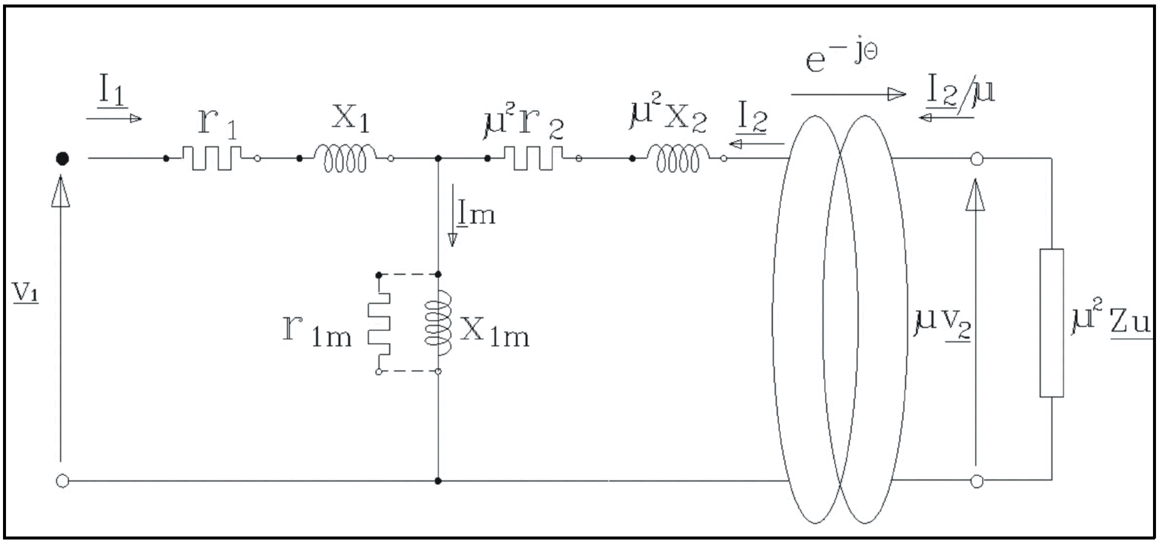


Figure 5.6-5

Cette disposition est utilisée pour réaliser un déphaseur. L'importance des courants à vide constitue un inconvénient majeur.

Le flux commun (dans l'entrefer) et le champ tournant sont proportionnels au terme $\boldsymbol{X_{1m}\,\underline{I}_m}$ (donc à $\underline{V}_m$).

Comme pour le transformateur, on complète le schéma pour tenir compte des pertes magnétiques.

D <u>COUPLE A L'ARRET</u>

Supposons négligeables les résistances et réactances statoriques (r_1 et $x_1 = 0$) et considérons le cas où le rotor est mis en court-circuit ($Z_u = 0$).
Sous l'effet de la tension appliquées $\underline{V}_1$, circulent le courant $\underline{I}_m = \underline{V}_1/jX_{1m}$ proportionnel au champ tournant et le courant rotorique ramené au stator $-\underline{I}'_2 = \underline{V}_1/(\mu^2 r_2 + j\mu^2 x_2)$ déphasé en arrière par rapport à $\underline{V}_1$.

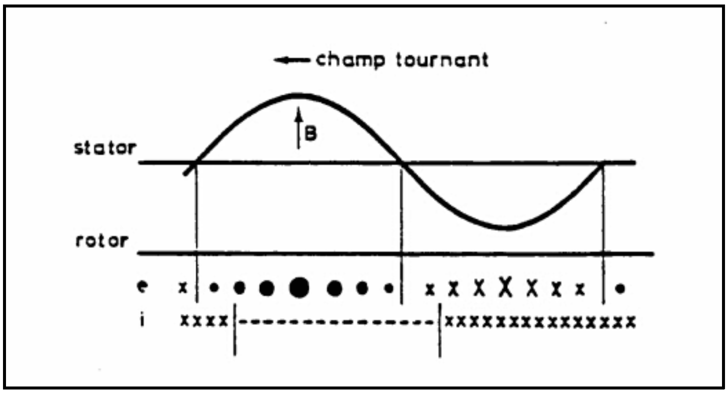


Figure 5.6-6

Sous l'effet du champ tournant, sont générées des f.e.m. , donc circulent des courants rotoriques qui, couplés au champ tournant créent un couple. Un champ tournant vers la gauche et des conducteurs immobiles sont équivalents à un champ fixe et des conducteurs tournants vers la droite. La règle de Crucciani, par exemple, nous donne le sens des f.e.m. $\boldsymbol{e}$. Les courants $\boldsymbol{i}$ sont déphasés en arrière et ont le sens indiqué. Une autre application de la règle de Crucciani nous indique que la force **moyenne** exercée sur le rotor l'est **dans le sens du champ tournant**. La machine exerce un couple de démarrage que l'on **pourrait** calculer par la méthode des champs. Une autre méthode, plus simple, utilisant le principe de conservation de la puissance, sera exposée plus loin.

Le moteur a donc tendance à tourner dans le sens du champ tournant. Il le fera à moins qu'il ne soit bloqué.

5.6.2. Alimentation symétrique d'ordre direct - machine en rotation imposée par l'extérieur

A. ALIMENTATION PAR LE STATOR - ROTOR OUVERT

Puisque les courants rotoriques sont nuls, il n'y a pas de couple moteur. Le rotor est entraîné à la vitesse Ω_r comptée positivement dans le sens du champ tournant. Par rapport au rotor, le champ tourne à une vitesse **électrique** $= \omega - p\,\Omega_r = \omega - \omega_r$. Les tensions engendrées au rotor ont une pulsation $\omega - \omega_r$ ou $g\,\omega$ en posant :

$$g = \frac{\omega - \omega_r}{\omega} \qquad (5.6\text{-}16)$$

$g = 0$ si le rotor tourne à la même vitesse que le champ tournant (synchronisme)
$\;\;= 1$ si le rotor est à l'arrêt
$\;\;= 2$ si le rotor tourne à la même vitesse que le champ tournant mais en sens inverse

Calcul de Ψ_1 :

Le calcul est identique à celui mené lorsque le rotor est à l'arrêt puisque la rotation du rotor n'a aucune influence. Le schéma équivalent est donc le même.

Calcul de Ψ_2 :

$$\begin{aligned}\underline{\Psi}_2 &= \frac{3}{2}\, N_1\, N_2\, \mathcal{P}_m\, \underline{i}_1\, e^{-j\theta} \\ &= \frac{X_{1m}}{\mu\omega}\, \underline{i}_1\, e^{-j\theta}\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}17)$$

mais

$$\theta = \theta_0 + \omega_r\, t \quad avec \quad \theta_0 = p\ \theta_{0m}$$
$$\underline{i}_1 = I_1 \sqrt{2}\ e^{j(\omega t + \xi_I)} = \underline{I}_1 \sqrt{2}\ e^{j\omega t} \tag{5.6-18}$$

donc

$$\begin{aligned} \underline{\Psi}_2 &= \frac{X_{1m}}{\mu\ \omega}\ I_1 \sqrt{2}\ e^{j\ [(\omega-\omega_r)\ t\ +\xi_I\ -\theta_0]} \\ &= \frac{X_{1m}}{\mu\ \omega}\ I_1 \sqrt{2}\ e^{j(g\omega t\ +\xi_I\ -\theta_0)} \end{aligned} \tag{5.6-19}$$

et

$$\begin{aligned} \underline{v}_2 &= j\ (g\omega)\ \frac{X_{1m}}{\mu\ \omega}\ I_1 \sqrt{2}\ e^{j\ [(\omega-\omega_r)\ t\ +\xi_I\ -\theta_0]} \\ &= j\ g\ \frac{X_{1m}}{\mu}\ I_1 \sqrt{2}\ e^{j(g\omega t\ +\xi_I\ -\theta_0)} \end{aligned} \tag{5.6-20}$$

On constate bien que la pulsation des tensions rotoriques vaut $g\omega$. La machine se présente comme un **changeur de fréquence** mais dont l'amplitude de la tension obtenue serait fonction de la fréquence.

On définit le phaseur $\underline{V}_2$ par la relation

$$\underline{V}_2 = j\ g\ \frac{X_{1m}}{\mu}\ \underline{I}_1 \tag{5.6-21}$$

Cette relation s'écrit encore

$$\frac{\mu \underline{V}_2}{g} = j\ X_{1m}\ \underline{I}_1 \tag{5.6-22}$$

d'où se déduit le schéma équivalent de la Figure 5.6-7.

Le changeur de fréquence modifie la fréquence de la tension appliquée sans modifier son amplitude.

Remarque :
Le champ tourne à la vitesse "électrique" ω par rapport à des axes fixes (statoriques). Il tourne à la vitesse $g\omega$ par rapport à des axes mobiles (rotoriques).

Au synchronisme ($\omega_r = \omega \Rightarrow g = 0$), le champ est fixe par rapport au rotor. Il ne peut y avoir de f.e.m. induite.

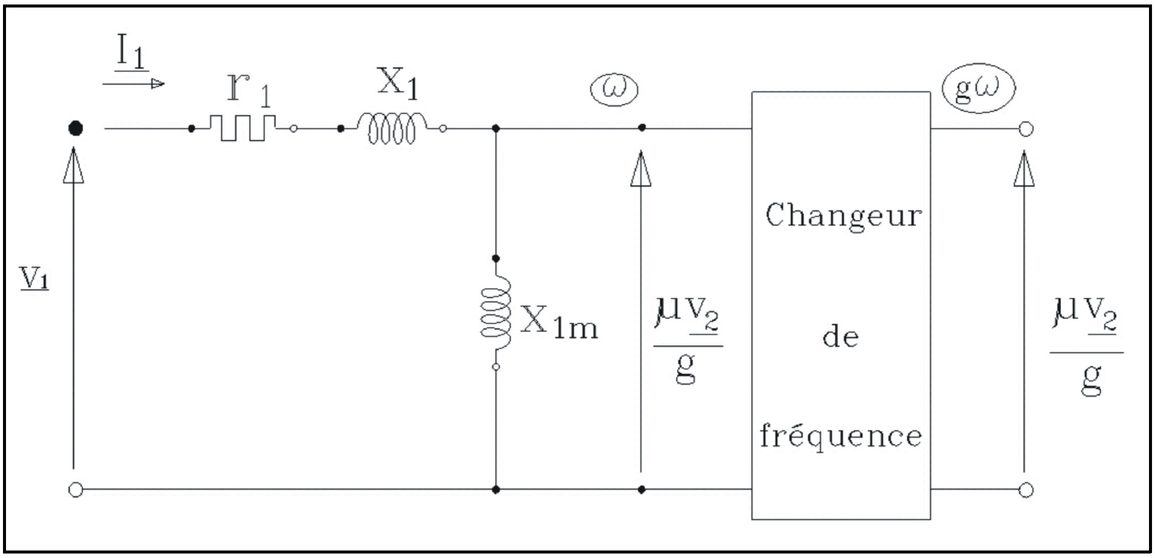


Figure 5.6-7

B ALIMENTATION PAR LE ROTOR - STATOR OUVERT

En suivant un raisonnement identique et en notant que la pulsation des tensions et courants

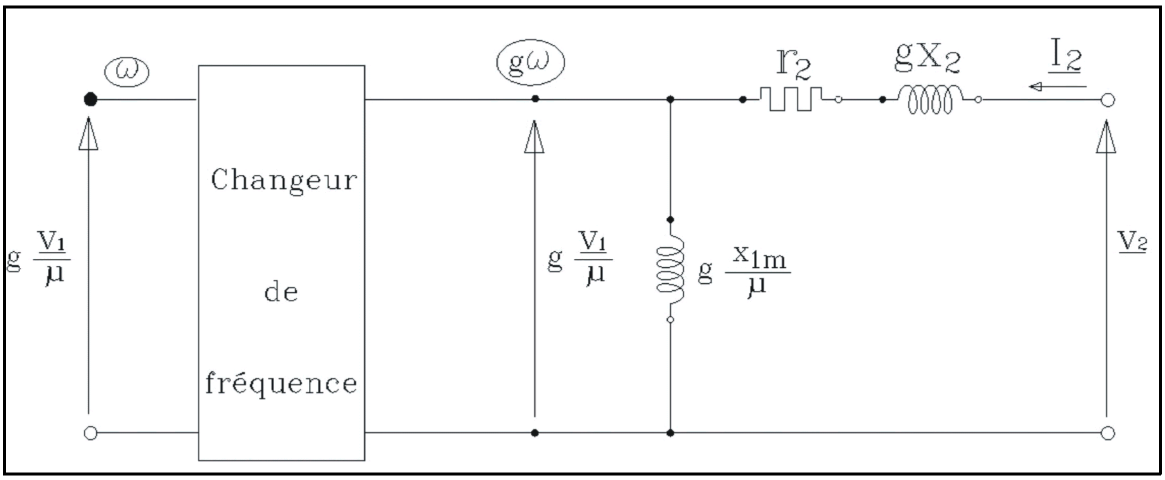


Figure 5.6-8

rotoriques doit valoir **gω** , on obtient le schéma équivalent de la figure *5.6-8*.

Ce schéma se transforme en celui de la figure *5.6-9*. en multipliant les tensions par μ/g, les courants par $1/\mu$, les impédances par μ^2/g et en déplaçant le changeur de fréquence.

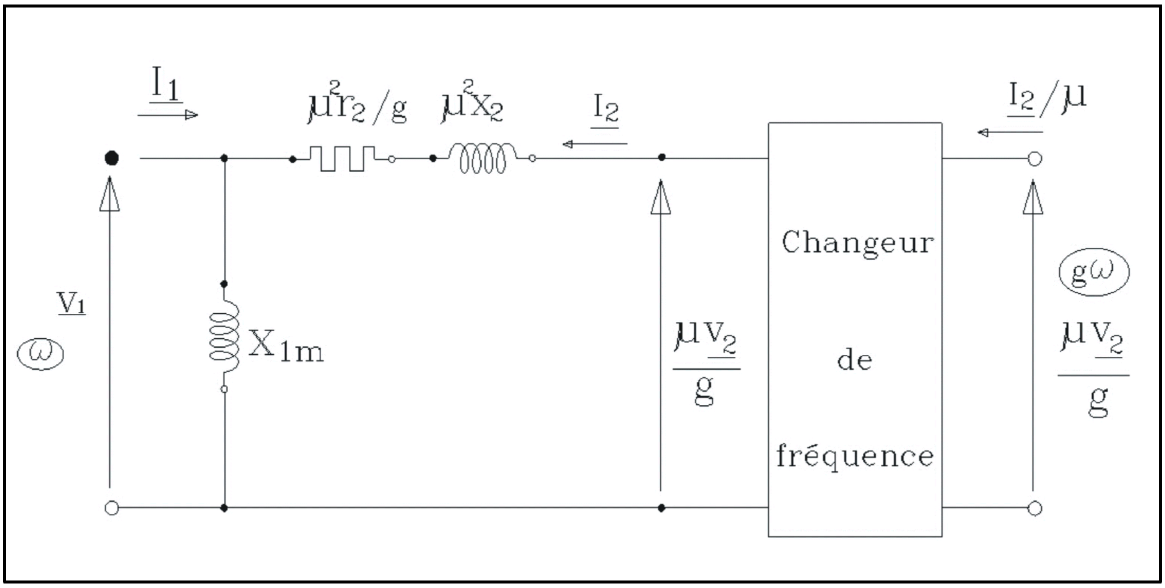


Figure 5.6-9

3.2.3. ALIMENTATION PAR LE STATOR ET LE ROTOR

Le schéma équivalent d'une machine asynchrone en rotation s'obtient en superposant l'effet des courants statoriques et rotoriques.

