2 Mesure de résistances en courant continu

1. But de la manipulation

- Mesurer, en courant continu, des résistances d'ordres de grandeur fort différents à l'aide d'un montage utilisant des amplificateurs opérationnels.
- Mesurer de petites variations de résistances à l'aide d'un pont de Wheatstone.

2. Pré-requis

- Amplificateur opérationnel, pont de Wheatstone.
- Calcul d'erreur.

3. Introduction théorique et principe de mesure

3.1. Méthodes de mesure de résistances en courant continu

La méthode classique du pont de Wheatstone n'est pas très pratique pour l'utilisateur parce qu'il faut équilibrer le pont avant de pouvoir déduire une valeur de résistance. Il existe actuellement des méthodes de mesure de résistances permettant de trouver avec une précision comparable à celle du pont de Wheatstone la valeur d'une résistance en faisant une simple mesure de tension grâce à un convertisseur résistance/tension (Ω/V converter).

3.2. Principe de base d'un convertisseur résistance/tension

Un convertisseur résistance/tension comporte essentiellement une source de courant étalon I_e. Lorsque ce courant parcourt la résistance à mesurer (voir figure 1), il produit à ses bornes une différence de potentiel $V_x = R_x \; I_e$. Si I_e est choisi égal à 10^{-n} [A] (n entier positif), la mesure de V_x donne directement la valeur de R_x au facteur 10^n près. La difficulté de cette méthode est donc la réalisation d'un courant étalon I_e dont la valeur est connue avec une grande précision. L'utilisation d'un montage à amplificateur opérationnel permettra d'obtenir ce courant (voir §3.5)

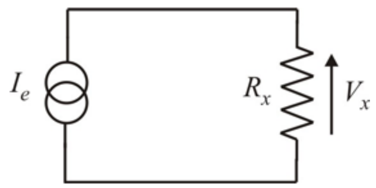


Figure 1 : **convertisseur résistance/tension**

3.3. Mesure de petites résistances

La mesure d'une petite résistance avec une précision correcte implique l'utilisation de résistances munies de quatre bornes, afin d'éliminer l'influence des résistances de contact. Le schéma de mesure

est alors celui de la figure 2. Les bornes A-B, dites bornes de courant de la résistance, servent à l'amenée du courant; les bornes C-D, appelées bornes de tension, situées toujours entre les bornes A-B, servent à prélever la tension et définissent les bornes de l'étalon proprement dit. Un appareil de mesure de petites résistances doit donc lui aussi disposer de quatre bornes : 2 bornes fournissant le courant I_e et deux autres permettant la mesure de la différence de potentiel V_X.
Comme de plus les sources de courant disponibles ne peuvent pas fournir des courants très élevés, la différence de potentiel V_X à mesurer devient assez faible lorsque la résistance inconnue R_X est petite, et le voltmètre mesurant V_X est précédé d'un amplificateur de précision n'introduisant pas de tension de décalage significative (*offset*, tension de sortie non nulle pour une tension appliquée à l'entrée de l'ampli nulle).

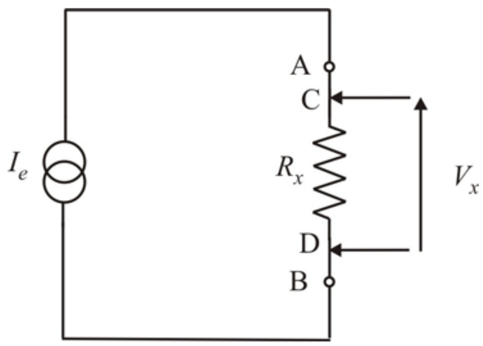


Figure 2 **schéma de mesure de petites résistances (munies de quatre bornes)**

3.4. Mesure de grandes résistances

Dans le cas de mesures de grandes résistances, la source de courant I_e devrait fournir une tension trop grande. Il est alors préférable d'utiliser une source de tension étalon V_e :

