

Force de Lorentz

$$\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{champ électrique } \vec{E} \\ \text{champ magnétique } \vec{B} \end{array} \right. \Rightarrow \text{force}$$

Equations de Maxwell

$$\text{sources (charges et courants)} \Rightarrow \text{champs}$$

I Loi de Gauss

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\text{flux de } \vec{E} \text{ à travers toute surface fermée} = \frac{\text{charge totale intérieure}}{\epsilon_0}$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

II Loi de Faraday

$$\oint_c \vec{E} \cdot \vec{dl} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

$$\text{circulation de } \vec{E} \text{ le long d'une courbe fermée} = -\frac{d}{dt} \quad (\text{flux de } \vec{B} \text{ à travers } S)$$

$$\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

III (absence de charge magnétique)

$$\oint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{dS} = 0$$

Flux de $\vec{B}$ à travers toute surface fermée = 0

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

IV Loi d'Ampère

$$\oint_C \vec{B} \cdot \overrightarrow{dl} = \mu_0 I + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Circulation de $\vec{B}$ le long d'une courbe fermée = μ_0 . courant à travers la courbe

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \left(\text{flux de } \vec{E} \text{ à travers } S \right)$$

Conservation de la charge

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

prendre la divergence

$$\text{div rot } \vec{a} = 0 \quad (\text{toujours})$$

$$\text{div } \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{div } \vec{E}) = 0$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\text{div } \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

Les équations de Maxwell impliquent donc que la charge est toujours conservée.

La forme intégrale est :

$$\oint_s \vec{J} \cdot \vec{dS} = -\frac{dQ}{dt}$$

courant total sortant d'une surface fermée $= -\frac{d}{dt}$ (charge à l'intérieur)

Grandeurs et unités

Symbole	Nom / Grandeur	Unités
$\vec{E}$	champ électrique	N/C ou V/m
Q	charge électrique	C
ρ	densité volumique de charge	C/m ³
$\vec{B}$	champ magnétique	T (Tesla) ou Ns/Cm ou Wb/m ²
I	courant	A ou C/s
$\vec{J}$	densité de courant	A/m ²
$\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$	perméabilité du vide (valeur exacte)	H/m ou N/A ²
$\epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36 \pi}$	permittivité du vide (valeur approximative)	F/m ou C ² /N.m ²
$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$	vitesse de la lumière dans le vide $3 \cdot 10^8$	m/s

Divergence (d'un vecteur) : $\text{div } \vec{a}$ (scalaire)

$$\text{div } \vec{a} = \frac{\partial a_x}{\partial x} + \frac{\partial a_y}{\partial y} + \frac{\partial a_z}{\partial z}$$

La divergence d'un vecteur, au point P, est le flux de ce vecteur, par unité de volume, au voisinage de P.

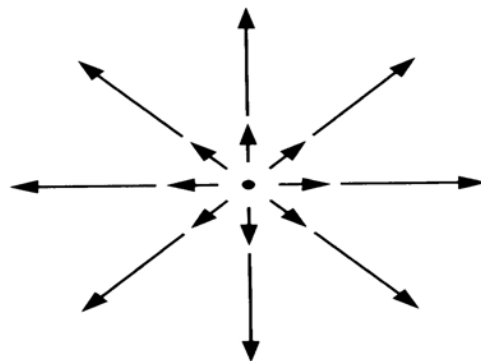
Si on considère un volume infinitésimal au point P, la divergence sera le flux sortant de la surface entourant ce volume, par unité de volume.

Théorème d'Ostrogradsky

τ étant un volume limité par la surface fermée S :

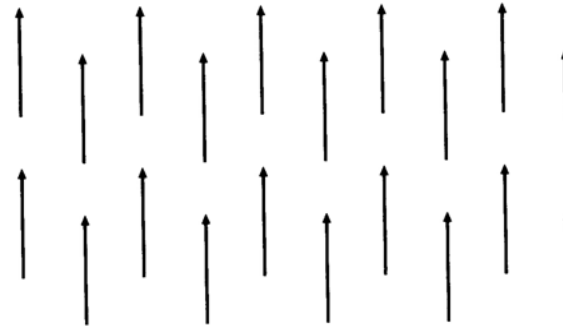
$$\oint_S \vec{a} \cdot \overrightarrow{dS} = \int_{\tau} \text{div } \vec{a} \cdot d\tau$$

Le flux d'un vecteur sortant d'une surface fermée est égal à l'intégrale de volume de la divergence.