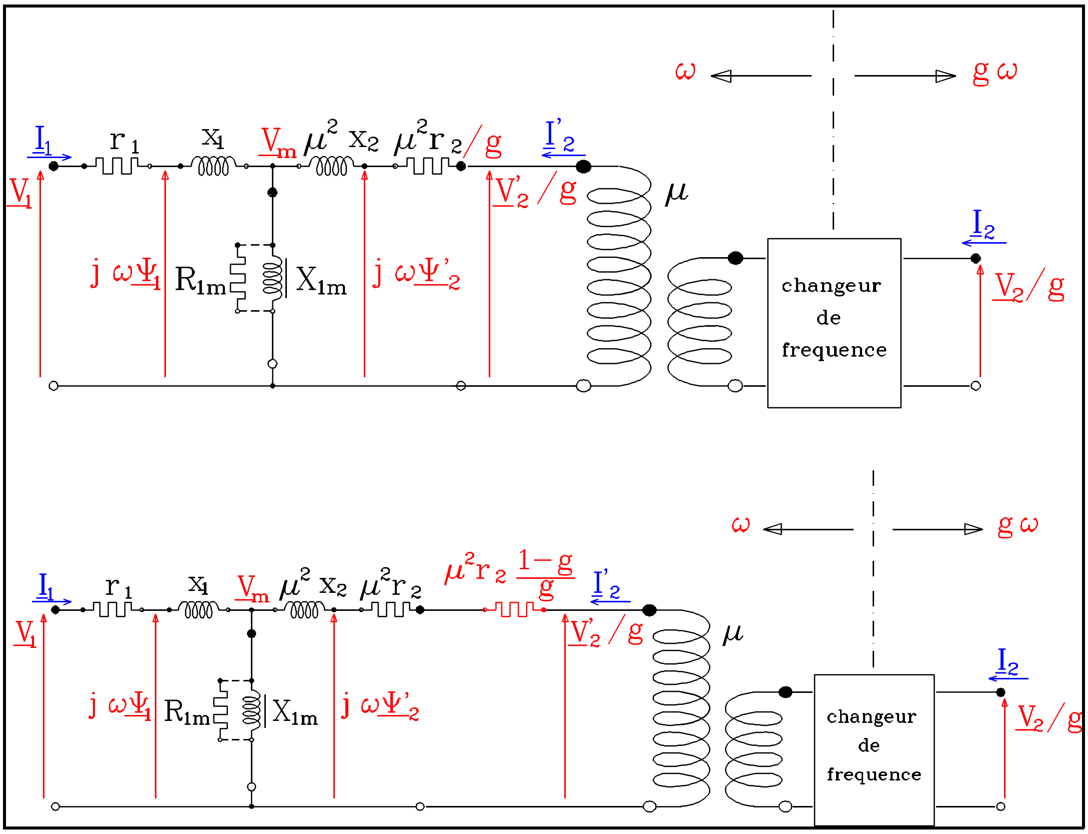


Figure 5.6-10

Par rapport au schéma équivalent de la machine à l'arrêt, deux différences sont à remarquer

- le déphaseur est remplacé par un changeur de fréquence ;
- une résistance supplémentaire $\boldsymbol{\mu^2[(1-g)/g]r_2}$ apparaît au rotor. Son importance est explicitée ci-dessous.

D. COUPLES MECANIQUES

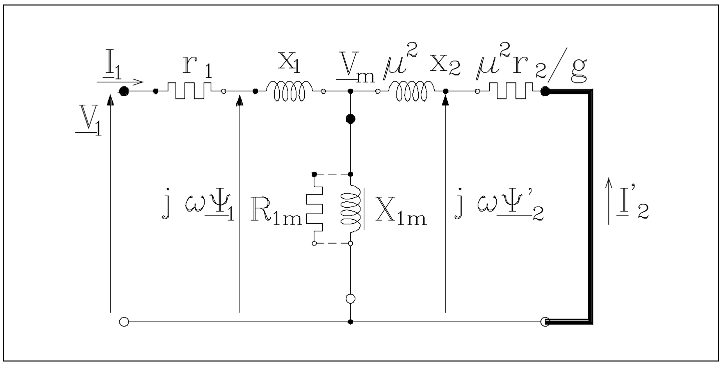


Figure 5.6-11

Il n'est pas fréquent que le rotor soit alimenté par une tension $\underline{\boldsymbol{V}}_2$. La plupart du temps, il est court-circuité en permanence dans les moteurs à cage (voir § 5.7) ou après la procédure de démarrage dans les moteurs à rotor bobiné. Dans ce dernier cas, même pendant le démarrage, il suffit d'inco rporer la résistance raccordée au rotor par les bagues conductrices dans la résistance rotorique pour pouvoir considérer que la tension $\underline{\boldsymbol{V}}_2$ est nulle. Le schéma équivalent se présente comme à la Figure 5.6-11.

La puissance électrique appliquée au stator de la machine se décompose :

en pertes Joule au stator : $\boldsymbol{P_{pJ1} = 3r_1I_1^2}$

en pertes magnétiques : $\boldsymbol{P_{pm} = 3V_m^2/R_{1m}}$

et en puissance transmise par l'entrefer au rotor : $\boldsymbol{P_{entr}}$

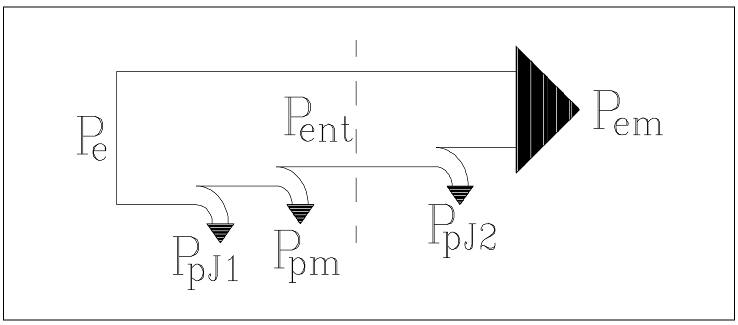


Figure 5.6-12

Cette dernière se décompose :

en pertes Joule au rotor

$$\boldsymbol{P_{pJ2} = 3r_2I_2^2}$$

et en puissance électromagnétique brute à l'arbre

$$\boldsymbol{P_{em} = Cem\ \Omega_r}$$

L'examen du schéma équivalent montre que cette puissance électromagnétique brute doit être égale aux pertes Joule dans la résistance supplémentaire $\boldsymbol{\mu^2\ [(1-g)/g]\ r_2}$.

$$\begin{aligned}
\textit{donc}\quad P_{em} &= 3\ \mu^2\ \frac{1-g}{g}\ r_2\ I_2^{\prime 2} \\
P_{em} &= \frac{1-g}{g}\ 3\ r_2\ I_2^2 \\
P_{em} &= C_{em} * \Omega_r \\
\textit{or}\quad \Omega_r &= (1-g)\ \frac{\omega}{p}
\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}23)$$

$$\begin{aligned}
C_{em} &= \frac{p}{\omega}\ \frac{3\ \mu^2\ r_2\ I_2^{\prime 2}}{g} \\
&= \frac{p}{\omega}\ \frac{3\ r_2\ I_2^2}{g}
\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}24)$$

Le couple électromécanique brut est proportionnel aux pertes Joule au rotor. Pour déterminer la caractéristique mécanique ($C_{em} = f(\Omega_r)$) ou l'influence d'une variation de g, il faut pouvoir déterminer les variations conséquentes de I_2. Ce sera fait au § suivant.

Au synchronisme (g=**0**), nous savons que I_2=**0** et C_{em}=**0**. La machine n'est utilisable qu'en dehors du synchronisme. D'où son nom : **asynchrone**.

Les relations suivantes sont intéressantes :

$$\begin{aligned}
P_{em} &= \frac{1-g}{g}\ P_{pJ2} \\
P_{ent} &= P_{pJ2} + P_{em} = \frac{P_{pJ2}}{g} = \frac{P_{em}}{1-g} = C_{em}\ \frac{\Omega_r}{1-g} = C_{em}\ \frac{\omega}{p}
\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}25)$$

La dernière relation permet de comprendre qu'à une P_{ent} donnée correspond une valeur constante de couple C_{em} donc un rendement qui diminue si la vitesse de rotation diminue (ou le glissement augmente). *La machine d'induction doit être asynchrone mais avec une faible valeur du glissement.*

La relation (5.6-25) montre que le couple C_{em} est proportionnel à la puissance d'entrefer donc à la puissance dissipée dans la résistance r_2 /g.

Les notions vues dans ce chapitre seront illustrées par l'exemple d'une machine dont les caractéristiques sont reprises de [MAT01] et retranscrites ci-dessous. Cette machine sera par la suite appelée MATI01.

Example 7-1 : A 15-hp, 440-volt, three-phase, 60-Hz, 8-pole wound rotor induction motor has its stator and rotor both connected in wye. The ratio of effective stator turns to effective rotor turns is µ = 2.4 to 1. The windage and friction losses are 220 watts at rated speed and may be assumed constant from no load to full load. The stator and rotor have the following constants per phase.

Stator	Rotor
r_1 = 0.52 ohm	r_2 = 0.110 ohm
x_1 = 1.15 ohm	x_2 = 0.20 ohm
X_M = 40.0 ohms	
r_{fe} = 360 ohms	

The stray-load loss is 120 watts.

* * *

Les grandeurs réduites seront exprimées dans la base

S_B = 11000 VA
U_B = 440 V
I_B = 14,434 A
Z_B = 17,6 Ω
C_B = 116,7 Nm

5.6.3. Diagramme des courants (ou du cercle)

A. PRELIMINAIRES

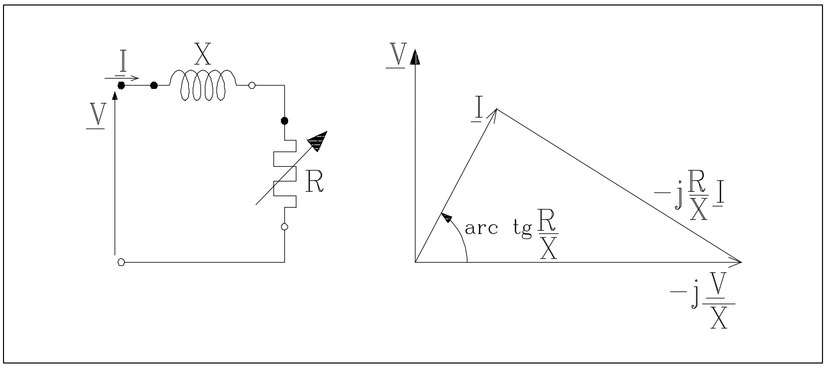


Figure 5.6-13

Considérons le circuit ***R, X*** alimenté à tension constante ***V***, représenté à la Figure 5.6-13. Quel est le lieu de l'extrémité du phaseur ***I*** lorsque ***R*** varie de **0** à l'infini ?

La relation $\underline{V} = (R+jX)\,\underline{I}$ dont on déduit

$$-j\,\frac{V}{X} = \left(1-j\frac{R}{X}\right) I \qquad (5.6\text{-}26)$$

montre que ce lieu est une demi-circonférence de diamètre ***V/X*** perpendiculaire à ***V***.

B. DIAGRAMME DU CERCLE

Ce diagramme indique la variation du courant statorique en fonction du glissement lorsque la tension statorique est maintenue constante. Ce diagramme est tracé pour des valeurs constantes des impédances. Il faut toutefois se souvenir que notamment $\boldsymbol{X_{1m}}$ est fonction de l'état magnétique ($\boldsymbol{V_m}$) et que surtout $\boldsymbol{r_2}$ est fonction de la fréquence des courants rotoriques (effet pelliculaire)

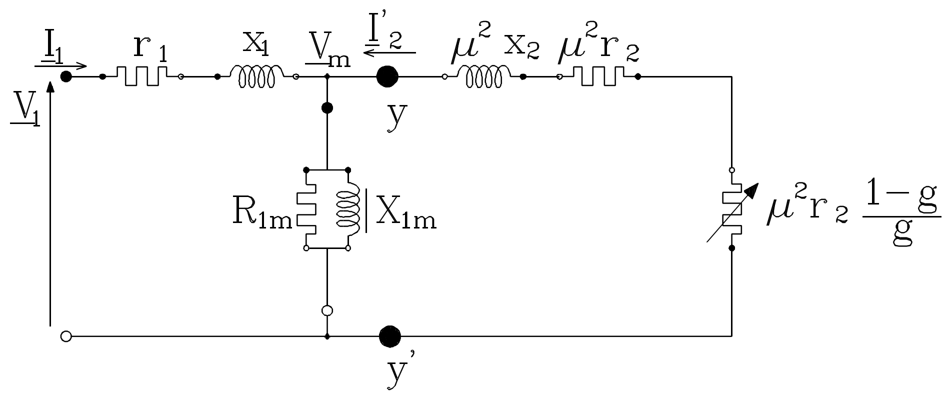


Figure 5.6-14

Dans le schéma de la Figure 5.6-14, posons :

$$\begin{aligned}
\underline{Z_{1m}} &= R_{1m} \,//\, X_{1m} \\
&= \frac{R_{1m}\ j\,X_{1m}}{R_{1m} + j\,X_{1m}} \\
&= \textit{impédance de magnétisation vue du stator} \\
\underline{z_1} &= r_1 + j\,x_1 \\
&= \textit{impédance de dispersion du stator} \\
\underline{z_2} &= r_2 + j\,x_2 \\
&= \textit{impédance de dispersion du rotor} \\
\underline{z_2^{/}} &= \mu^2\,\underline{z_2} = \mu^2\,r_2 + j\,\mu^2\,x_2 = r_2^{/} + j\,x_2^{/} \\
&= \textit{impédance de dispersion du rotor vue du stator}
\end{aligned} \qquad (5.6\text{-}27)$$

L'expression "impédance du stator, du rotor" est évidemment incorrecte, même si elle est utilisée couramment. Il faudrait dire "impédance d'une phase statorique, rotorique".

Pour la machine MATI01 :

$\underline{Z_{1m}}$ (Ω)= 4,39 + j 39,51 = 39,76 ∠83°66

(0/1) = 0,25 + j 2,245 = 2,26 ∠83°66

Même pour cette machine de puissance modérée, $\underline{Z}_{1m}$ n'est pas très différent de $j\, X_{1m}$

$\underline{z}_1$ (Ω)= 0,52+ j 1,15 = 1,26 $\angle$65°67
(0/1) = 0,03 + j 0,065 = 0,072 $\angle$65°67
$\underline{z}_2$ (Ω)= 0,11+ j 0,2 = 0,228 $\angle$61°19
$\underline{z}_2'$ (Ω)= 0,634+ j 1,152 = 1,315 $\angle$61°19
(0/1) = 0,036 + j 0,065 = 0,075 $\angle$61°19

Il vient :

$$\underline{V}_1 = \underline{z}_1\, \underline{I}_1 + \underline{Z}_{1m}\, (\underline{I}_1 + \underline{I}_2') \tag{5.6-28}$$

donc :

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{V}_1}{\underline{z}_1 + \underline{Z}_{1m}} + \underline{k}_1\, (-\underline{I}_2')$$

$$\textit{en posant} \quad \underline{k}_1 = \frac{\underline{Z}_{1m}}{\underline{z}_1 + \underline{Z}_{1m}} = k_1 \angle \varepsilon_1 \tag{5.6-29}$$

Par analogie avec la définition utilisée pour les transformateurs, $\underline{k}_1$ est appelé coefficient de couplage **généralisé**. Son module k_1 est proche de l'unité (~**0,95**) et son argument ε_1 faible mais positif.