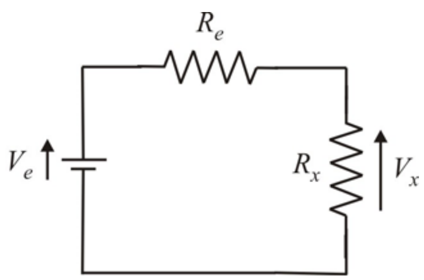


Figure 3 **schéma de mesure de grandes résistances**

Dans ce cas

$$V_X = V_e \frac{R_X}{R_X + R_e}$$

Et on obtient :

$$G_X = \frac{1}{R_X} = \frac{1}{R_e}\left(\frac{V_e}{V_X} - 1\right)$$

La mesure de V_X permet cette fois de trouver la valeur de la conductance G_X. Deux inconvénients subsistent : G_X n'est pas directement proportionnel à V_X et il faut tenir compte de l'impédance d'entrée du voltmètre qui peut être du même ordre de grandeur que la résistance inconnue.

3.5 Réalisations pratiques

Mesure de résistances de valeur moyenne

En pratique on dispose d'une source de tension étalon V_e et non pas directement d'une source de courant étalon I_e. Il serait évidemment possible d'appliquer simplement V_e à une résistance étalon pour obtenir un courant connu avec précision, mais généralement les sources de tension étalon ayant une résistance interne non négligeable, la différence de potentiel à leurs bornes n'est pas connue avec suffisamment de précision à cause des chutes de tension internes. Il est néanmoins possible de construire la source de courant étalon nécessaire pour la mesure de résistances de valeur moyenne en utilisant un amplificateur opérationnel et une résistance étalon (voir figure 4).

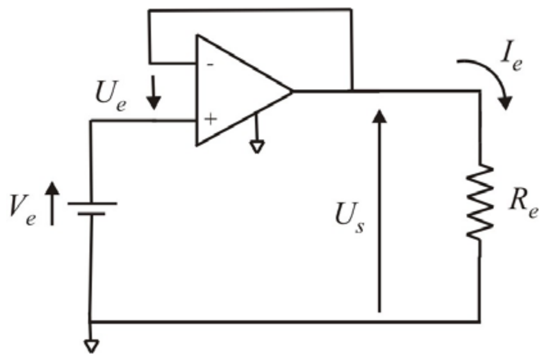


Figure 4 : **génération de courant étalon I_e à l'aide d'un amplificateur opérationnel**

Sur la figure 4, la source de tension étalon V_e est connectée d'une part à la masse (point au potentiel nul du circuit) et d'autre part à la borne '+' de l'amplificateur opérationnel. Comme la différence de potentiel à l'entrée de l'ampli peut être supposée nulle dans son domaine de fonctionnement linéaire, sa borne '-' est donc également à la tension V_e par rapport à la masse. Il en va de même pour la tension de sortie de l'ampli grâce à la rétroaction (fil reliant la sortie de l'ampli à sa borne '-'). La borne inférieure de la résistance étalon R_e est au potentiel nul tandis que sa borne supérieure à la tension V_e. Le courant circulant dans cette résistance vaut donc $I_e = V_e / R_e$.
Il est important de remarquer que dans ce montage la source de tension ne débite aucun courant grâce à l'impédance d'entrée très grande de l'ampli. Il n'existe donc aucune chute de potentiel dans sa résistance interne et la différence de potentiel à ses bornes vaut V_e avec une très grande précision. Le courant circulant dans R_e est fourni entièrement par l'ampli. Ce montage permet donc d'obtenir une source de courant étalon I_e.
Ce courant peut alors être injecté dans la résistance inconnue comme le montre la figure 5. Grâce à l'impédance d'entrée élevée du deuxième amplificateur opérationnel AO_2, au nœud A, le courant I_e passe dans la résistance R_x sans « monter » dans l'ampli. La borne '+' de AO_2 étant à la masse, sa borne '-' est au potentiel nul, de même que le nœud A comme il se doit pour respecter le schéma de la source de courant étalon (figure 4). On obtient donc dans R_x un courant $I_x = I_e = V_e / R_e$ connu avec beaucoup de précision, et la mesure de la différence de potentiel à ses bornes $V_x = R_x I_e$ permet la mesure de cette résistance.

