

## 1

# Mesure de puissances

## Etude d'un Wattmètre

### 1. But de la manipulation

- Se familiariser avec l'utilisation d'un wattmètre.
- Comparer les mesures de puissance en continu et en alternatif.

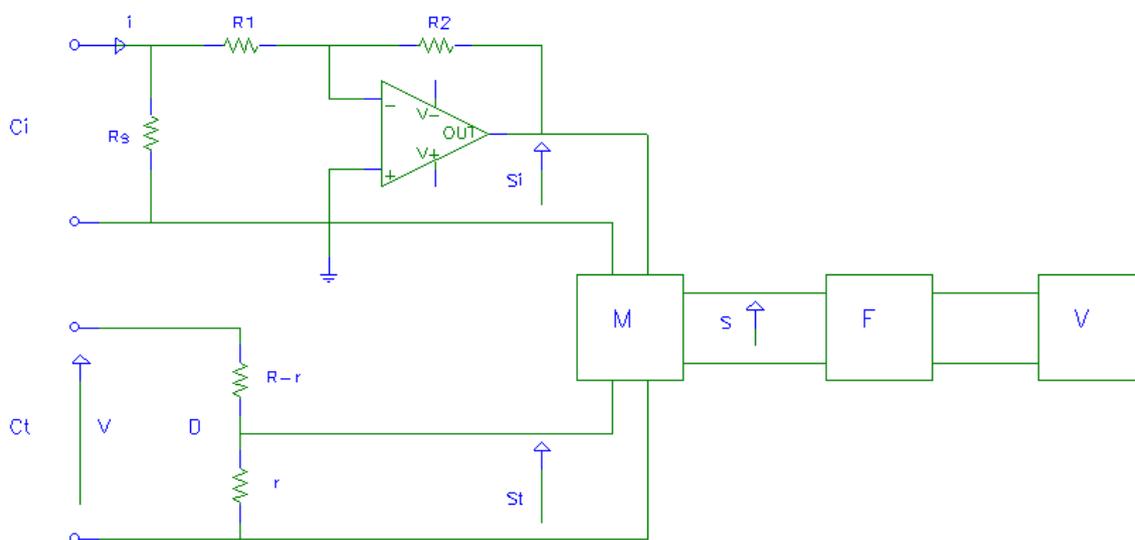
### 2. Pré-requis

- Résolution des circuits, puissance électrique.
- Calcul d'erreur (laboratoire de physique en BA1).

### 3. Introduction théorique et principe de mesure

#### 3.1. Le wattmètre à affichage numérique

Le schéma de principe du wattmètre est le suivant :



Le wattmètre possède deux entrées appelées respectivement circuit d'intensité (ou branche courant)  $C_i$ , et circuit de tension (ou branche tension)  $C_t$ . Une fois l'appareil placé dans un circuit, on note  $i(t)$  le courant entrant dans la branche courant et  $v(t)$  la différence de potentiel aux bornes de la branche tension. Le composant noté  $V$  est un voltmètre (à double rampe) mesurant la valeur moyenne de la tension  $s$ . Le wattmètre affiche le résultat de cette mesure.

Le composant central de ce schéma de principe est le multiplieur analogique  $M$ . Il s'agit d'un composant intégré capable de fournir une tension de sortie  $s$  proportionnelle au produit de ses deux tensions d'entrée  $s_i$  et  $s_t$ :

$$s = \frac{s_i s_t}{s_m}$$

où  $s_m$  est un facteur de proportionnalité.

Notons encore que la résistance  $R_s$  est choisie beaucoup plus petite que  $R_1$  de sorte que la quasi totalité du courant  $i(t)$  circule dans  $R_s$ .

Supposons dans un premier temps que le wattmètre est inséré dans un circuit en régime continu.

A la sortie du diviseur de tension D:

$$s_t = v \frac{r}{R}$$

D'autre part, l'amplificateur opérationnel est monté en amplificateur à gain variable  $\frac{R_2}{R_1}$ . Comme

$R_s \ll R_1$ , le courant  $i$  circule essentiellement au travers de  $R_s$  et la différence de potentiel aux bornes de cette résistance vaut donc  $V_s = R_s i$ . Du fait de l'amplificateur opérationnel, on a donc

$$s_i = -V_s \frac{R_2}{R_1} = -R_s i \frac{R_2}{R_1}$$

Par conséquent, la tension de sortie du multiplieur est donnée par:

$$s = -\frac{r R_s R_2}{R s_m R_1} v i$$

Cette tension est mesurée par le voltmètre  $V$ , puis affichée après division par la constante

$$K = -\frac{r R_s R_2}{R s_m R_1}$$

L'affichage du wattmètre est égal au produit  $v i$  de la tension aux bornes de la branche tension par le courant entrant dans la branche courant. Si  $i$  est le courant circulant dans une résistance et  $v$  est la tension à ses bornes, le wattmètre affiche donc la puissance  $v i$  dissipée dans cette résistance.