Pour la machine MATI01 : $\underline{k}_1$ = 0,97 $\angle$ 0°545

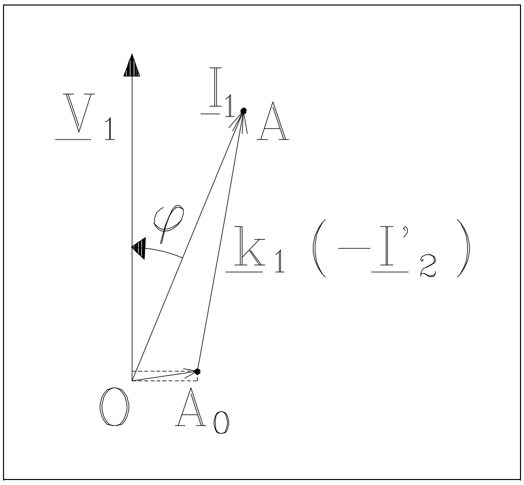


Figure 5.6-15

La Figure 5.6-15 explicite la relation *(5.6-29)*.

$\underline{OA_0}$ représente $\underline{I}_0$ le courant statorique absorbé au synchronisme (pour $\underline{I}_2$=**0**). Sa phase est proche de −**90**° puisqu'il sert essentiellement à la magnétisation de la machine (= à la création du champ tournant). Cette phase serait strictement égale à **-90**° si les pertes Joule au stator et les pertes magnétiques étaient nulles. L'amplitude du courant au synchronisme (on dit aussi de manière approximative : courant à vide) est inversement proportionnel à la réactance de magnétisation. On dit que le champ tournant est créé par le stator. Pour améliorer le facteur de puissance du courant statorique, il importe de réduire au maximum l'amplitude du courant $\underline{OA_0}$ donc d'augmenter la réactance X_{1m} donc de réduire l'entrefer. La largeur de l'entrefer est de l'ordre du millimètre et même moins dans les limites des possibilités de réalisation mécanique (**0,45** ***mm*** pour **10** ***Ch***).

`Pour la machine MATI01 :` $\underline{I_0}$ **= 6,20 (*A*) ∡ -83°1 = 0,43 (0/1) ∡ -83°1**

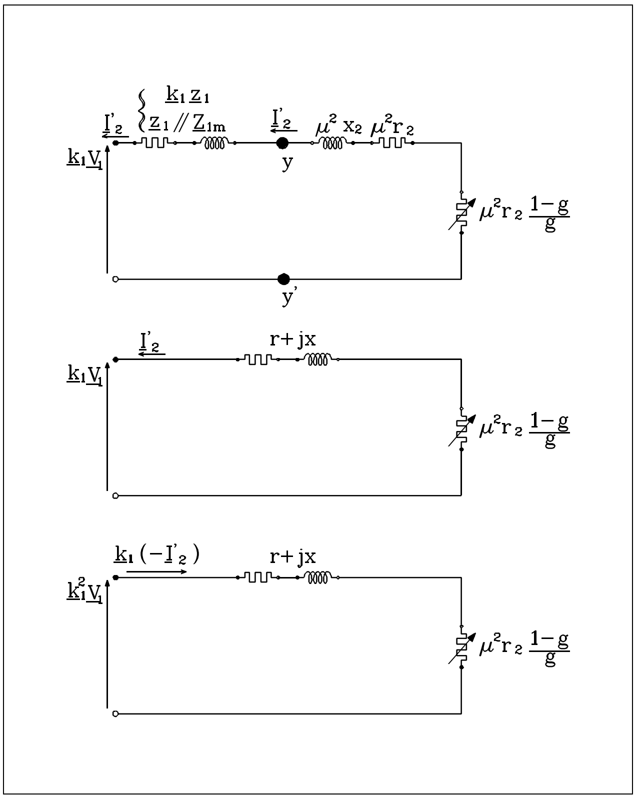


Figure 5.6-16

$\underline{A_0A}$ est proportionnel au courant secondaire dont il faut donc déterminer la variation en fonction du glissement. Pour cela, appliquons le théorème de Thévenin à gauche des points **YY'** du schéma équivalent de la Figure 5.6-14.

Le schéma équivalent prend successivement les formes indiquées à la Figure 5.6-16, où on a posé :

$$\begin{aligned} \underline{z} &= r + j\,x \\ &= \frac{\underline{z_1}\,\underline{Z_{1m}}}{\underline{z_1} + \underline{Z_{1m}}} + \mu^2\, r_2 + j\,\mu^2\, x_2 \\ &= \underline{k_1}\,\underline{z_1} + \mu^2\,\underline{z_2} \\ &= \underline{z_{1k}} + \mu^2\,\underline{z_2} \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}30)$$

en appelant :

$$\underline{z_{1k}} = \underline{k_1}\,\underline{z_1} = r_{1k} + j\,x_{1k}$$

l'impédance de dispersion **généralisée** du stator.

En première approximation, $\underline{z}$ est égal à

$$\underline{z} \;=\; (r_1 + \mu^2 r_2) + j\,(x_1 + \mu^2 x_2) \qquad (5.6\text{-}32)$$

puisque $\underline{k}_1 \approx 1$, et ne dépend que des impédances de dispersion.

```
Pour la machine MATI01 : z1k   = 0,494 + j 1,12 (Ω)
                                = 1,225 (Ω) ∠ 66°21
                                = 0,07 (0/1) ∠ 66°21
                         z      = 1,128 + j 2,273 (Ω)
                                = 2,537 (Ω) ∠ 66°6
                                = 0,144 (0/1) ∠ 66°6
```

Le lieu du point A se construit de la manière suivante (Figure 5.6-17)

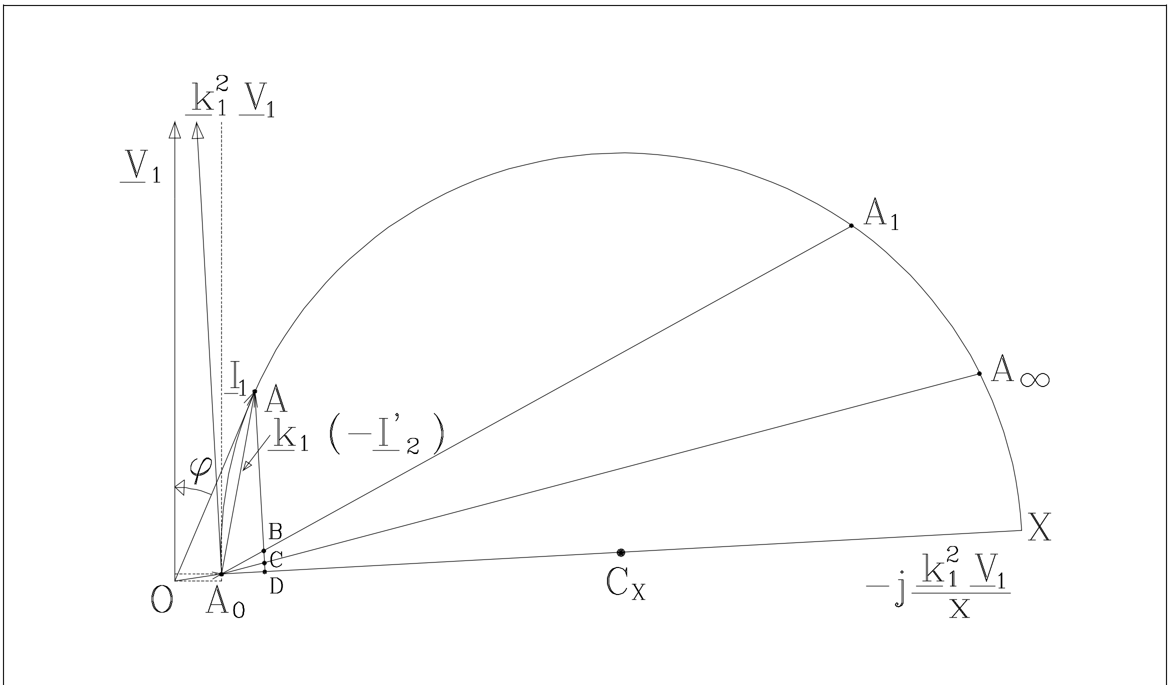


Figure 5.6-17

Au point A_0, traçons le phaseur $\underline{k}_1^2\ \underline{V}_1$. Il est pratiquement égal à $\underline{V}_1$. En fait, son amplitude est légèrement moindre (~**0,9**) et il est un peu déphasé vers l'avant. `Pour MATI01 :` $\underline{k}_1^2$ **`= 0,938 ∠1°09.`** Traçons le phaseur $\underline{A_0X}$, perpendiculaire à $\underline{k}_1^2\ \underline{V}_1$ et d'amplitude $k_1^2\ V_1/X$ (ordre de grandeur : $|A_0X|$ **= 7 à 15** $|OA_0|$). A_0X est le diamètre de la circonférence qui constitue le lieu des points A extrémité du phaseur $\underline{A_0A} = \underline{k}_1\,(-\underline{I}'_2)$ donc du phaseur $\underline{OA} = \underline{I}_1$. La position du centre C_X est donnée par $\underline{OA}_0 + \underline{A}_0X/2$.

Pour la machine MATI01 : $\underline{A_0X}$ = 105,3 (A) ∡ -88°9
= 7,72 (0/1) ∡ -88°9

Sur le diagramme, repérons les points

A_1 obtenu pour $g = 1$ tel que $\triangle A_1A_0X$ = **arctg** (r/x)

A_∞ obtenu pour $g = \infty$ (point fictif) tel que $\triangle A_\infty A_0X$ = **arctg** ($(r\text{-}\mu^2 r_2)$ $/x$)

La position du point A_∞ *est indépendante de la valeur de* r_2.

A moins qu'un rhéostat de démarrage ne soit interposé au rotor (et pas au stator, pq ?), l'amplitude du courant de démarrage est très élevée et le facteur de puissance faible. L'amplitude du courant diminue et le facteur de puissance commence par s'améliorer tandis que le moteur accélère (g part de **1** et diminue). Le moteur se stabilise lorsque le couple moteur est égal au couple résistant, généralement pour une faible valeur du glissement, c'est-à-dire que le point A est proche de A_0. La composante réactive du courant absorbé est voisine de OA_0. Le facteur de puissance diminue lorsque le glissement diminue. Pour obtenir une valeur convenable du facteur de puissance, il ne faut pas choisir un moteur trop puissant pour une charge donnée. Le courant à vide représente généralement **30** à **50 %** du courant à charge nominale. Le facteur de puissance maximal est obtenu lorsque $\underline{I_1} = \underline{OA}$ est perpendiculaire à $\underline{C_XA}$.

Pour la machine MATI01 : $\underline{I_0}$ = 6,2 (A) ∡ -83°1
= 0,43 (0/1) ∡ -83°1
$\underline{I_1}$ = 94,32 (A) ∡ -62°52
= 6,53 (0/1) ∡ -62°52
$\underline{I_\infty}$ = 102,9 (A) ∡ -76°65
= 7,13 (0/1) ∡ -75°65

Abaissons une perpendiculaire de A sur A_0X et notons B, C et D les points de rencontre respectifs avec A_0X, A_0A_∞ et A_0X.

$$\begin{aligned}
DA &= A_0D \ tg \ \angle \ AA_0X = \frac{A_0D}{x}\left(r + \frac{1-g}{g}\mu^2 r_2\right) \\
DB &= A_0D \ tg \ \angle \ A_1A_0X = \frac{A_0D}{x} r \\
DC &= A_0D \ tg \ \angle \ A_\infty A_0X = \frac{A_0D}{x}(r - \mu^2 r_2) \qquad (5.6\text{-}33) \\
\textit{avec} \quad r &= \mathbb{R}e\left(\frac{\underline{z_1}\ \underline{Z_{1m}}}{\underline{z_1} + \underline{Z_{1m}}}\right) + \mu^2 r_2 \\
&= \mathbb{R}e\left(\underline{k_1}\ \underline{z_1}\right) + \mu^2 r_2 \\
&= r_{1k} + \mu^2 r_2
\end{aligned}$$

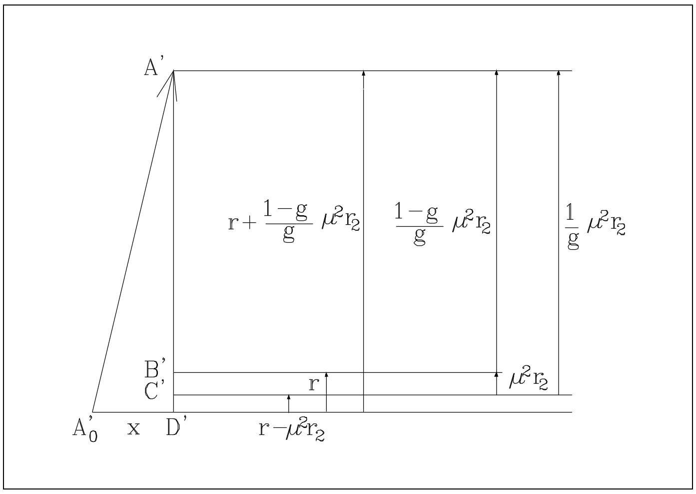


Figure 5.6-18

Considérons une figure semblable à $\boldsymbol{A_0ABCD}$ telle qu'au côté $\boldsymbol{A_0D}$ corresponde le côté $\boldsymbol{A'_0D'=x}$. La Figure 5.6-18 indique la valeur de tous les segments correspondants.

C. REPRESENTATION DU GLISSEMENT

Il vient immédiatement :

$$\frac{CB}{CA} = \frac{C'B'}{C'A'} = \frac{\mu^2 r_2}{\frac{1}{g}\mu^2 r_2} = g \qquad (5.6\text{-}34)$$

D. REPRESENTATION DU COUPLE

On sait que :

$$C_{em} = \frac{3p}{\omega}\frac{r_2 I_2^2}{g} \qquad (5.6\text{-}35)$$

expression dans laquelle I_2^2/g est fonction du glissement.

Des deux relations

$$\frac{CA}{A_0D} = \frac{\frac{1}{g}\mu^2 r_2}{x} \quad et \quad |A_0A|^2 = A_0D * A_0X \qquad (5.6\text{-}36)$$

il vient :

$$CA = \frac{\frac{1}{g}\mu^2 r_2}{x} A_0D = \frac{\frac{1}{g}\mu^2 r_2}{x} \frac{|A_0A|^2}{A_0X}$$

$$\begin{aligned} \textit{avec} \quad A_0A &= k_1\, I_2^{/} \\ A_0X &= \frac{k_1^2\, V_1}{x} \\ \textit{donc} \quad CA &= \frac{\frac{1}{g}\mu^2 r_2}{x} \frac{k_1^2\, I_2^{/2}}{\frac{k_1^2\, V_1}{x}} \\ &= \frac{1}{V_1} \frac{r_2\, I_2^2}{g} \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}37)$$

$$\boxed{C_{em} = \frac{3p}{\omega} V_1\, CA} \qquad (5.6\text{-}38)$$

L'axe A_0A_∞ est appelé **axe des couples**.