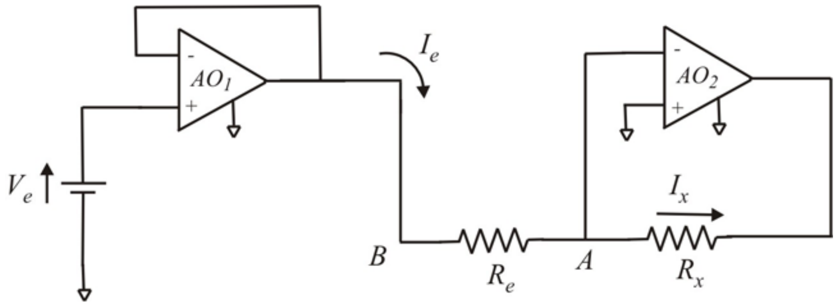


Figure 5 **schéma de mesure de petites et de moyennes résistances à l'aide des amplis-op**

Mesure de petites résistances

La mesure de petites résistances utilisera exactement le même circuit. La mesure de V_X s'effectuera aux bornes tension de R_X et le fait que V_X est petit nécessitera l'utilisation d'un amplificateur auxiliaire (cf §3.3).

Mesure de grandes résistances

Pour la mesure de résistances de très grande valeur, le montage de base ne convient pas puisque l'amplificateur opérationnel AO_2 devrait fournir une tension de sortie trop grande (égale à la différence de potentiel aux bornes de R_X) et saturerait. Dans ce cas, il convient de permuter dans le schéma de la figure 5 les résistances R_X et R_e. La différence de potentiel V_e de la source étalon est cette fois appliquée à R_X et la mesure de la tension aux bornes de R_e à l'aide du voltmètre permet la mesure du courant dans R_X. :

$$I_x = I_e = V_e / R_x = V_{Re} / R_e$$

Et donc:

$$G_X = \frac{1}{R_X} = \frac{V_{Re}}{R_e V_e}$$

En outre, comme on ne mesure plus V_x mais V_{Re} il suffit que l'impédance d'entrée du voltmètre soit (beaucoup) plus grande que R_e pour ne plus devoir en tenir compte.

3.6. Mesures de petites variations de résistance

Introduction.

Si on mesure une résistance par la méthode précédente et qu'on désire déceler une petite variation de cette résistance, le voltmètre mesurant V_X n'a pas une résolution suffisante. Nous allons montrer que dans ce cas un pont de Wheatstone quasi à l'équilibre convient mieux.

Le pont de Wheatstone déséquilibré.

Considérons la figure 6 comprenant un pont de Wheatstone et où V_S est une source de tension dont la résistance interne est négligeable. Rappelons que ce pont est équilibré (le courant dans la branche horizontale est nul) lorsque

$$R_X = \frac{R_2 \ R_3}{R_1}$$

En appliquant le théorème de Thévenin à ce circuit par rapport aux bornes A et B on peut montrer que la source équivalente a comme valeur

$$V_{Th} = \frac{R_2\, R_3 - R_1\, R_x}{\left(R_1 + R_3\right)\left(R_2 + R_x\right)} V_s$$

et que la résistance de Thévenin vaut

$$R_{Th} = \frac{R_1\, R_3}{R_1 + R_3} + \frac{R_2\, R_X}{R_2 + R_X}$$

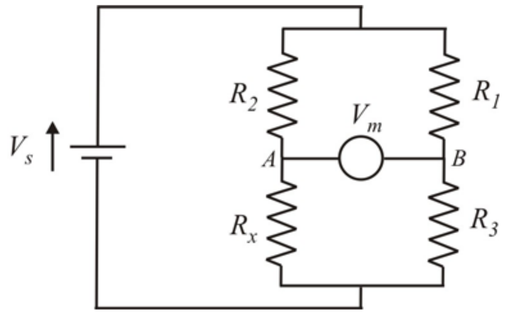


Figure 6 : **schéma de mesure des résistances**
et des variations de résistances à l'aide du pont de Wheatstone

