

Electricité – ELEC-H-200

Séance 4 -- Corrigé

Exercice 1

Fil de cuivre

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$$\rho = 1.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$$

$$l = 10 m$$

$$S = 0.785 \cdot 10^{-6} m^2$$

$$R = 0.216 \Omega$$

Exercice 2

$$R = \rho \frac{l}{S} = \rho \frac{l}{\frac{\pi d^2}{4}}$$

$$l \times 2 \text{ et } d/2 \Rightarrow 8R$$

Exercice 3

Conduction suivant φ

La section est constante

E et J sont constants le long d'une ligne de champ.

$$\vec{E} = E \vec{t}_\varphi \quad E = \frac{V}{l} = \frac{V}{\alpha r}$$

$$I = \int J ds = \int \sigma \frac{V}{\alpha r} ds = \int_a^b \frac{\sigma V}{\alpha r} h dr = \frac{\sigma h}{\alpha} V \ln \frac{b}{a}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{V} = \frac{\sigma h}{\alpha} \ln \frac{b}{a}$$

(idem 4.35.a dans le cours avec $\alpha = \pi/2$)

Conduction suivant r

$E(r)$: dépend de r et pas de φ et z .

E est constant dans une section $\vec{E} = E \vec{t}_r$

$$E = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{\sigma S}$$

- la section n'est pas constante

- E n'est pas constant le long

d'une ligne de champ

$$E(r=a) > E(r=b)$$

$$V = \int_a^b E dl = \int_a^b \frac{I dl}{\sigma S}$$

$$R = \frac{V}{I} = \int_a^b \frac{dl}{\sigma \alpha r h} = \frac{1}{\sigma \alpha h} \ln \frac{b}{a}$$

Remarque : à la séance 2, ex 3, on a calculé la capacité dans les mêmes conditions ($\alpha = \pi/2$) et on vérifie $RC = \epsilon/\sigma$

Conduction suivant z

E est constant le long d'une ligne de champ

J est constant dans une section

$$E = \frac{I}{\sigma S} \quad S = \frac{\alpha}{2} (b^2 - a^2)$$

$$V = \int_0^h E dz = \int_0^h \frac{I dz}{\sigma S}$$

$$R = \frac{V}{I} = \int_0^h \frac{dz}{\sigma \frac{\alpha}{2} (b^2 - a^2)} = \frac{2h}{\sigma \alpha (b^2 - a^2)}$$

ou bien

$$E = \frac{V}{h} \quad I = \int \sigma \frac{V}{h} dS$$

$$\frac{1}{R} = \frac{I}{V} = \int \frac{\sigma}{h} dS = \frac{\sigma}{h} \int_a^b \alpha r dr = \frac{\sigma \alpha}{2h} (b^2 - a^2)$$

On a donc simplement

$$R = \frac{\text{longueur}}{\sigma \cdot \text{section}}$$

Exercise 4

Conductance intérieure

$$R_1 = \frac{L}{\sigma_{cu} \text{ section}} = \frac{L}{\sigma_{cu} \cdot \pi a^2} = 3,24 \cdot 10^{-3} \Omega$$

Conductance extérieure

$$R_2 = \frac{L}{\sigma_{cu} \pi (c^2 - b^2)} = 10^{-3} \Omega$$

↳ résistance totale $R = R_1 + R_2 = 4,24 \cdot 10^{-3} \Omega$

Capacité parasite

of coax $C = \frac{2\pi \epsilon L}{\ln \frac{b}{a}} = 0,33 \cdot 10^{-9} \text{ F}$

Résistance de fuite

milieu homogène : $RC = \frac{\epsilon}{\sigma}$

↳ $R_{fuite} = \frac{\ln b/a}{2\pi \sigma_{diel} L} = 0,795 \cdot 10^6 \Omega$

Exercice 5

On calcule la résistance entre la puce et la demi-sphère de l'infini.

E est constant dans une section (demi-sphère de rayon r)

$$E = \frac{I}{S} = \frac{I}{\sigma S} \quad S = 2\pi r^2$$

$$V = \int_a^\infty E dr = \int_a^\infty \frac{I dr}{\sigma \cdot 2\pi r^2}$$

diff. de pot entre la puce et la demi-sphère de l'infini.

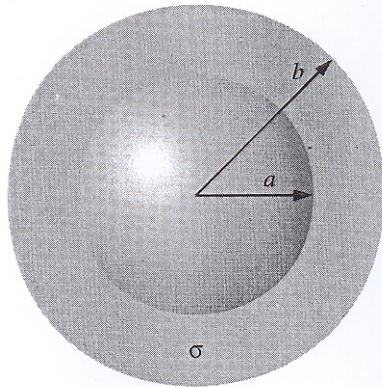
$$R = \frac{V}{I} = \int_a^\infty \frac{dr}{\sigma \cdot 2\pi r^2} = \frac{1}{2\pi \sigma a}$$

$$a = 10 \text{ cm}$$

$$R = 398 \Omega$$

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad \rho = 250 \Omega \cdot m$$

Exercice 6



E et J sont constants dans une section (doute $\rightarrow$ sphère concentrique dans la région de conduction)

$$E = \frac{J}{\sigma} = \frac{I}{\sigma S}$$

$$V = \int_a^b E dr = \int_a^b \frac{I dr}{\sigma \cdot 4\pi r^2}$$

$$R = \frac{V}{I} = \int_a^b \frac{dr}{\sigma 4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi\sigma} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)$$

Remarque

- on a trouvé (séance 4) la capacité de deux sphères concentriques

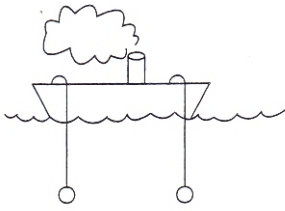
$$C = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} \quad \rightarrow \text{on vérifie } RC = \frac{\epsilon_0}{\sigma}$$

- si $b \rightarrow \infty$ on obtient $R = \frac{1}{4\pi\sigma a}$

est la moitié de la résistance de la fibre de terre (exercice 5)

$\rightarrow$ résultat attendu car 2 fois plus de courant pour le même potentiel

Exercice 7



On a trouvé (exercice précédent) la résistance entre une sphère de rayon a et la sphère de l'infini : $R = \frac{1}{4\pi\sigma a}$

↪ la résistance entre les deux sphères de rayons a et b , si $b \gg a$, est

$$R = \frac{1}{4\pi\sigma a} + \frac{1}{4\pi\sigma b}$$

$$a = b \rightarrow R = \frac{1}{2\pi\sigma a}$$

$$\sigma = \frac{1}{2\pi a R} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ } \Omega^{-1}\text{m}^{-1}$$