E. REPRESENTATION DE LA PUISSANCE

L'expression de la puissance électromécanique

$$\begin{aligned} P_{em} = C_{em}\, \Omega_r &= C_{em}\, (1-g)\, \frac{\omega}{p} \\ &= \frac{3p}{\omega} V_1\, CA\, (1-g)\, \frac{\omega}{p} \\ &= 3\, V_1\, CA\, (1-g) \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}39)$$

donne finalement

$$P_{em} = 3\, V_1\, BA \qquad (5.6\text{-}40)$$

L'axe A_0A_1 est appelé **axe des puissances**.

F. SIMPLIFICATION

Si z_1 est négligeable devant Z_{1m}, $k_1 = 1$, donc le diamètre du cercle est horizontal et vaut V_1/X.

5.6.4. Caractéristique mécanique $C_{em} = f\,(\Omega_r)$ ou $C_{em} = f\,(g)$

A. FONCTIONNEMENT EN MOTEUR, EN GENERATRICE, EN FREIN

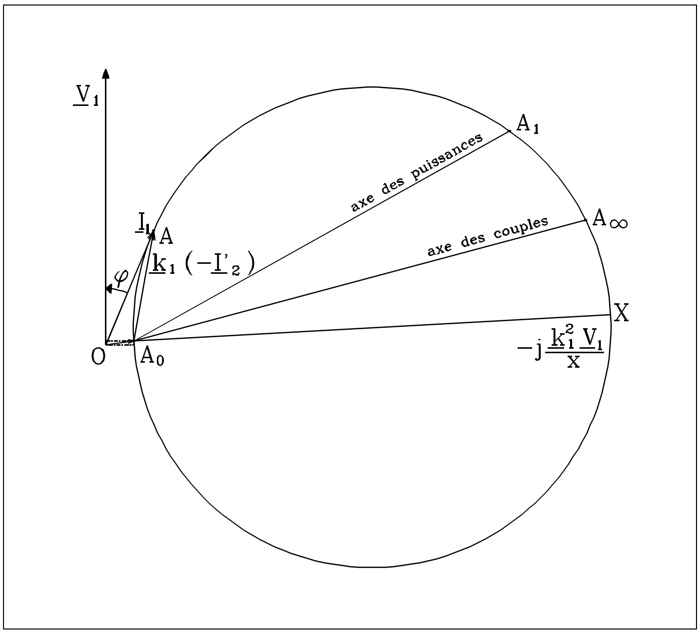


Figure 5.6-19

L'allure de la caractéristique mécanique peut se déduire du diagramme du cercle à l'aide des relations *(5.6-34)* et *(5.6-38)*. A la Figure 5.6-19, le diagramme a été complété de la partie relative aux glissements négatifs, c'est à dire au fonctionnement en génératrice pour lequel le rotor tourne plus vite que le champ tournant. Le point ***X*** correspond à une valeur nulle de la résistance totale

$$r_{1k} + \frac{r_2^{/}}{g} = 0 \qquad (5.6\text{-}41)$$

donc au glissement

$$g = -\frac{r_2^{/}}{r_{1k}} \qquad (5.6\text{-}42)$$

Une expression analytique de la caractéristique mécanique est utile. Reprenons la relation *(5.6-24) :*

$$C_{em} = \frac{3p}{\omega}\,\frac{r_2 I_2^2}{g} \qquad (5.6\text{-}43)$$

Le schéma équivalent de la Figure 5.6-16 permet d'écrire :

$$I_2^{/2} = \frac{k_1^2\,V_1^2}{\left(r_{1k} + \mu^2\frac{r_2}{g}\right)^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2} \qquad (5.6\text{-}44)$$

donc

$$C_{em} = \frac{3p}{\omega} \frac{\mu^2 \dfrac{r_2}{g} k_1^2 V_1^2}{\left(r_{1k} + \mu^2 \dfrac{r_2}{g}\right)^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2} \qquad (5.6\text{-}45)$$

Approximations

Pour les faibles valeurs de g, le couple dépend linéairement du glissement :

$$C_{em} \simeq \frac{3p}{\omega} \frac{k_1^2 V_1^2 g}{\mu^2 r_2} \qquad (5.6\text{-}46)$$

Comme la valeur de r_2 est généralement faible, la pente de la caractéristique mécanique dans sa partie utile, est très élevée (comme pour la machine à courant continu à excitation indépendante).

Par contre, pour les valeurs élevées de g, la dépendance est hyperbolique :

$$\begin{aligned} C_{em} &= \frac{3p}{\omega} \mu^2 \frac{r_2}{g} \frac{k_1^2 V_1^2}{\left(r_{1k} + \mu^2 \dfrac{r_2}{g}\right)^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2} \\ &\simeq \frac{3p}{\omega} \mu^2 \frac{r_2}{g} \frac{k_1^2 V_1^2}{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2} \quad \textit{de manière approchée} \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}47)$$

Il y a égalité de valeurs entre les deux approximations pour un glissement égal à :

$$g_{eg} = \pm \frac{\mu^2 r_2}{\sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}} \qquad (5.6\text{-}48)$$

c'est à dire pour

$$C_{eg} = \pm \frac{3p}{\omega} \frac{k_1^2 V_1^2}{\sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}} \qquad (5.6\text{-}49)$$

Valeurs extrêmales

On sait que le couple est proportionnel à P_{ent} donc à la puissance dissipée dans la résistance

$\mu^2 r_2/g$. La valeur de cette résistance (donc du glissement) qui permet d'obtenir la valeur maximale du couple est donnée par la condition classique d'**adaptation** des impédances de source et de charge.

$$\mu^2 \frac{r_2}{g_{C_{\max}}} = \pm \sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2} \qquad (5.6\text{-}50)$$

La valeur du glissement pour lequel le couple maximal est obtenu vaut donc

$$g_{C_{\max}} = \pm \frac{\mu^2 r_2}{\sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}} \qquad (5.6\text{-}51)$$

Elle est proportionnelle à la résistance rotorique. Elle est, par ailleurs, égale à g_{eg}.

La valeur du couple maximal est :

$$C_{\max} = \frac{1}{2} \frac{3p}{\omega} \frac{k_1^2 \, V_1^2}{r_{1k} \pm \sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}} \qquad (5.6\text{-}52)$$

Tenant compte de la relation *(5.6-49)*, on peut écrire :

$$C_{\max} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}}{r_{1k} \pm \sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}} C_{eg} \qquad (5.6\text{-}53)$$

c'est à dire pratiquement $C_{max} = C_{eg}/2$ si r_1 est suffisamment faible.

Sur l'approximation linéaire, ce couple maximal correspond à un glissement égal à

$$g_{\lim} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}}{r_{1k} \pm \sqrt{r_{1k}^2 + \left(x_{1k} + \mu^2 x_2\right)^2}} g_{C_{\max}} \qquad (5.6\text{-}54)$$

c'est à dire pratiquement $g_{lim} = g_{Cmax}/2$.

Caractéristique

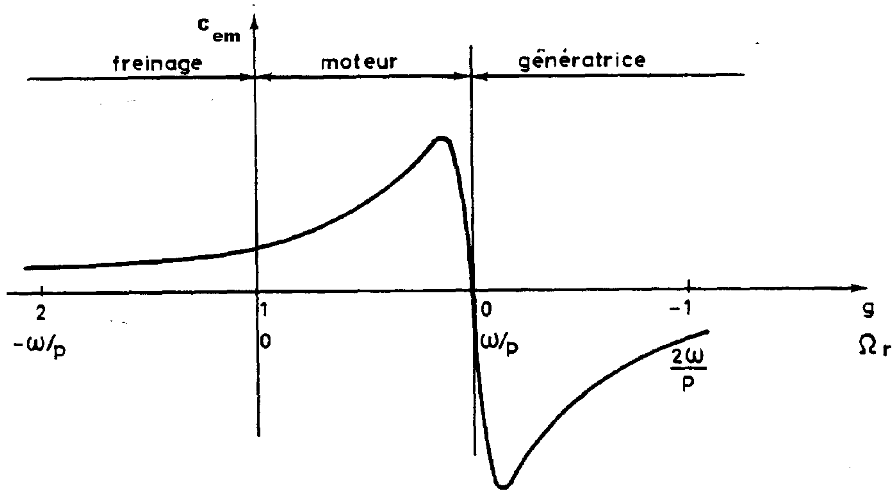


Figure 5.6-20

L'allure générale de la caractéristique mécanique est indiquée à la Figure 5.6-20. On distingue les 3 domaines :

- moteur : point du diagramme du cercle compris entre A_1 et A_0 Le couple au démarrage doit être suffisant pour ébranler la charge. La caractéristique de la charge ayant généralement une pente positive, tous les points de la caractéristique sont stables mais, comme cela a déjà été noté, un rendement convenable n'est obtenu que pour les faibles valeurs de glissement, c'est à dire dans la partie linéaire de la caractéristique.
- freinage : point du diagramme compris entre A_∞ et A_1. La machine tourne en sens inverse du champ tournant
- génératrice : point du diagramme situé sur la demi-circonférence symétrique de celle indiquée à la Figure 5.6-17, c'est à dire entre A_∞ et A_0 dans la partie inférieure du cercle de la Figure 5.6-19. Ce fonctionnement est obtenu pour $g < 0$. Il faut noter l'importance de la puissance réactive qui doit être fournie par le réseau sur lequel la génératrice débite. L'amorçage sur charge isolée n'est possible que si la charge est capacitive.

Pour la machine MATI01 : $\underline{C}_{max}$ = **343 (Nm)**
= **2,94 (0/1)**
g_{Cmax} = 0,272
$\underline{C}_{min}$ = −528,2 (Nm)
= −4,53 (0/1)
g_{Cmax} = −0,272

La caractéristique mécanique est représentée à la Figure 5.6-21 ainsi que l'approximation linéaire limitée à g_{lim}.

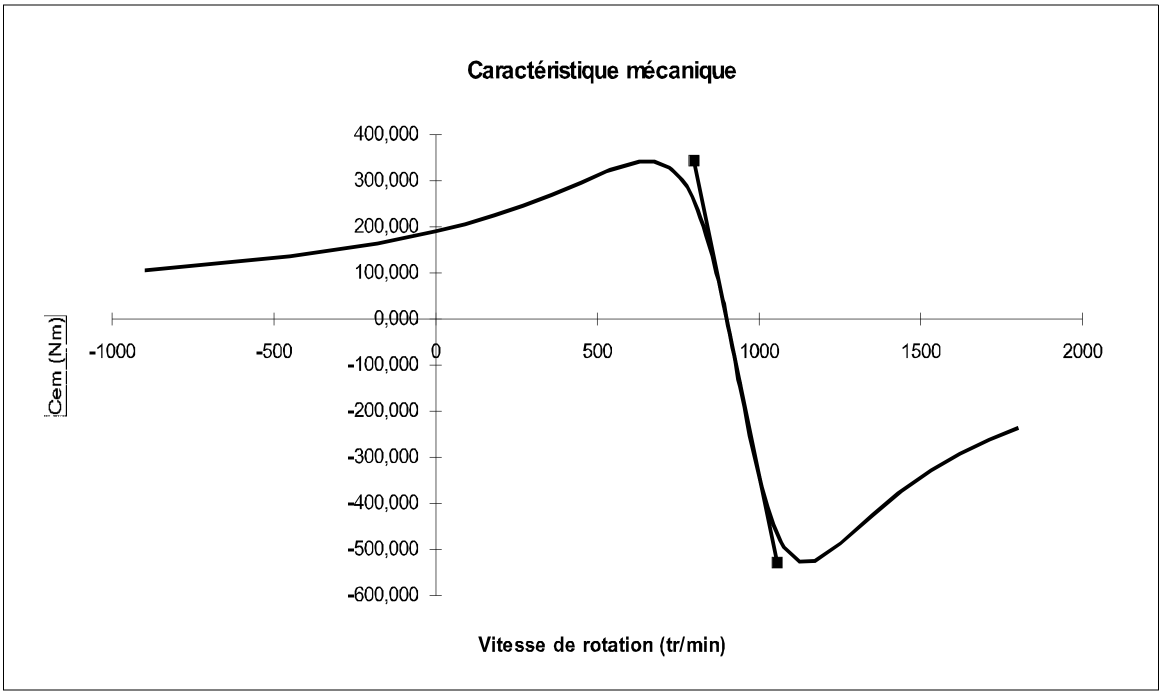


Figure 5.6-21

B. <u>INFLUENCE DE r_2</u> : <u>RESISTANCE ROTORIQUE</u>

Par simple examen du diagramme du cercle, on constate que r_2 n'a pas d'influence sur la position des points A_∞, X et A_0. , donc sur la valeur du couple maximal. Par contre, elle influence la position du point A_1, donc la valeur du glissement pour laquelle le couple maximal est obtenu.

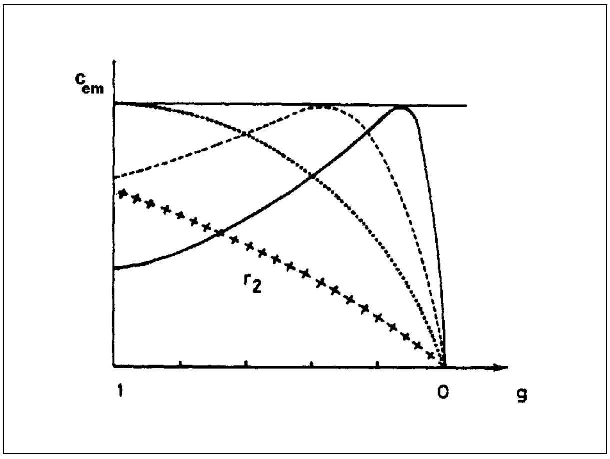


Figure 5.6-22

La valeur maximale du couple est indépendante de la résistance rotorique *(5.6-52)* dont dépend, cependant, le glissement auquel ce couple est obtenu *(5.6-51)* (Figure 5.6-22). Cette résistance rotorique doit être élevée pour obtenir un fort couple au démarrage mais faible au régime nominal pour obtenir un bon rendement (réduire les pertes Joule rotoriques). I1 en résulte (*répétition !*) que le glissement pour le couple nominal n'est que de **quelques %**.

Pour obtenir cette variation de résistance rotorique, un rhéostat de démarrage est raccordé au rotor par des bagues. La valeur du rhéostat est calculée par la relation *(5.6-50)* pour obtenir le couple maximal au démarrage (**g = 1**). Elle est progressivement ramenée à zéro mais le court-circuitage final s'effectue au rotor avec relevage des balais.

Alimentée à fréquence constante, la machine asynchrone a une vitesse de rotation pratiquement constante, non réglable, sauf si un rhéostat est placé au rotor mais au détriment du rendement et avec une plage de réglage relativement limitée. Des indications sur les possibilités de réglage de vitesse des machines d'induction sont données au § 5.11.

C. INFLUENCE DE LA TENSION STATORIQUE

Si les impédances sont supposées constantes, la valeur du couple est proportionnelle au carré de la tension statorique. Ainsi, une réduction de **30 %** de la tension conduit à une réduction de **50 %** du couple dont il peut résulter le décrochage de la machine. Il importe que le constructeur spécifie le rapport $C_{max}/C_{Nominal}$

D. INFLUENCE DE LA FREQUENCE STATORIQUE

Les moyens électroniques actuels (§ 5.11) permettent d'alimenter la machine d'induction à fréquence réglable.