Un voltmètre V_m connecté entre A et B « verra » donc une source de tension V_{Th} en série avec une résistance R_{Th}, et si sa résistance interne vaut R_V , il mesurera une d.d.p. égale à :

$$\begin{aligned} V_m &= V_{Th}\, \frac{R_V}{R_{Th} + R_V} \\ &= V_s\, \frac{R_v\left(R_3\, R_2 - R_1\, R_x\right)}{R_1\, R_2\, R_3 + R_{x_x}\left(R_1\, R_2 + R_1\, R_3 + R_2\, R_3\right) + R_v\left(R_1 + R_3\right)\left(R_2 + R_x\right)} \end{aligned}$$

Si $R_X = \dfrac{R_2\, R_3}{R_1} + \delta R$, où δR est une petite déviation par rapport à la valeur d'équilibre, on trouve au premier ordre que la tension mesurée est directement proportionnelle à δR :

$$V_m \cong -V_s\, \frac{R_1^2\, R_v}{R_2\left(R_1 + R_3\right)\left[\left(R_1 + R_3\right)R_v + R_3\left(R_1 + R_2\right)\right]}\, \delta R$$

Cette méthode est utilisé par exemple lorsqu'on mesure des élongations à l'aide de jauges de contrainte. Le pont est équilibré lorsque la contrainte n'existe pas. Ensuite la contrainte est appliquée, modifiant la valeur de la résistance R_X et la valeur de V_m est mesurée afin de trouver δR qui est proportionnel à la contrainte. Si δR est très petit par rapport à la valeur de R_X au repos, la résolution finie de l'appareil de mesure par la méthode directe ne permet pas de mesurer δR avec une précision suffisante. Grâce au pont de Wheatstone V_m = 0 en l'absence de contrainte, et il suffit de mesurer l'écart de R_X par rapport à sa valeur de repos, ce qui permet d'obtenir une méthode plus sensible.

4. Partie pratique

4.1. Description de l'appareillage disponible

a) L'appareil didactique est représenté sur la figure 7. Sur cette figure, les traits pleins correspondent au câblage interne de l'appareil tandis que les traits pointillés correspondent au montage à réaliser. L'appareil de mesure comporte :

- la source de référence V_e = 2 V (précision 10^{-4}) (les précisions sont toujours données en valeurs relatives).
- les deux amplificateurs opérationnels AO_1 et AO_2 caractérisés par un gain A > 10^4, une impédance d'entrée supérieure à 10 MΩ, un courant de sortie maximum de 0,1 A et une tension de sortie maximale de 5 V
- un amplificateur différentiel (A_d) auxiliaire offrant des gains de 1 et 10, et dont l'impédance d'entrée est supérieure à 500 MΩ (précision des gains 10^{-3}). Cet ampli permet d'augmenter le cas échéant la valeur de la tension V_x avant sa mesure afin d'obtenir une meilleure précision.