Supposons maintenant que le wattmètre est inséré dans un circuit en régime sinusoïdal de pulsation  $\omega$  :

$$i(t) = \sqrt{2} I_{eff} \cos(\omega t)$$

$$v(t) = \sqrt{2} V_{eff} \cos(\omega t + \varphi)$$

où  $I_{eff}$  et  $V_{eff}$  sont les valeurs efficaces de  $i(t)$  et  $v(t)$ .

En reprenant le résultat précédent, on obtient donc :

$$s(t) = 2 K V_{eff} I_{eff} \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi) = K V_{eff} I_{eff} [\cos(2\omega t + \varphi) + \cos(\varphi)]$$

Le filtre passe-bas et le voltmètre à double rampe éliminent la composante alternative de  $s(t)$ , et l'appareil affiche

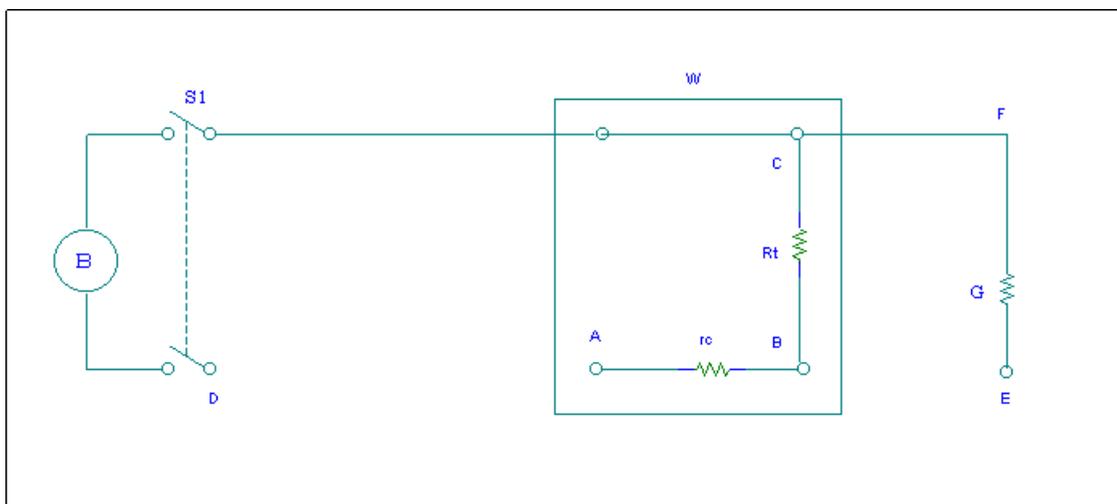
$$P = V_{eff} I_{eff} \cos(\varphi)$$

Dans le cas où  $i(t)$  est le courant circulant dans une impédance et  $v(t)$  la tension à ses bornes,  $P$  est la puissance active dissipée dans l'impédance. Rappelons que la puissance active est la valeur moyenne de la puissance instantanée dissipée dans l'impédance sur une période de  $i(t)$  et  $v(t)$ .

Le gain variable de l'amplificateur et les différents rapports du diviseur D permettent de réaliser plusieurs calibres en courant et en tension.

## 4. Partie pratique

4.1. Réaliser le schéma ci-dessous :



B: source de tension continue (environ  $120\text{ V} - I_{\max} = 1\text{ A}$ ).

$S_1$ : interrupteur bipolaire général.

W: wattmètre comprenant le circuit de courant (résistance globale  $r_c$  - bornes A B) et le circuit de tension (résistance globale  $R_t$  - bornes C B). Soit  $W_m$  la lecture au wattmètre utilisé en mode « puissance ». L'appareil peut également afficher la valeur (efficace en sinusoïdal) du courant  $i(t)$  passant dans son circuit courant, et la valeur (efficace en sinusoïdal) de la tension  $v(t)$  appliquée à ses bornes tension. L'appareil choisit automatiquement les bons calibres pour effectuer la mesure.