Dans sa partie utile, la caractéristique mécanique peut être remplacée par son approximation linéaire *(5.6-46)* :

$$\begin{aligned} C_{em} &\simeq \frac{3p}{\omega} \frac{k_1^2 \, V_1^2 \, g}{\mu^2 r_2} \\ &\simeq \frac{3p}{\mu^2 r_2} \frac{k_1^2 \, V_1^2}{\omega^2} \left(\omega - \omega_r\right) \end{aligned} \qquad (5.6\text{-}55)$$

La caractéristique mécanique est très semblable à celle d'une machine ***CC*** à excitation indépendante. On la déplace en modifiant la valeur ω de la fréquence de l'oscillateur.

Alimentation à tension constante

La Figure 5.6-23 représente les caractéristiques mécaniques linéaires de la machine ***MATI01*** pour différentes valeurs de la fréquence d'alimentation. Les caractéristiques ont été limitées aux valeurs extrêmales du couple électromécanique.

On constate que lorsque la fréquence diminue, les caractéristiques se redressent et les valeurs extrêmales de couple augmentent en valeur absolue. Ceci ne doit pas étonner puisque, à tension constante, une réduction de la fréquence entraîne une augmentation du flux. Un raisonnement économique identique à celui mené pour les machines ***CC*** à réglage par l'excitation conduit à limiter la plage de réglage de la vitesse dans un rapport relativement faible : **1 *à* 2, 1 *à* 3.** Comme pour les machines à ***CC***, le réglage à tension constante est utilisé au-delà de la vitesse nominale (défluxage).

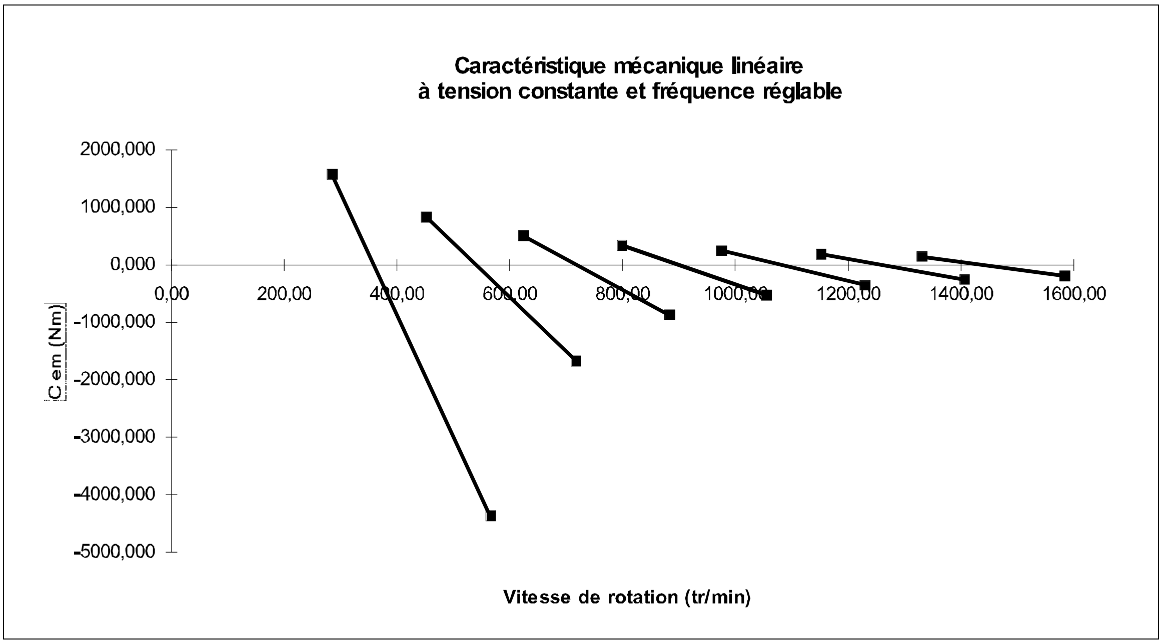


Figure 5.6-23

Alimentation à flux constant

La tension d'alimentation est rendue proportionnelle à la fréquence. La relation *(5.6-55)* montre que la tension devrait plutôt être proportionnelle à $\boldsymbol{\omega/k_1}$ mais la correction n'est sensible qu'aux très basses fréquences ($\boldsymbol{< f_N/10}$).

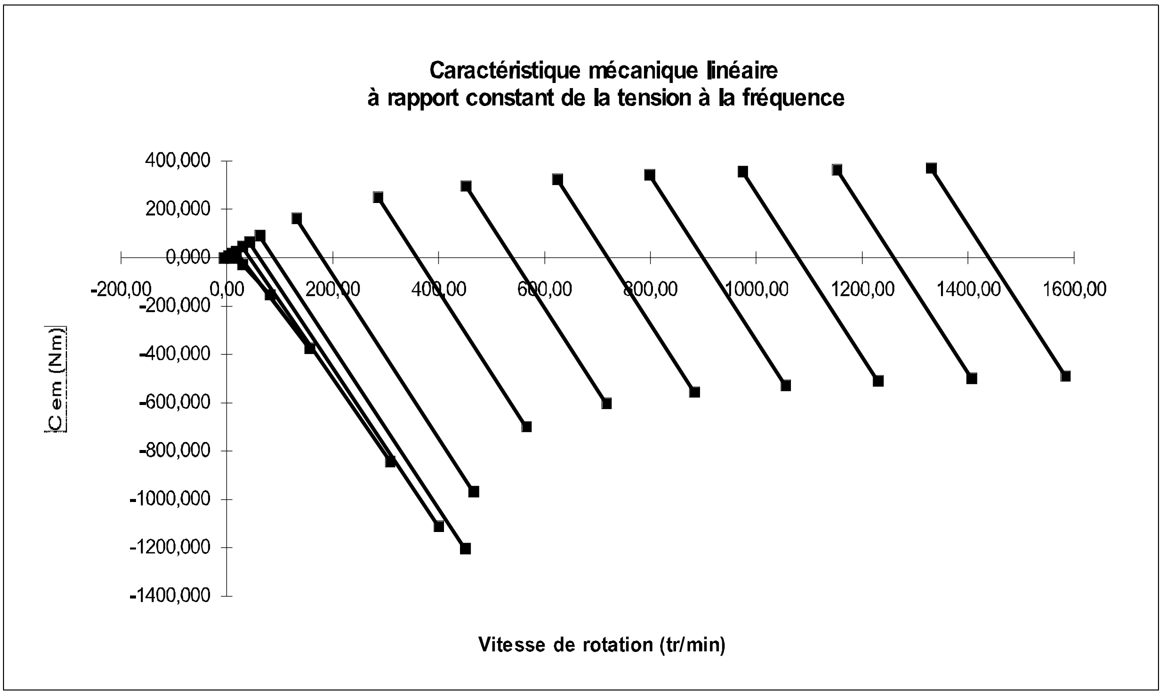


Figure 5.6-24

La Figure 5.6-24 représente les caractéristiques mécaniques linéaires de la machine ***MATI01*** pour différentes valeurs de la fréquence d'alimentation. Les caractéristiques sont, comme plus haut, limitées aux valeurs extrêmales du couple électromécanique.
On constate une réduction de la plage de variation du couple aux faibles vitesses. La relation *(5.6-52)* montre que la cause en est la valeur non nulle de $\boldsymbol{r_{1k}}$ donc de $\boldsymbol{r_1}$ la résistance du stator.

Une loi empirique de compensation de la tension en fonction de la fréquence peut être trouvée (?) qui donne une valeur maximale du couple à peu près constante dans une très large gamme de vitesse du moins pour le fonctionnement en moteur (Figure 5.6-24). Il s'agit ici du couple électromécanique. Il faudrait corriger la loi pour obtenir le couple net à l'arbre.

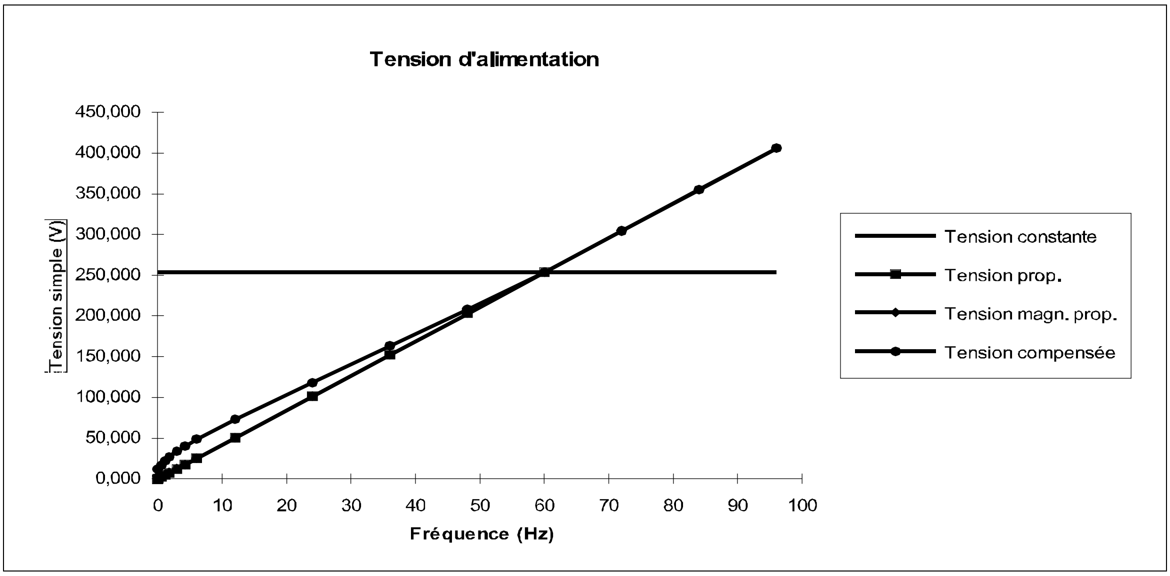


Figure 5.6-25

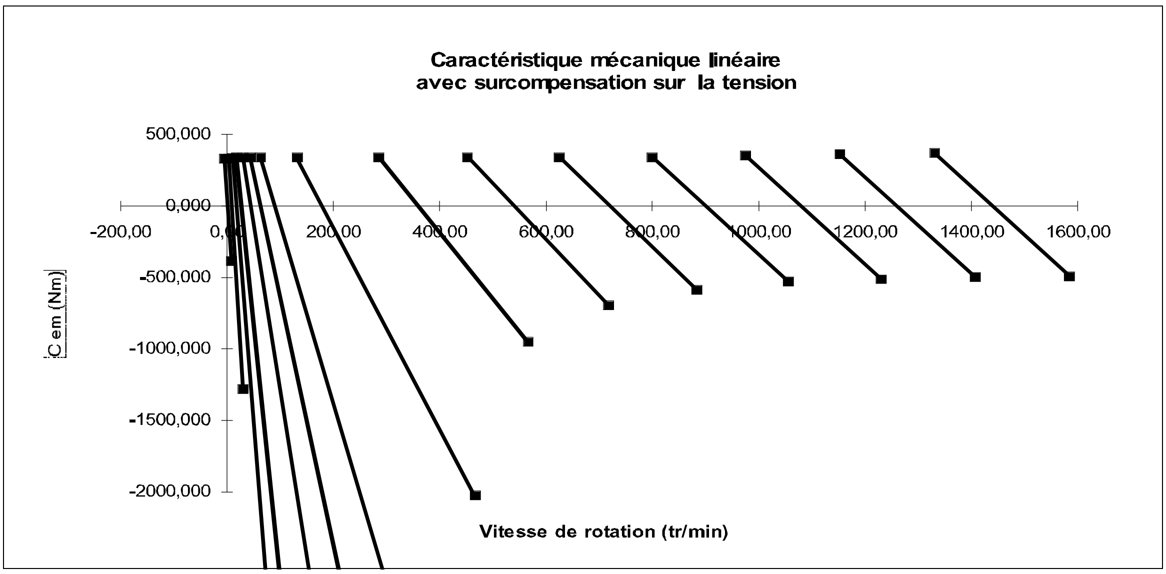


Figure 5.6-26

Au-delà de la vitesse nominale, le réglage avec compensation n'est pas différent de celui à flux constant. Cependant, ce domaine de fonctionnement amène une sollicitation de la machine au-delà de ses caractéristiques nominales tant en tension (isolement) qu'en puissance.

<u>Défluxage</u>

Pour éviter les inconvénients qui viennent d'être signalés, la tension est limitée à sa valeur nominale. Cette limitation devient effective pour les fréquences supérieures à la valeur nominale.

Les caractéristiques mécaniques sont obtenues par combinaison de celles obtenues à la Figure 5.6-24 pour $f \le f_N$ et à la Figure 5.6-23 pour $f \ge f_N$ Dans le fonctionnement en survitesse, à tension constante, le couple maximal varie comme $1/\omega^2$ comme le montre la relation *(5.6-52)*, en négligeant la résistance, et respecte donc la condition de puissance nominale. La Figure 5.6-27 illustre l'utilisation habituelle de la machine d'induction, semblable à celle de la machine ***CC*** : flux donc couple maximal constant jusqu'à la vitesse nominale et tension constante au-delà.

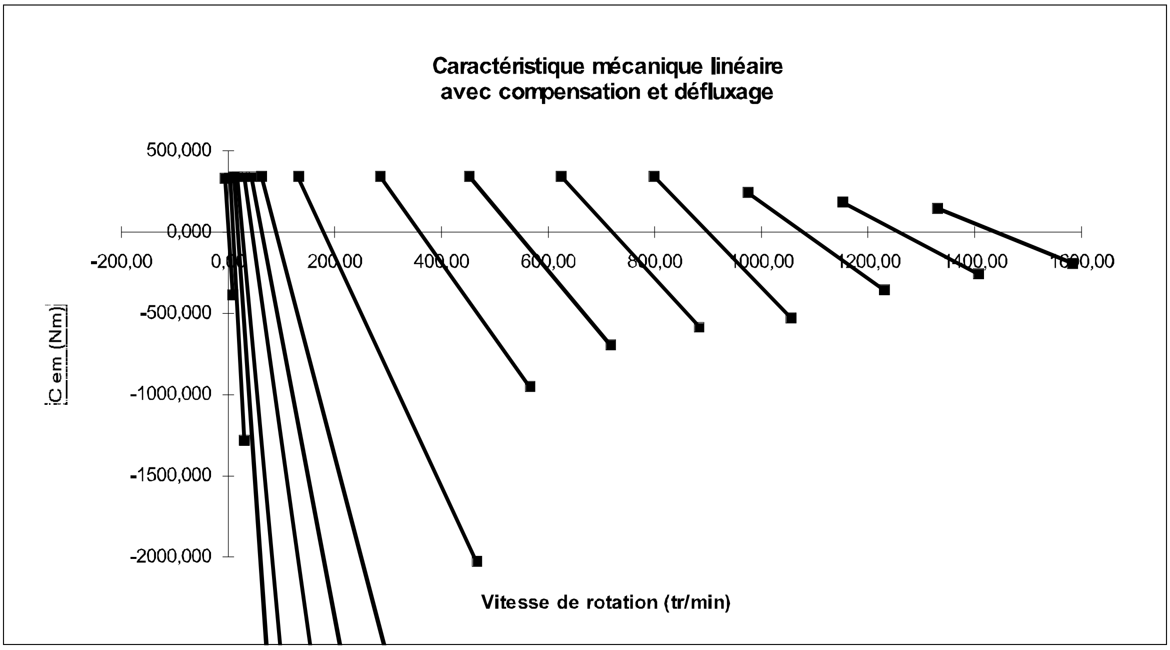


Figure 5.6-27

5.7. LA MOTEUR ASYNCHRONE A CAGE D'ECUREUIL EN REGIME

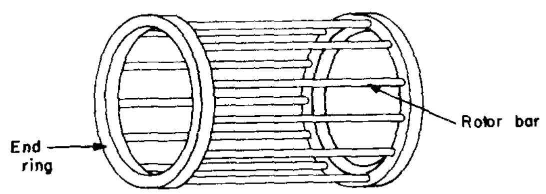
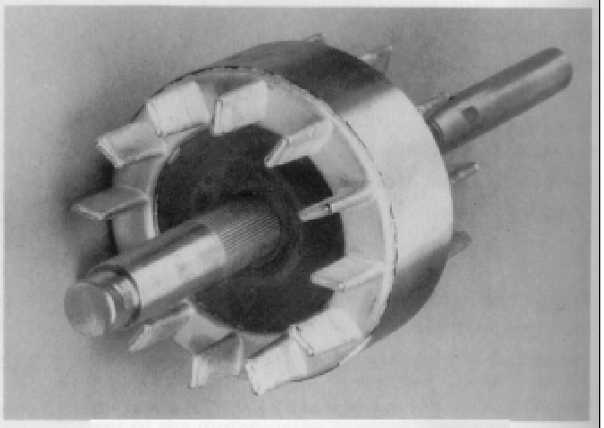


Fig. 7-2. Simplified squirrel cage.