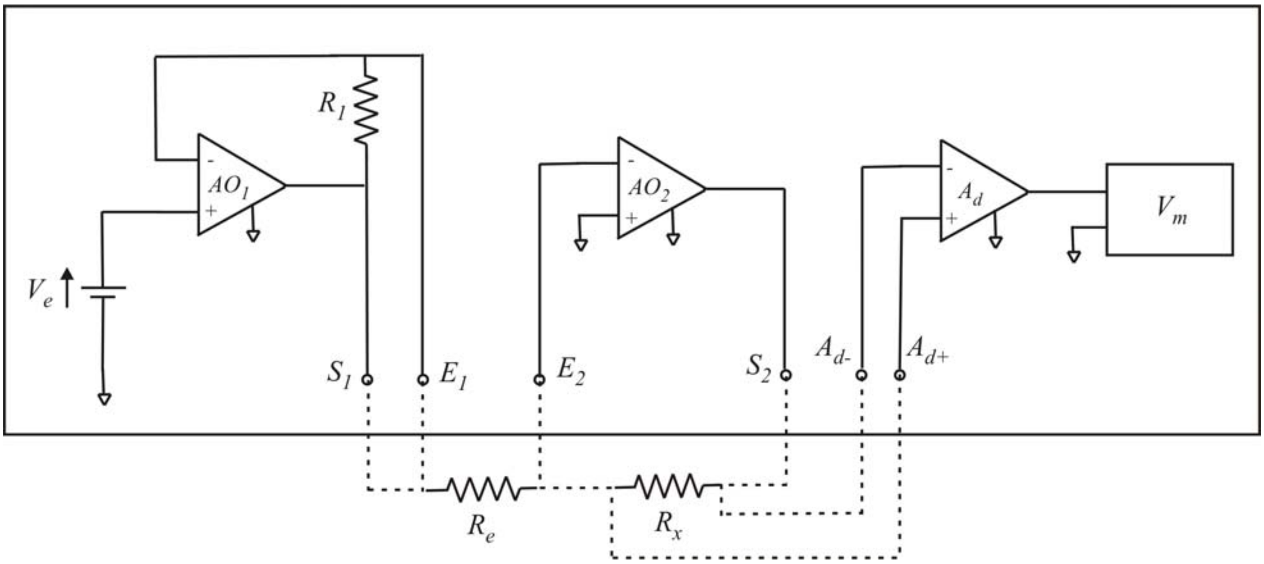


Figure 7 : **schéma de mesure des résistances à l'aide de l'appareil didactique**

- un voltmètre V_m (un affichage de 1000 correspond à une tension de 0,1 V). L'affichage maximum vaut 1999 (précision : lecture multipliée par 10^{-3} + 1 digit).
- un système de protection : il détecte soit que le courant débité par l'amplificateur opérationnel AO_1 est trop élevé, soit que la tension de sortie de AO_2 devient trop grande. Dans les deux cas la source étalon V_e est mise hors service. Ce même système permet également de protéger l'appareil si R_e est remplacée par un court-circuit ou lorsque R_x serait un circuit ouvert. Lorsque le système de protection détecte une situation anormale, une lampe rouge s'allume. Dès que la cause de la surcharge a disparu, le bouton « Reset » permet de revenir à la situation normale.
- la connexion entre la borne E_1 et S_1 est facultative puisqu'elle est réalisée par la résistance R_1. Si la résistance R_e est relativement faible et si l'on veut faire une mesure précise il est cependant souhaitable de la réaliser afin d'exclure de R_e les résistances des fils entre la sortie de AO_1 et la résistance R_e.

b) Un jeu de résistances «étalons» de 20 Ω, 2 kΩ, 20 kΩ et 200 kΩ (précision 10^{-4}) est disponible
c) Un pont de Wheatstone pré-câblé.

4.2. Prédéterminations

a) Sachant que le voltmètre mesure au maximum 0,1999 V, choisissez les valeur de R_e et du gain à attribuer à l'amplificateur A_d convenant à la mesure de la résistance de valeur moyenne se trouvant sur votre table.
b) Choisissez les valeurs de R_e et du gain de l'ampli A_d permettant la mesure de la petite résistance (environ 0,1 Ω) .
c) La résistance de grande valeur (entre 5MΩ et 10 MΩ) sera mesurée en permutant R_e et R_x dans le schéma de la figure 7. Prédéterminez les valeurs de R_e et du gain qui conviennent à sa mesure.

4.3. Mesures

a) Mesurez les trois résistances à l'aide de l'appareil didactique.
b) Mesurez les résistances des point 4.2a et 4.2b à l'aide d'un multimètre portable.
c) Mesurez la résistance du point 4.2b à l'aide d'un multimètre offrant la possibilité d'éliminer les résistances de connexion (mesure à 4 fils).
d) Mesurez la résistance du point 4.2c à l'aide d'un multimètre offrant la possibilité de permuter R_e et R_x dans le schéma de base.
e) Insérez la résistance du point 4.2a dans le pont de Wheatstone disponible et dont les deux résistances de la branche de droite (R_1 et R_3) sont des résistances fixes de 1000Ω, R_2 étant une résistance variable. En réglant R_2, équilibrez ce pont. Placez ensuite une résistance de 1 MΩ en parallèle sur votre résistance inconnue et lisez la valeur de la tension de déséquilibre du pont. Déduisez-en la variation de R_x sachant que l'impédance d'entrée du voltmètre vaut 1 kΩ et comparez à la valeur calculée.