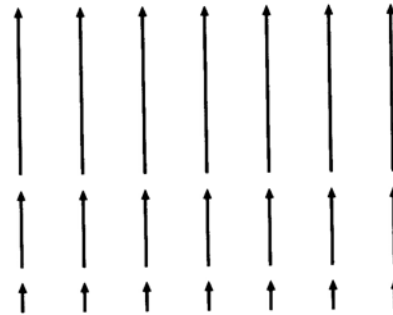
$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{a} &\neq 0 \\ \operatorname{rot} \vec{a} &= 0 \end{aligned}$$

(a)



(b)

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{a} &= 0 \\ \operatorname{rot} \vec{a} &= 0 \end{aligned}$$



(c)

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{a} &\neq 0 \\ \operatorname{rot} \vec{a} &= 0 \end{aligned}$$

Rotationnel (d'un vecteur) : $rot \vec{a}$ (vecteur)

$$rot \vec{a} = \left(\frac{\partial a_z}{\partial y} - \frac{\partial a_y}{\partial z} \right) \vec{1}_x + \left(\frac{\partial a_x}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial x} \right) \vec{1}_y + \left(\frac{\partial a_y}{\partial x} - \frac{\partial a_x}{\partial y} \right) \vec{1}_z$$

Le rotationnel est lié à la circulation du vecteur le long d'un parcours fermé élémentaire.

Comme le rotationnel est un vecteur, il faut parler de son module et de son orientation.

Au point P, considérons un parcours fermé infinitésimal et la circulation du vecteur, par unité de surface, le long de ce parcours. Chaque parcours qu'on peut choisir sera situé dans un certain plan.

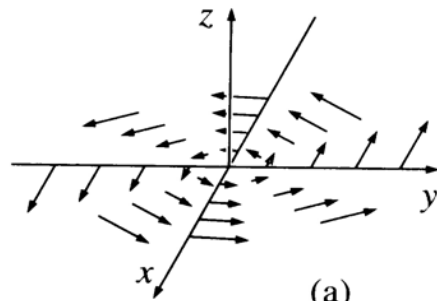
Le rotationnel sera un vecteur dont la direction est normale au plan pour lequel la circulation est maximum. Son module sera la valeur maximum de cette circulation, par unité de surface.

Théorème de Stokes

S étant n'importe quelle surface s'appuyant sur le contour fermé c et limitée par lui :

$$\oint_c \vec{a} \cdot d\vec{s} = \int_S rot \vec{a} \cdot d\vec{S}$$

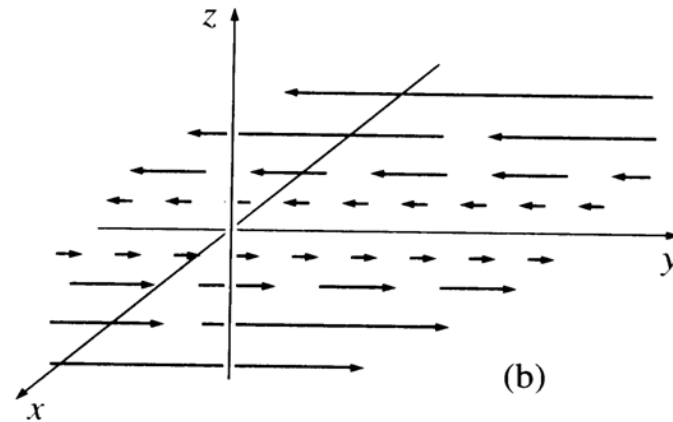
La circulation d'un vecteur le long d'un contour fermé est égale au flux du rotationnel sur toute surface s'appuyant sur le contour. L'orientation relative du contour et de la normale à la surface est déterminée par la règle du tire-bouchon.



(a)

$$\text{rot } \vec{a} \neq 0$$

$$\text{div } \vec{a} = 0$$



(b)

$$\text{rot } \vec{a} \neq 0$$

$$\text{div } \vec{a} = 0$$

Gradient (d'un scalaire) : $\text{grad } u$ (vecteur)

$$\text{grad } u = \frac{\partial u}{\partial x} \vec{1}_x + \frac{\partial u}{\partial y} \vec{1}_y + \frac{\partial u}{\partial z} \vec{1}_z$$

Le gradient constitue une généralisation de la notion de dérivée à des fonctions qui dépendent des trois variables d'espace.

Le gradient de u est un vecteur qui pointe dans la direction de croissance maximum de la fonction scalaire u . Le module $|\text{grad } u|$ donne la pente le long de cette direction.

La variation de u le long d'un parcours $\overrightarrow{ds}$ est le produit scalaire du gradient de u et du vecteur déplacement :

$$du = \text{grad } u \cdot \overrightarrow{ds}$$

La différence des valeurs d'un champs scalaire u entre deux points A et B est égale à la circulation du gradient le long de n'importe quelle courbe allant de A à B :

$$u(B) - u(A) = \int_A^B \text{grad } u \cdot \overrightarrow{ds}$$