Figure 5.7-1

Dans beaucoup d'applications, la limitation du courant de démarrage et l'accroissement du couple au démarrage que procure le rhéostat, inséré en série avec le rotor bobiné, ne sont pas nécessaires. Le rotor peut être constamment court-circuité. On en arrive à la conception du moteur à rotor en cage d'écureuil où des barres conductrices sont placées dans des encoches et court-circuitées aux deux extrémités par des connexions conductrices (Figure 5.7-1, [MAT01]). Ce système présente de nombreux avantages de **simplicité, robustesse, faible prix** qui expliquent qu'il représente le type de moteur le plus largement utilisé, notamment sous la forme particulièrement économique de cage en aluminium coulée directement dans les encoches rotoriques (Figure 5.7-2, [WIL01]).



Die-cast aluminum squirrel-cage rotor with integral cooling fan. *(Lab-Volt)*

Figure 5.7-2

La théorie des moteurs à rotor bobiné est applicable en considérant que le nombre de phases rotoriques est égal au nombre d'encoches par pôle. I1 faut, cependant, noter que l'on ne peut pas considérer la résistance rotorique r_2 comme constante. Au démarrage, la fréquence des courants rotoriques est égale à la fréquence du réseau. Par effet pelliculaire et de proximité, la répartition de la densité de courant n'est pas uniforme. La résistance équivalente est nettement plus élevée qu'au fonctionnement nominal où, le glissement étant faible, la fréquence des courants rotoriques est pratiquement nulle.

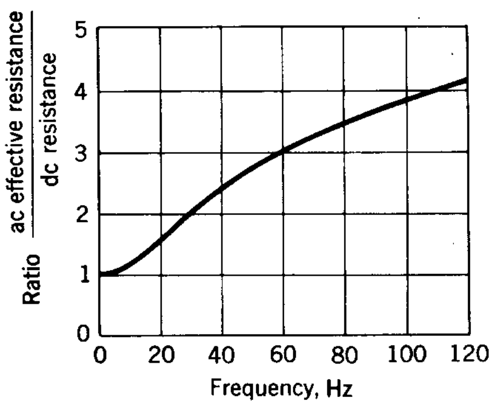


Fig. 7-16. Skin effect in a copper rotor bar 1.00 in. deep.

Figure 5.7-3

La Figure 5.7-3 ([FIT01]) montre l'influen ce de l'effet pelliculaire sur le rapport de la résistance effective (en CA) à la résistance en courant continu pour une barre rectangulaire profonde (25,4 mm). Cette variation de résistance est ***bénéfique*** puisqu'elle fait correspondre une forte valeur de r_2 au démarrage et une faible valeur au régime nominal.

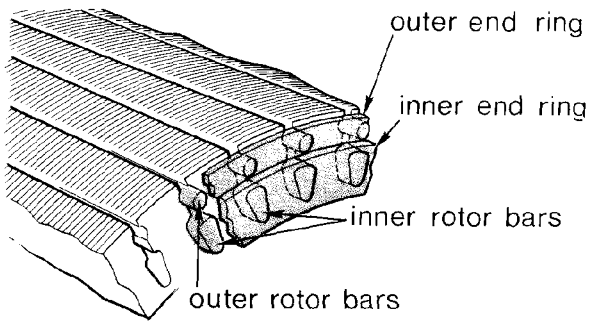


Figure 5.7-4

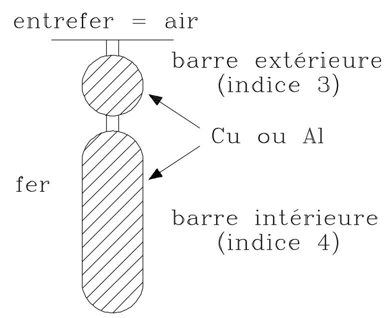


Figure 5.7-5

L'idée est exploitée plus complètement dans le rotor à double cage (Figure 5.7-3, [UNK01] et Figure 5.7-3). Le schéma équivalent de la Figure 5.7-6 se comprend aisément.

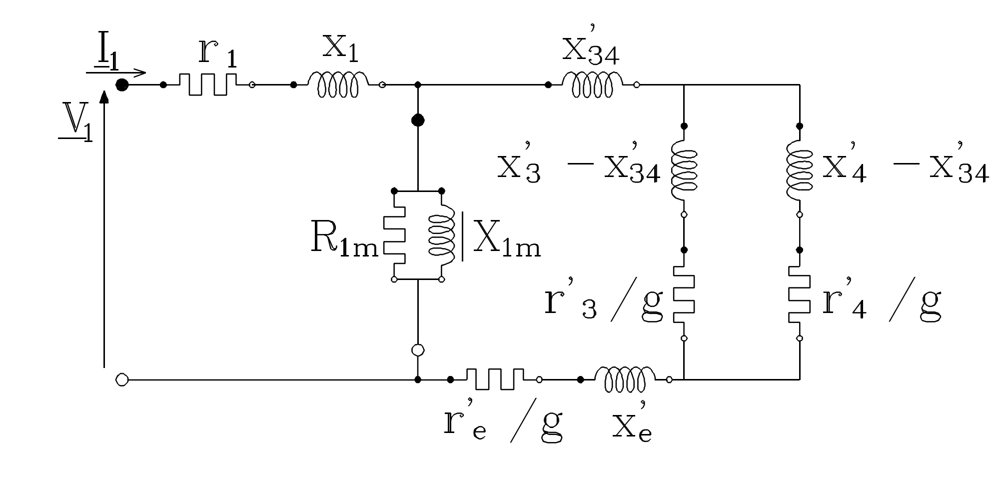


Figure 5.7-6

On a posé :

x_{34}	:	la réactance mutuelle de dispersion entre les deux cages
r_3 & r_4	:	les résistances des cages avec $r_3 > r_4$ (section)
x_3 & x_4	:	les réactances propres de dispersion de chaque cage avec $x_3 < x_4$ (**4** entourée de fer)
r_e et x_e	:	les résistance et réactance des connexions d'extrémité communes si elles existent.

Au démarrage, la fréquence des courants rotoriques est élevée. La répartition des courants entre les deux cages est déterminée par le rapport des réactances. Le courant circule donc principalement dans la cage extérieure (**3**) dont la résistance est supérieure. Ce qui détermine de bonnes caractéristiques de démarrage. En fonctionnement nominal, la fréquence des courants rotoriques est faible. La répartition des courants est déterminée par le rapport des résistances. Le courant circule donc principalement dans la cage intérieure (**4**) dont la résistance est inférieure. Ce qui cause un faible glissement et un bon rendement.

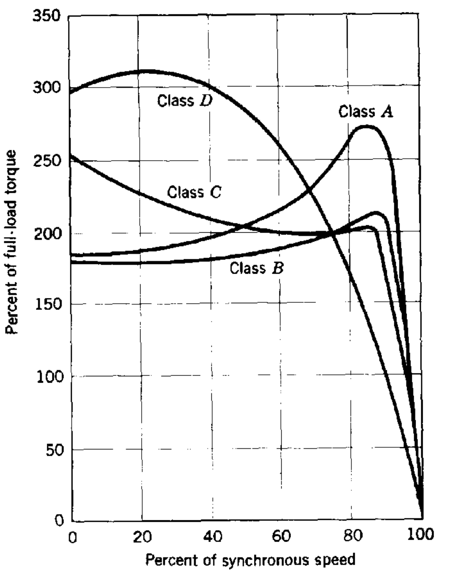


Fig. 7-18. Typical torque-speed curves for 1,800-rpm general-purpose induction motors.

Figure 5.7-7

Pour faire face aux besoins normaux de l'industrie, les constructeurs ont fait choix d'un certain nombre de constructions normalisées pour différentes puissances aux tensions, fréquences et vitesses usuelles. La Figure 5.7-7 [FIT01] représente les caractéristiques mécaniques des moteurs appartenant à quatre classes différentes selon les normes ***NEMA*** valables jusqu'à ***200 HP***.

Classe A :

rotor à simple cage de faible résistance
$C_{dem} = 1,8$ *à* $2\ C_N$
$I_{dem} = 5$ *à* $8\ I_N$
faible glissement, bon rendement

Classe B :

rotor à double cage ou barres profondes (très répandu)
$C_{dem} = 1,8$ *à* $2\ C_N$
$I_{dem} = 3$ *à* $5\ I_N$
faible glissement, bon rendement
facteur de puissance moins bon que **A**
Utilisation : lorsque les exigences de couple au démarrage ne sont pas trop sévères : ventilateurs, soufflantes, pompes, etc...

Classe C :

double cage de résistance plus élevée que **B**
$C_{dem} = 2,5\ C_N$ (élevé)
$I_{dem} = 3$ *à* $5\ I_N$ (comme classe **B**)
glissement plus important et rendement moins bon que les moteurs de classes **A** et **B**
applications : compresseurs, ...

Classe D :

simple cage de résistance plus élevée que **C**
fort couple au démarrage, fort glissement
applications : cisailles, poinçonneuses, ... avec volant important

Remarque : *L'inconvénient fondamental de ce type de moteur réside dans la faible valeur du facteur de puissance :* ***0,85*** *à* ***0,9*** *à pleine charge,* ***0,1*** *à vide*
Il faut également remarquer que la vitesse n'est pas aisément réglable économiquement mais que sa simplicité est grande et que les coûts d'installation et d'entretien sont faibles.

5.8. MESURE DES PARAMETRES DE LA MACHINE ASYNCHRONE

5.8.1. Essai au synchronisme

En amenant à l'aide d'un moteur couplé à son arbre, la machine au synchronisme (***g* = 0**), l'impédance mesurée au stator vaut :

$$\underline{Z_1}(\mathbf{0}) = \frac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}} = \underline{z_1} + \underline{Z_{1m}} \qquad (5.8\text{-}1)$$

5.8.2. Essai à rotor bloqué

L'impédance mesurée lorsque le rotor est bloqué (***g* = 1**) vaut

$$\underline{Z_1}(\mathbf{1}) = \frac{\underline{V_1}}{\underline{I_1}} = \underline{z_1} + \underline{z_2'} \,//\, \underline{Z_{1m}} \qquad (5.8\text{-}2)$$

donc en posant, comme cela a été fait pour le stator :

$$\underline{k_2} = \frac{\underline{Z_{1m}}}{\underline{z_2'} + \underline{Z_{1m}}} = \frac{\mu^2\, \underline{Z_{1m}}}{\underline{z_2} + \mu^2\, \underline{Z_{1m}}} = k_2\ \angle\varepsilon_2 \qquad (5.8\text{-}3)$$

il vient :

$$\underline{Z_1}(\mathbf{1}) = \underline{z_1} + \underline{k_2}\, \underline{z_2'} \qquad (5.8\text{-}4)$$

Cet essai donne pratiquement la somme des impédances de dispersion (vue du stator).

A l'arrêt, la fréquence des courants rotoriques est égale à la fréquence d'alimentation. Ce qui modifie sensiblement la valeur de la résistance rotorique. Pour obtenir une valeur utilisable dans les conditions normales (faibles valeurs de *g*), l'essai doit être effectué à ***fréquence réduite***.

5.8.3. Admittance isochrone

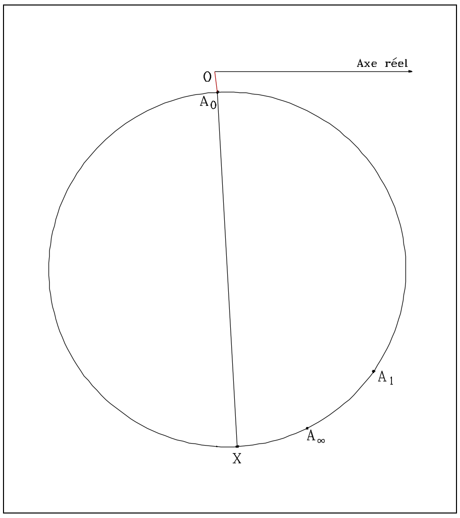


Figure 5.8-1

L'admittance isochrone statorique d'une machine d'induction est définie par :

$$\underline{Y}_1(g) = \frac{\underline{I}_1}{\underline{V}_1} \qquad (5.8\text{-}5)$$

Ce n'est rien d'autre que la variation en fonction du glissement de la valeur du courant statorique en maintenant la tension statorique constante. C'est le diagramme du cercle mais rapporté à un axe réel horizontal (Figure 5.8-1).

En reprenant les développements du diagramme du cercle, il vient :

$$\underline{Y}_1(g) = \frac{1}{\underline{z}_1 + \underline{Z}_{1m}} + \frac{\underline{k}_1^2}{\underline{k}_1\,\underline{z}_1 + \underline{z}_2' + r_2'\,\dfrac{1-g}{g}} \qquad (5.8\text{-}6)$$

Le principe de la méthode consiste d'une part, à effectuer un relevé expérimental de $\underline{Y}_1(g)$ pour les valeurs habituelles (modérées) du glissement et, d'autre part, à reporter sur le même diagramme la caractéristique obtenue par la relation *(5.8-5)* en donnant des valeurs aux paramètres. Par approximations successives (automatiques ou manuelles), les valeurs de ces paramètres sont adaptées pour obtenir la meilleure coïncidence.

L'expression *(5.8-5)* n'est guère commode. Il vaut mieux utiliser celle déduite de l'impédance isochrone.

5.8.4. Impédance isochrone

L'impédance isochrone statorique d'une machine d'induction est définie par :
$\underline{Z}_1(g)$ se déduit de $\underline{Y}_1(g)$ par l'opération d'**inversion** telle que :

$$si \quad \underline{Y}_1 = Y_1 \angle\gamma_1 \quad \Rightarrow \quad \underline{Z}_1 = \frac{1}{Y_1} \angle -\gamma_1 \qquad (5.8\text{-}7)$$

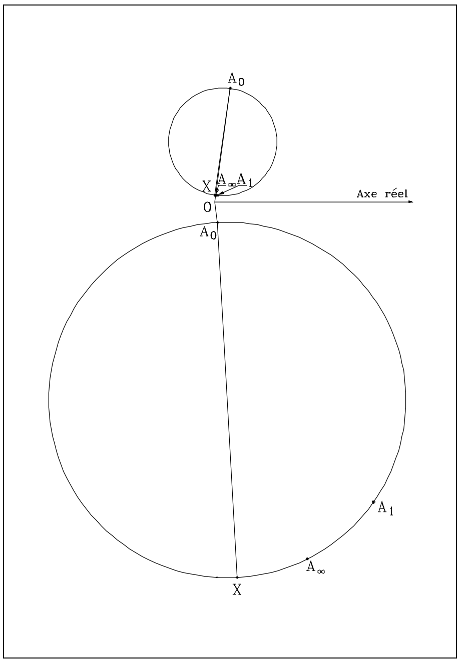


Figure 5.8-2

L'inversion est une opération **conforme**, qui conserve les angles. Une circonférence reste une circonférence (éventuellement dégénérée en droite) et un diamètre reste un diamètre (mais le centre n'est pas conservé). Ainsi les extrémités $\boldsymbol{A_0}$ et $\boldsymbol{X}$ du diamètre du cercle d'admittance se transforme en les extrémités $\boldsymbol{A_0}$ et $\boldsymbol{X}$ du diamètre du cercle d'impédance (Figure 5.8-2).