G: conductance réglable pour laquelle nous désirons connaître la puissance dissipée.

Raccordement (1): D relié à A et E relié à B

Raccordement (2): D relié à B et E relié à A

4.2. Déterminer la valeur de G permettant d'obtenir 90% du courant maximum que la source peut délivrer, soit  $G_1$ . Adopter ensuite  $G_2 \cong G_1 / 2$  et  $G_3 \cong G_1 / 4$ .

4.3. Réaliser successivement  $G = G_1$ ,  $G = G_2$ , et  $G = G_3$  et relever dans un tableau pour chaque raccordement (1) ou (2) les mesures de  $i$ ,  $v$ , et  $W_m$ . On appellera  $W_m^{(1)}$  ou  $W_m^{(2)}$  la lecture du wattmètre correspondant au raccordement (1) ou (2).

4.4. Démontrer les formules suivantes :

a) Raccordement (2) : si  $W_u$  est la puissance dissipée dans G

$$W_u = W_m^{(2)} - r_c i^2$$

et si  $W_s$  est la puissance délivrée par la source

$$W_s = W_m^{(2)} + \frac{v^2}{R_t}$$

b) Raccordement en (1) :

$$W_u = W_m^{(1)} - \frac{v^2}{R_f}$$

$$W_s = W_m^{(1)} + r_c i^2$$

4.5. La valeur de  $R_f$  est fournie par le constructeur et vaut  $1 \text{ M}\Omega$ . A partir des mesures effectuées avec  $G = 0$  et  $G = G_1$  avec le raccordement (1), déterminer la valeur de  $r_c$  (on fera l'hypothèse  $r_c \ll R_f$ ).

4.6. Calculer pour chaque valeur du courant

a)  $\left| W_u - W_m^{(1)} \right|$  et  $\left| W_u - W_m^{(2)} \right|$

b)  $\left| W_s - W_m^{(1)} \right|$  et  $\left| W_s - W_m^{(2)} \right|$

4.7. Porter en graphique les valeurs calculées en 4.6.a) et 4.6.b), en fonction de  $i$ .

4.8. Discuter les résultats : quel montage adopter pour mesurer  $W_u$  et  $W_s$  ?

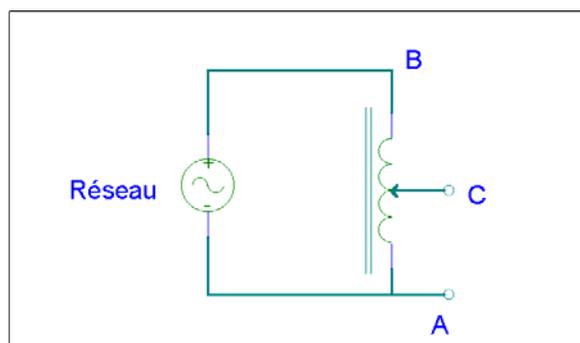
4.9. Faire le calcul d'erreur pour une seule mesure ( $W_u$  et  $W_s$ ).

Précision de l'appareil en voltmètre :  $0,5 \% + 5$  digits

Précision de l'appareil en ampèremètre :  $0,5\% + 5$  digits

Précision de l'appareil en wattmètre :  $0,5\% + 10$  digits

4.10. a) Modifier le montage en remplaçant la source continue par une source alternative variable (auto-transformateur, voir figure ci-dessous) et adopter le raccordement (1).



Auto-transformateur  $S_a$

Adopter  $G = G_3$  et ajuster la tension de sortie de  $S_a$  pour que sa valeur efficace soit d'environ  $120\text{V}$ . Noter les valeurs de  $W_m$ ,  $V_{eff}$  et  $I_{eff}$ .

Placer en parallèle sur  $G$  un condensateur  $C$  d'environ  $10 \mu\text{F}$  et refaire les mêmes mesures que ci-dessus.

b) Pour les deux séries de mesures ci-dessus, évaluer le produit  $V_{eff} I_{eff}$  et comparer à la mesure du wattmètre.

Evaluer par calcul dans le cas de la dernière mesure l'impédance résultant de la mise en parallèle de G et de C et en déduire son argument  $\varphi$ . Vérifier que  $W_m \cong V_{eff} I_{eff} \cos\varphi$ .

c) Conclusion.