4.4. Calcul d'erreur

Faites un calcul d'erreur sur la mesure de la résistance du point 4.2a à l'aide de l'appareil didactique:
a) en supposant les amplificateurs opérationnels idéaux;
b) en tenant compte du gain fini des amplificateurs opérationnels.
(voir le §5 au sujet du calcul d'erreur)

4.5. Discussion

a) Comparez les différentes mesures d'une même résistance et indiquez pour chaque résistance ce à quoi il faut faire attention pour faire une mesure précise.
b) Déterminez la plus grande valeur de R_x mesurable par l'appareil didactique avec le schéma de base (donc sans la permutation de R_e et R_x) et en tenant compte des résistances R_e disponibles.

5. Indications pour le calcul d'erreur

a) On considère que les amplificateurs opérationnels sont idéaux

$$i = \frac{V_e}{R_e} = \frac{V_x}{R_x} = \frac{V_m}{G\,R_x}$$

$$\rightarrow R_x = \frac{V_m\,R_e}{V_e\,G}$$

$$\varepsilon_{R_x} = \varepsilon_{V_m} + \varepsilon_{V_e} + \varepsilon_{R_e} + \varepsilon_G$$

$$\left[\begin{array}{l} G : \text{gain ampli Ad} \\ V_x : \text{d.d.p. aux bornes de } R_x \\ V_m : \text{d.d.p. mesurée par le voltmètre} \end{array}\right]$$

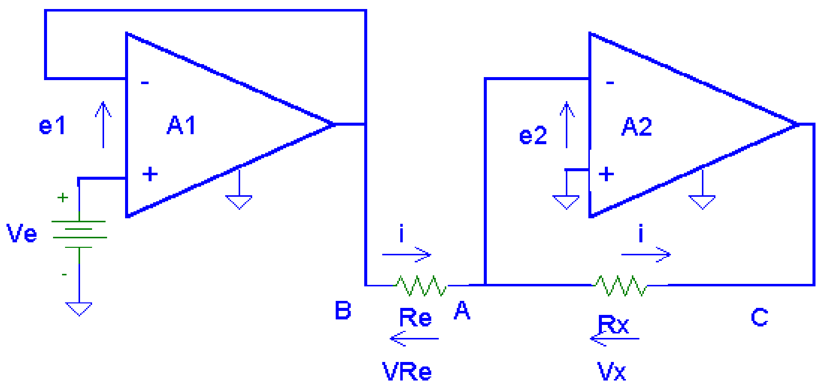
avec

$$\delta V_m = 10^{-3}\,V_m + 10^{-4}\ (V)$$

$$\varepsilon_{V_m} = 10^{-3} + \frac{10^{-4}}{V_m}$$

$$\left[\begin{array}{l} \delta : \text{erreur absolue} \\ \varepsilon : \text{erreur relative} \end{array}\right]$$

b) On tient compte du gain non infini des amplis



$$\begin{cases} V_B = -A_1\,e_1 \\ V_B = V_e + e_1 \end{cases} \Rightarrow \quad V_B = \frac{V_e}{1+\frac{1}{A_1}} \cong V_e\left(1-\frac{1}{A_1}\right)$$

$$\begin{cases} V_C = -A_2\,e_2 \\ V_C = e_2 - R_x\,i \end{cases} \Rightarrow \quad V_A = e_2 = \frac{R_x\,i}{1+A_2} \cong \frac{R_x\,V_e}{R_e\,A_2}$$

En ne gardant que les termes du premier ordre

$$V_{R_e} = V_B - V_A = V_e - \frac{V_e}{A_1} - \frac{R_x}{R_e}\frac{V_e}{A_2}$$

Donc V_{R_e} diffère de V_e d'une quantité qui vaut au plus $\delta V_e'' = \frac{V_e}{A_{min}}(1+\frac{R_x}{R_e})$ où A_{min} est la valeur minimale que peuvent prendre les gains A_1 et A_2 des amplificateurs opérationnels.

Cette erreur $\delta V_e''$ s'ajoute à l'erreur propre $\delta V_e'$ de la source de référence elle-même :

$$\delta V_e = \delta V_e' + \delta V_e'' \qquad \varepsilon_{V_e} = \frac{\delta V_e'}{V_e} + \frac{\delta V_e''}{V_e} = 10^{-4} + \frac{1}{A_{min}}(1+\frac{R_x}{R_e})$$