Pour obtenir l'expression de $\underline{\boldsymbol{Z}}_{\boldsymbol{1}}\boldsymbol{(g)}$, on pourrait inverser la relation *(5.8-5)*, mais il est plus simple de repartir du schéma équivalent.

$$
\begin{aligned}
\underline{Z}_1(g) &= r_1 + j\omega l_1 + \frac{\left(\frac{r_2'}{g} + j\omega l_2'\right) \underline{Z}_{1m}}{\frac{r_2'}{g} + j\omega l_2' + \underline{Z}_{1m}} \\
&= r_1 + \frac{j\omega l_1 \left(r_2' + jg\omega l_2' + g\underline{Z}_{1m}\right) + \left(r_2' + jg\omega l_2'\right) \underline{Z}_{1m}}{r_2' + jg\omega l_2' + g\underline{Z}_{1m}} \\
&= r_1 + \frac{\left(j\omega l_1 + \underline{Z}_{1m}\right)\left(r_2' + jg\omega l_2' + g\underline{Z}_{1m}\right) - g\underline{Z}_{1m}^2}{r_2' + jg\omega l_2' + g\underline{Z}_{1m}} \\
&= r_1 + \left(j\omega l_1 + \underline{Z}_{1m}\right) \frac{r_2' + \left(jg\omega l_2' + g\underline{Z}_{1m}\right)\left(1 - \frac{\underline{Z}_{1m}^2}{\left(j\omega l_1 + \underline{Z}_{1m}\right)\left(j\omega l_2' + \underline{Z}_{1m}\right)}\right)}{r_2' + jg\omega l_2' + g\underline{Z}_{1m}} \\
&= r_1 + j\omega\left(l_1 + \frac{\underline{Z}_{1m}}{j\omega}\right) \frac{1 + jg\omega \frac{l_2' + \frac{\underline{Z}_{1m}}{j\omega}}{r_2'} \left(1 - \frac{\left(\frac{\underline{Z}_{1m}}{j\omega}\right)^2}{\left(l_1 + \frac{\underline{Z}_{1m}}{j\omega}\right)\left(l_2' + \frac{\underline{Z}_{1m}}{j\omega}\right)}\right)}{1 + jg\omega \frac{l_2' + \frac{\underline{Z}_{1m}}{j\omega}}{r_2'}}
\end{aligned}
\qquad (5.8\text{-}8)
$$

Dans le même esprit que pour la définition de $\underline{k}_1$, posons :

$\underline{L}_{1m}$: $\underline{Z}_{1m}/j\omega$:	inductance de magnétisation **généralisée** vue du stator
$\underline{L}_1 = l_1 + \underline{L}_{1m}$:	inductance statorique **généralisée**
$\underline{L}_2' = l_2' + \underline{L}_{1m}$:	inductance rotorique vue du stator **généralisée**
$\underline{L}_2 = \mu^2\, \underline{L}_2'$:	inductance rotorique **généralisée**
$\underline{T}_2 = \underline{L}_2'/r_2' = \underline{L}_2/r_2$:	constante de temps rotorique **généralisée**
$\underline{\sigma} = 1 - (\underline{L}_{1m}^2/(\underline{L}_1\, \underline{L}_2'))$:	coefficient de dispersion **généralisé**

La relation Figure 5.8-2 s'écrit alors :

$$\underline{Z}_1(g) \;=\; r_1 + j\omega \underline{L}_1 \frac{1 + jg\omega\, \underline{T}_2\, \underline{\sigma}}{1 + jg\omega\, \underline{T}_2} \qquad (5.8\text{-}9)$$

Pour les machines de moyenne et de forte puissance, les pertes magnétiques sont négligeables de sorte que $\underline{Z}_{1m} = j\omega\, L_{1m}$. Toutes les définitions données plus haut se simplifient puisque tous les termes deviennent réels et reprennent leur définition **classique** sans devoir la généraliser.

La relation *(5.8-8)* devient :

$$\underline{Z}_1(g) \;=\; r_1 + j\omega L_1 \frac{1 + jg\omega\, T_2\, \sigma}{1 + jg\omega\, T_2} \qquad (5.8\text{-}10)$$

Cette relation est exactement celle obtenue dans l'étude du transformateur à secondaire court-circuité.

Par adaptation des paramètres de l'équation *(5.8-10)*, il est possible de faire correspondre la caractéristique qui en découle avec celle relevée expérimentalement. On constate que 4 paramètres seulement sont accessibles (**r_1, L_1, T_2** et **σ**). Ceci ne doit pas étonner puisque la mesure est faite à partir du stator. Comme on le montre au cours de Génie électrique, ces paramètres sont suffisants pour régler efficacement la dynamique de la machine.

5.9. FONCTIONNEMENT DE LA MACHINE ASYNCHRONE EN ALIMENTATION NON SYMETRIQUE

5.9.1. Fonctionnement en régime : $\Omega_r = (1\text{-}g)\ \omega/p$

Les conditions de symétrie sont remplies, dans la machine asynchrone, pour que les schémas équivalents direct, inverse et homopolaire soient découplés. En négligeant la saturation, on peut utiliser le principe de superposition pour examiner successivement l'effet des grandeurs directes, inverses et homopolaires.

Pour le système direct, il suffit de se reporter à ce qui a été établi jusqu'à présent. Il se crée un couple direct $\boldsymbol{C_d}$ dans le sens du champ tournant direct et proportionnel à $\boldsymbol{V_{1d}}^2$.

Les courants "inverses" créent un champ tournant en sens inverse du champ direct. Le schéma équivalent est le même que pour le système direct à condition de remplacer ***g*** par ***2-g***. Le couple $\boldsymbol{C_i}$ est négatif et proportionnel à $\boldsymbol{V_{1i}}^2$.

On a montré que les courants "homopolaires" ne contribuent pas au champ tournant, qu'ils n'induisent donc pas de courants rotoriques et ne créent aucun couple. L'impédance opposée à la circulation des courants homopolaires vaut :

$$\underline{Z}_{10} = r_1 + j\omega\ (l_A + 2l_A^{/}) \qquad (5.9\text{-}1)$$

Elle ne dépend pas du glissement.

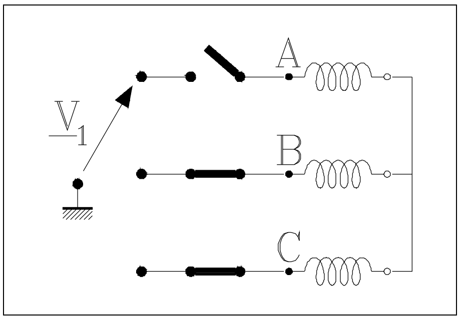


Figure 5.9-1

Exemple : coupure d'une phase statorique d'un moteur **Y** à neutre isolé (Figure 5.9-1).

Conditions : coupure du fil ***A*** : $\underline{I}_A = 0$

alimentation entre les phases ***B*** et ***C*** : $\underline{I}_B = -\underline{I}_C\ (= \underline{I}_x)$

$\underline{V}_B - \underline{V}_C = -j\sqrt{3}\ \underline{V}_1$

$$\left[\underline{I_T}\right] = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \underline{I_x}$$

$$\textit{donc} \quad \left[\underline{I_E}\right] = \left[\underline{F}\right]^{-1} \left[\underline{I_T}\right]$$

$$= \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \underline{\alpha} & \underline{\alpha}^2 \\ 1 & \underline{\alpha}^2 & \underline{\alpha} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \underline{I_x} = \begin{bmatrix} 0 \\ j\frac{\sqrt{3}}{3} \\ -j\frac{\sqrt{3}}{3} \end{bmatrix} \underline{I_x} \qquad (5.9\text{-}2)$$

donc

$$\underline{I_o} = 0$$

$$\underline{I_d} = -\underline{I_i} \quad \left(= j\ \frac{\sqrt{3}}{3}\ \underline{I_x}\right) \qquad (5.9\text{-}3)$$

La condition sur les tensions donne :

$$-j\ \sqrt{3}\ \underline{V_1} = \underline{V_B} - \underline{V_C} = \underline{V_d}\left(\underline{\alpha}^2 - \underline{\alpha}\right) + \underline{V_i}\left(\underline{\alpha} - \underline{\alpha}^2\right)$$

$$= -\ j\ \sqrt{3}\ \left(\underline{V_d} - \underline{V_i}\right) \qquad (5.9\text{-}4)$$

donc

$$\underline{V_1} = \underline{V_d} - \underline{V_i} \qquad (5.9\text{-}5)$$

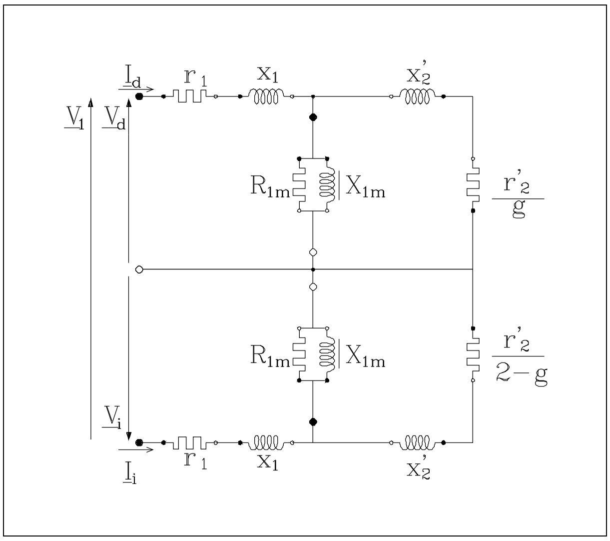


Figure 5.9-2

Le schéma équivalent de la Figure 5.9-2 respecte toutes les conditions.

Supposons que l'ouverture se produise alors que le glissement est faible. Immédiatement après l'ouverture, le glissement a toujours la même valeur donc $\boldsymbol{r_2'/g}$ est très grand et $\boldsymbol{r'_2/(2-g)}$ petit. La tension inverse est nettement plus faible que la tension directe qui vaut donc sensiblement $\underline{V}_1$. Le glissement augmente à peine. Le courant direct est pratiquement égal au courant $\underline{I}_1$ avant l'ouverture donc $\underline{I}_B = \sqrt{3}\ \underline{I}_d$ atteint $\sqrt{3}$ fois ce courant. Le moteur continue à tourner à une vitesse pratiquement égale en fournissant un couple à peine inférieur mais en absorbant sur les deux phases non ouvertes un courant égal à $\sqrt{3}$ fois le courant précédent la coupure. Cette valeur élevée du courant est suffisante pour échauffer le moteur qui doit être déclenché après une temporisation fixée par un relais thermique.

5.9.2. Le moteur asynchrone monophasé

La théorie du § précédent peut s'appliquer.

On sait qu'un champ pulsant est la superposition de deux champs tournant en sens inverse. A l'arrêt, le couple direct est égal au couple inverse : le moteur ne démarre pas spontanément, il faut le lancer. Une fois le moteur lancé, le couple dans le sens direct l'emporte déjà sur le couple inverse si on suppose que les deux champs tournants restent égaux en amplitude[2]. Le moteur continue à accélérer. Mais on a montré au § 5.9.1. que le champ inverse est progressivement réduit, ce qui améliore les performances. Différents systèmes sont utilisés pour assurer le démarrage d'un moteur monophasé (split phase, capacité, shaded-pole).

<u>Démarrage du moteur monophasé</u>

Pour qu'un couple de démarrage s'exerce dans un sens donné, il faut créer un champ tournant qui ne doit évidemment pas être parfaitement circulaire.

[2] Tracer les caractéristiques mécaniques pour s'en rendre compte.

a) Split phase

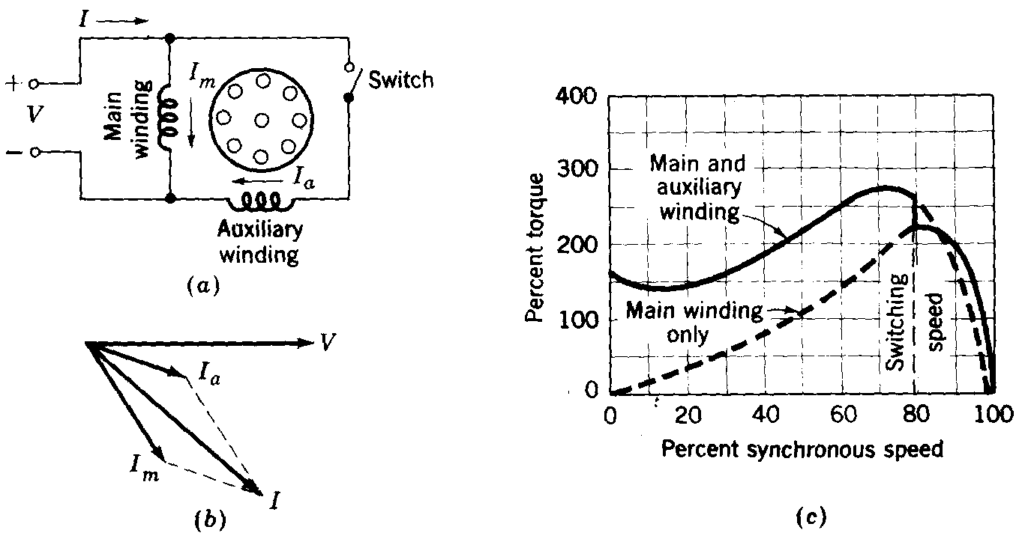


Fig. 11-4. Split-phase motor. *(a)* Connections. *(b)* Phasor diagram at starting. *(c)* Typical torque-speed characteristic.

Figure 5.9-3

Ces moteurs possèdent deux enroulements : un enroulement principal ***m*** et un enroulement auxiliaire ***a*** dont les axes sont décalés de ***90***° électriques dans l'espace (Figure 5.9-3 [FIT01]). Le rapport résistance/réactance de l'enroulement auxiliaire est plus élevé que celui de l'enroulement principal si bien que les courants absorbés par les enroulements sont déphasés. Il en résulte donc un champ tournant qui fait démarrer le moteur. L'enroulement auxiliaire est déconnecté, généralement par un interrupteur centrifuge lorsque la vitesse atteint 75 à 80 % de la vitesse synchrone. La méthode la plus simple pour obtenir un rapport résistance/réactance élevé pour l'enroulement auxiliaire consiste à le bobiner à l'aide d'un fil plus fin que l'enroulement principal, ce qui est permis puisque cet enroulement n'est en service que pendant le démarrage. Sa réactance peut être réduite en le plaçant au sommet des encoches (près de l'entrefer).
Ces moteurs ont un couple de démarrage modéré avec une faible valeur du courant de démarrage. Dans leur gamme de puissance ***1/20 à 1/2 HP***, ils sont les meilleur marché.

b) Capacité

Un condensateur peut être utilisé pour améliorer les performances au démarrage et/ou au régime nominal du moteur selon sa valeur et sa connexion.

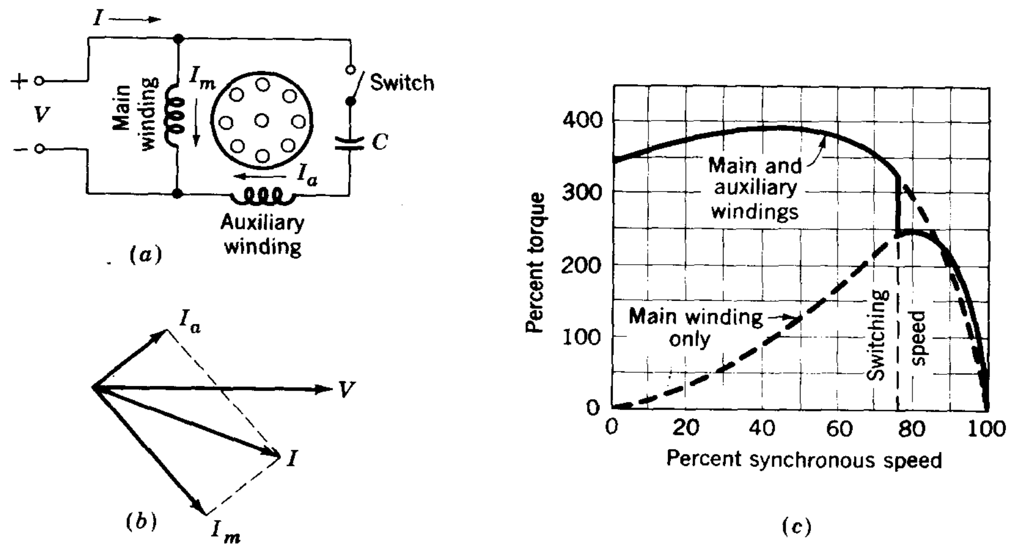


Fig. 11-5. Capacitor-start motor. *(a)* Connections. *(b)* Phasor diagram at starting. *(c)* Typical torque-speed characteristic.

Figure 5.9-4

Dans le moteur à démarrage par condensateur, le déphasage du courant auxiliaire est obtenu par un condensateur en série avec l'enroulement (Figure 5.9-3 [FIT01]). Un déphasage de ***90***° entre $\underline{I}_a$ et $\underline{I}_m$ peut être obtenu mais l'optimum technico-économique conduit à un déphasage moindre. Ces moteurs ont un couple de démarrage élevé, ils sont utilisés pour entraîner les pompes, les compresseurs, ... tous les équipements difficiles à démarrer.

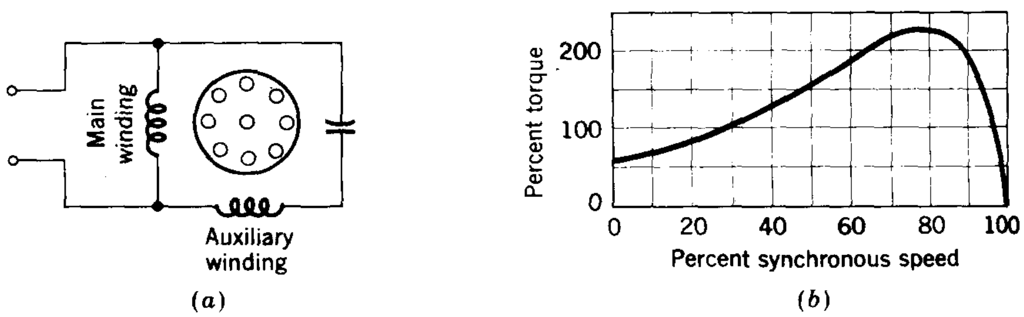


Fig. 11-7. Permanent-split-capacitor motor and typical torque-speed characteristic.

Figure 5.9-5

Dans le moteur à condensateur permanent, l'enroulement auxiliaire et le condensateur restent en service après le démarrage (Figure 5.9-4 [FIT01]). La construction est simplifiée par la suppression de l'interrupteur. Le facteur de puissance et le rendement sont améliorés, les pulsations parasites du couple sont réduites voire supprimées si la valeur du condensateur est convenablement choisie. Le moteur "tourne plus rond" mais son couple au démarrage est moins élevé.

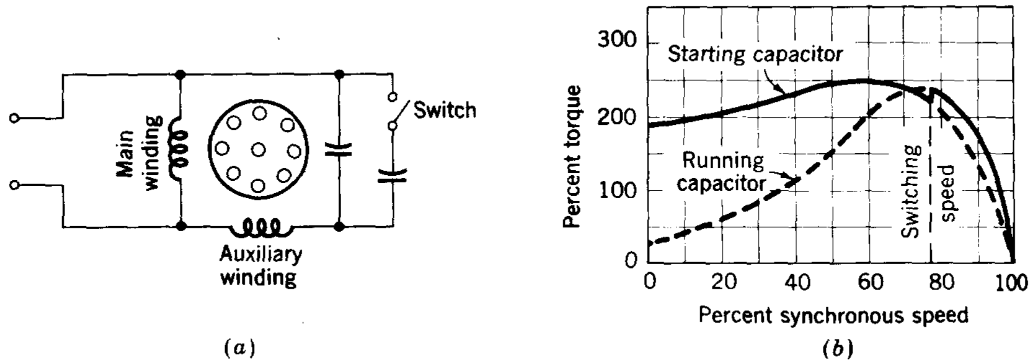


Fig. 11-8. Two-value-capacitor motor and typical torque-speed characteristic.

Figure 5.9-6

En combinant les deux méthodes précédentes, il est théoriquement possible d'atteindre les performances optimales au démarrage et au régime nominal (Figure 5.9-6 [FIT01]).

Pour un moteur d' ***1/2 HP***, le condensateur utilisé au démarrage a une capacité de ***300 μF*** et peut être d'un type électrolytique compact spécial pour courant alternatif puisqu'il n'est en service qu'au démarrage. Pour le même moteur, le condensateur utilisé en permanence a une capacité de ***40 μF*** et doit fonctionner continuellement.

c) Shaded-pole

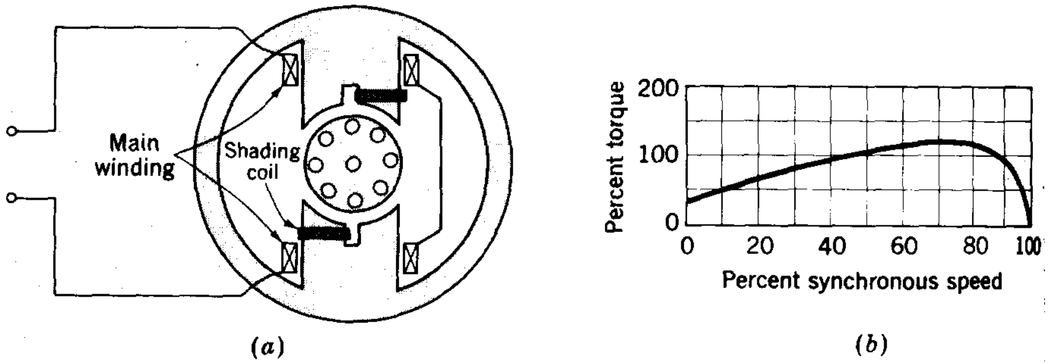


Fig. 11-9. Shaded-pole motor and typical torque-speed characteristic.

Figure 5.9-7

La Figure 5.9-7 [FIT01] montre comment une partie de chaque pôle saillant est entourée d'une bague court-circuitée en cuivre. Le flux dans cette partie du pôle est en retard sur le flux de l'autre partie, ce qui crée un champ tournant. Le couple au démarrage est faible, le rendement aussi mais ce moteur est très bon marché. Il est construit jusqu'à ***1/20 HP*** environ.

5.10. DEMARRAGE ET FREINAGE DES MOTEURS D'INDUCTION

Ce § traite du démarrage et du freinage des moteurs d'induction pour lesquels un réglage de la vitesse n'est pas nécessaire, c'est à dire qui fonctionnent à une vitesse proche du synchronisme.

5.10.1. Démarrage : limitation du courant

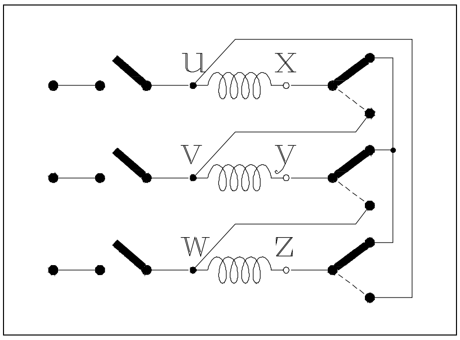


Figure 5.10-1

- machine à rotor bobiné :
  utilisation d'un rhéostat non prévu pour une utilisation permanente (souvent : rhéostat liquide)

- machine à rotor à cage :
  - résistances ou réactances série
  - démarreur "Etoile-triangle" en Europe (Figure 5.10-1) ou à auto-transformateurs aux USA
  !! Attention à la réduction du couple au démarrage !!

5.10.2. Freinage à contre-courant

Si on inverse deux phases au stator, le champ tournant (donc le couple moteur) va dans le sens inverse de la rotation. Il y a freinage. Comme le montre le diagramme du cercle pour ***g* =2**, le courant absorbé est élevé et le couple de freinage faible. Il est souhaitable d'insérer au préalable une résistance **rotorique**. Il faut noter que si, au moment de l'insertion, la machine fonctionne en génératrice, elle va accélérer fortement. Il convient d'inverser rapidement les deux phases.

5.10.3. Freinage dynamique

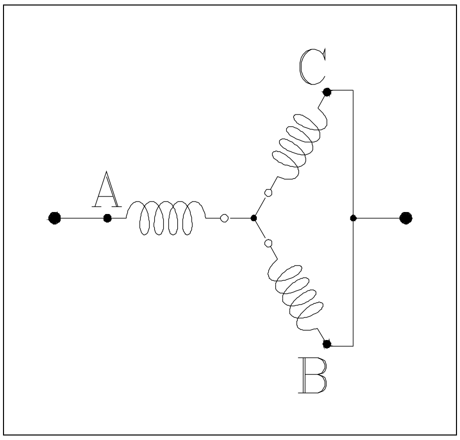


Figure 5.10-2

Si on crée un champ fixe, par exemple en envoyant du courant continu dans les bobines statoriques connectées comme indiqué à la Figure 5.10-2, le moteur ralentit sous l'effet des pertes Joule dues aux courants engendrés au rotor. L'action est améliorée par l'insertion d'une résistance au rotor.

5.11. REGLAGE DE LA VITESSE DES MOTEURS ASYNCHRONES

5.11.1. Modification du nombre de paires de pôles p

La vitesse synchrone est multipliée par ***2***, éventuellement par ***4*** par la connexion adéquate des enroulements (Figure 5.11-1 [FIT01]) - Utilisation : ascenseurs

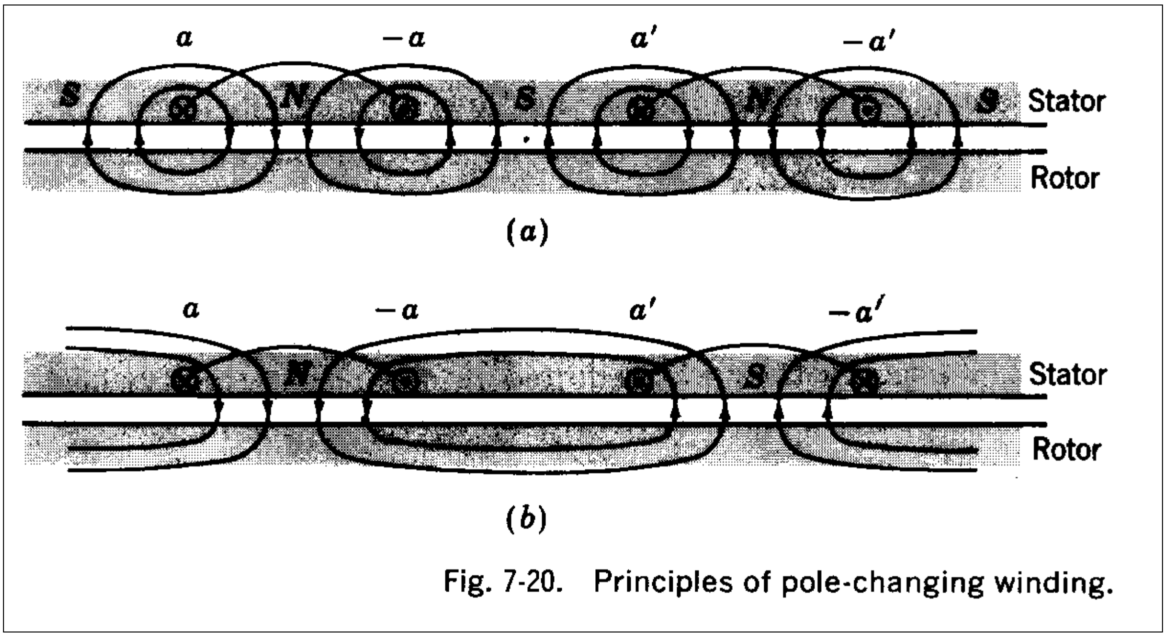


Figure 5.11-1

5.11.2. Modification du glissement g

- réglage par la résistance rotorique : faible rendement - inapplicable aux moteurs à cage

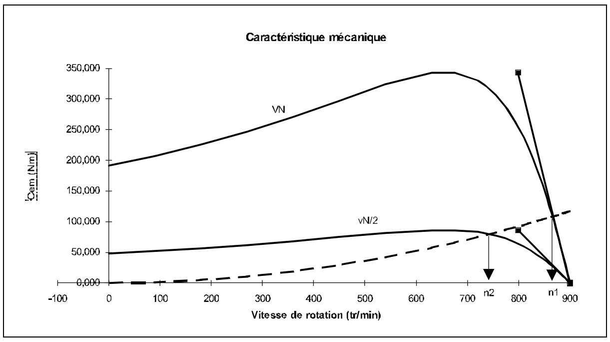


Figure 5.11-2

- réglage par la tension statorique
  le couple est proportionnel à V_1^2.
  la plage de réglage est très limitée (Figure 5.11-2).
- récupération rotorique
  la puissance récupérée aux bornes du rotor bobiné (à la fréquence $g\omega$) est renvoyée vers le réseau par un changeur de fréquence ou alimente, après redressement, un moteur CC calé sur le même arbre.

5.11.3. Modification de la fréquence statorique

Grâce aux semi-conducteurs utilisés en électronique industrielle, il est possible de réaliser des alimentations à fréquence réglable pour la machine d'induction et de profiter de ses nombreux avantages par rapport à la machine à courant continu :

- pas de collecteur, par conséquent l'entretien est moindre
- à égalité de puissance et de vitesse, la machine d'induction est moins chère
- notamment sous sa forme de rotor à cage, la machine d'induction est nettement plus robuste
- le collecteur limite la tension d'alimentation des machines à ***CC*** à ***1500V*** environ alors qu'elle peut atteindre des milliers de ***V*** pour les machines à ***CA***, ce qui permet, pour les grosses puissances, une réduction importante des courants.

Le lecteur est prié de se reporter aux cours ELEC269, ELEC220 et ELEC221.